

## วิธีซอร์สและวอร์เท็กซ์พานเนลสำหรับการไหลศักย์อัดตัวไม่ได้ผ่านวัตถุ 2 มิติ

### Source-and-Vortex Panel Method for Incompressible Potential Flow over 2D Object

กิจจา ภัทรทิพากร, ณัฐวุฒิ ม่วงศรีจันทร์, ณัฐวุฒิ วิทยานุกรณ์, วีระชาติ ไทยเสถียร, ธนกฤต กิจแสงภักดิ์,  
นฤรงค์ โตอัจฉริยะวงศ์ และวราเชษฐ ภิรมย์ภักดี\*

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ตำบลแสนสุข อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี 20131

\*ติดต่อ: worapiro@eng.buu.ac.th, โทรศัพท์: 038 102222 ต่อ 3385

#### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ เป็นการศึกษาเชิงทฤษฎีเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความเร็วและความดันที่ผิวของวัตถุเชิง 2 มิติ จากการไหลผ่านของของไหล โดยอาศัยวิธีซอร์สและวอร์เท็กซ์พานเนล ซอร์สเป็นรูปแบบการไหลมาตรฐานสำหรับการไหลภายนอกซึ่งมีลักษณะการไหลออกจากจุดหนึ่ง ในขณะที่วอร์เท็กซ์เป็นรูปแบบการไหลมาตรฐานที่มีลักษณะการไหลวนรอบจุดหนึ่ง เมื่อนำซอร์สและวอร์เท็กซ์มารวมกันเป็นพานเนลก็จะได้ลักษณะการไหลออกจากพานเนลนั้น นอกจากนี้ เมื่อนำซอร์สและวอร์เท็กซ์พานเนลรวมกับรูปแบบการไหลแบบยูนิฟอร์ม จะทำให้เกิดลักษณะการไหลที่เหมือนกับการไหลของของไหลผ่านวัตถุต่างๆ จากผลการศึกษา การประยุกต์ใช้วิธีซอร์สและวอร์เท็กซ์พานเนลกับการไหลของอากาศผ่านแพนอากาศ NACA 0015, NACA 64-212 และ NACA 63-415 จะพบว่า ผลลัพธ์ที่ได้มีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันกับผลลัพธ์จากวารสารงานวิจัยในอดีต

**คำหลัก:** ซอร์ส, วอร์เท็กซ์, วิธีซอร์สและวอร์เท็กซ์, แพนอากาศ

#### Abstract

This research presents a theoretical study of source-and-vortex panel method for incompressible potential flows over two-dimensional bodies. The source and vortex is a standard flow model for the external flow. The source is the flow from one point and the vortex is the rotating flow. When the source and vortex are integrated to a panel and are combined with the standard flow pattern of uniform, this can simulate the potential flow over two-dimensional body. From the results of NACA 0015, NACA 64-212 and NACA 63-415, the trend lines of dimensionless of velocity and pressure agree well with the results from published literatures.

**Keywords:** Airfoil, Source, Source-and-Vortex Panel Method, Vortex

#### 1. บทนำ

การไหลแบบโพเทนเชียล 2 มิติ เป็นลักษณะการไหลพื้นฐานที่สามารถใช้จำลองการไหลของของไหลผ่านวัตถุต่างๆ ได้เป็นอย่างดี สมการที่ใช้อธิบายลักษณะการไหลดังกล่าว จะอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ ซึ่งสามารถใช้วิธีบาวน์ดารีเอลิเมนต์ใน

การหาคำตอบได้ในทางวิศวกรรม จะพิจารณาคำตอบที่ได้จากสมการอนุพันธ์ให้อยู่ในรูปแบบการไหลมาตรฐานต่างๆ เช่น การไหลแบบสม่ำเสมอ (Uniform flow), การไหลแบบซอร์ส (Source Flow), การไหลแบบวอร์เท็กซ์ (Vortex flow), การไหลแบบสม่ำเสมอรวมกับการไหลแบบซอร์ส (Uniform

## TSF-2035

flow plus a source) และการไหลแบบสม่ำเสมอรวมกับการไหลแบบวอร์เทกซ์ (Uniform flow plus a vortex) และการไหลแบบสม่ำเสมอรวมกับการไหลแบบซอร์สและวอร์เทกซ์ (Uniform flow plus a source-and-vortex) จากการสืบค้นข้อมูลงานวิจัยในอดีตจนถึงปัจจุบัน พบว่า มีนักวิจัยหลายกลุ่ม [1-5] ที่ได้ศึกษาและพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์บนพื้นฐานของวิธีพานาล โดยมีทั้งแบบจำลองสำหรับวัตถุ 2 มิติ และ 3 มิติ โดยมีเทคนิคในการใช้งานต่างกันไปสำหรับวิธีซอร์สและวอร์เทกซ์นั้น ส่วนใหญ่จะกำหนดสมการของซอร์สและวอร์เทกซ์ให้อยู่รวมกันแล้วกำหนดความแข็งแรงของวอร์เทกซ์ทุกตำแหน่งให้มีความเท่ากัน จากนั้นจึงอาศัยลักษณะการไหลผ่านปลายวัตถุในการสร้างสมการช่วยอีกหนึ่งสมการ ก็จะสามารรถแก้สมการดังกล่าว เพื่อหาคำตอบได้

ดังนั้น ในการศึกษา ซึ่ง เป็นโครงการงานวิศวกรรมของนิสิตในระดับปริญญาตรี จะเป็นการศึกษาเกี่ยวกับอิทธิพลของซอร์สและวอร์เทกซ์ที่มีต่อลักษณะการไหลศักย์อัดตัวไม่ได้ผ่านวัตถุสองมิติ โดยอาศัยการแก้สมการของซอร์สและวอร์เทกซ์ที่เป็นอิสระต่อกัน จากนั้นจึงอาศัยทฤษฎีการทับซ้อนในการผลลัพธ์ที่ได้จากซอร์สและวอร์เทกซ์เข้าด้วยกัน เพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการ

## 2. ทฤษฎี

ในการพิจารณาการไหลศักย์อัดตัวไม่ได้ใน 2 มิติ จะเริ่มจากการพิจารณา รูปแบบการไหลพื้นฐานที่ได้จากการแก้สมการอนุพันธ์โดยวิธีบาวดาร์เอลิเมนต์ ซึ่งจะประกอบไปด้วยลักษณะการไหล 3 รูปแบบ คือ สมการการไหลแบบสม่ำเสมอ, การไหลแบบซอร์ส และ การไหลแบบวอร์เทกซ์ ซึ่งแสดงดังต่อไปนี้

### 2.1 การไหลแบบสม่ำเสมอ

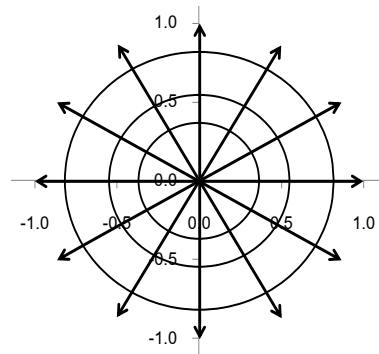
การไหลแบบสม่ำเสมอเป็นการไหลที่ความเร็วของของไหลในหน้าตัดเดียวกันจะคงที่เท่ากันหมด ซึ่งจะมีสมการศักย์ของการไหล (Potential function) เป็นไปตามสมการที่ 1

$$\phi = -V_0 x \quad \dots (1)$$

### 2.2 การไหลแบบซอร์ส

การไหลแบบซอร์สเป็นการไหลที่มีลักษณะการไหลออกจากจุดใดจุดหนึ่งในแนวรัศมีทุกทิศทาง ดังแสดงในรูปที่ 1 ซึ่งจะมีสมการศักย์ของการไหลเป็นไปตามสมการที่ 2

$$\phi = \frac{q}{2\pi} \ln r \quad \dots (2)$$

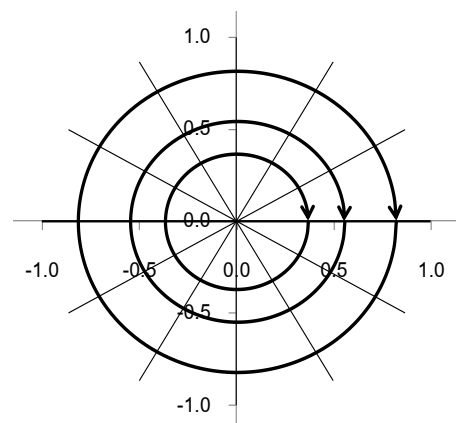


รูปที่ 1 การไหลแบบซอร์ส

### 2.3 การไหลแบบวอร์เทกซ์

การไหลแบบวอร์เทกซ์ เป็นการไหลในลักษณะที่ของไหลเคลื่อนที่เป็นวงกลมรอบจุดหนึ่ง ดังแสดงในรูปที่ 2 ซึ่งจะมีสมการศักย์ของการไหลเป็นไปตามสมการที่ 3

$$\phi = \frac{q}{2\pi} \theta \quad \dots (3)$$



รูปที่ 2 การไหลแบบวอร์เทกซ์

## TSF-2035

จากรูปแบบการไหลพื้นฐานทั้ง 3 รูปแบบ ทำให้สามารถจำลองลักษณะการไหลของของไหลผ่านวัตถุ 2 มิติ ได้ โดยการนำรูปแบบการไหลพื้นฐานดังกล่าวมารวมกัน และสร้างเป็นพาเนลตามลักษณะของวัตถุที่ต้องการศึกษา

### 3. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

สำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่จะศึกษาจะเริ่มต้นจากวิธีซอร์สพาเนล (Source Panel) เป็นลำดับแรก เพื่อนำไปสู่วิธีซอร์สและวอร์เท็กซ์พาเนลในลำดับถัดไป

#### 3.1 วิธีซอร์สพาเนล (Source Panel)

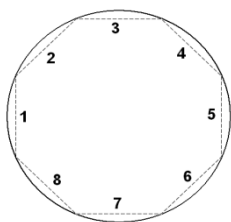
ซอร์สพาเนล ได้จากการนำซอร์สซึ่งมีลักษณะการไหลเป็นไปดั่งสมการที่ 2 มาต่อกันเป็นพาเนลแล้วนำพาเนลที่ได้ มาประกอบกันเป็นวัตถุที่ต้องการ ซึ่งจะได้สมการดังต่อไปนี้

$$\phi(x_i, y_i) = \sum_{j=1}^m \frac{\lambda_j}{2\pi} \int \ln r_{ij} ds_j + V_\infty x \quad \dots (4)$$

เมื่อหาอนุพันธ์แยกส่วนของสมการที่ 4 เทียบกับเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ตั้งฉากกับแต่ละพาเนล ซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะของการไหลศักย์ จะได้

$$\sum_{j=1}^m I_{ij} \lambda_j = -\cos \beta_i \quad \dots (5)$$

ตัวอย่างเช่น การวิเคราะห์การไหลผ่านทรงกระบอกซึ่งแบ่งพาเนลออกเป็น 8 พาเนล ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 การแบ่งพาเนลของทรงกระบอก

เมื่อกำหนด  $I$  ให้เป็นไปตามสมการที่ 6 ดังนี้

$$I_{ij} = \int_a^b \frac{(x_i - x_j) \left( \frac{\partial x_i}{\partial n_i} \right) + (y_i - y_j) \left( \frac{\partial y_i}{\partial n_i} \right)}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} ds_j \quad \dots (6)$$

จากสมการที่ 5 จะสร้างสมการเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} & I_{14} & I_{15} & I_{16} & I_{17} & I_{18} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} & I_{24} & I_{25} & I_{26} & I_{27} & I_{28} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} & I_{34} & I_{35} & I_{36} & I_{37} & I_{38} \\ I_{41} & I_{42} & I_{43} & I_{44} & I_{45} & I_{46} & I_{47} & I_{48} \\ I_{51} & I_{52} & I_{53} & I_{54} & I_{55} & I_{56} & I_{57} & I_{58} \\ I_{61} & I_{62} & I_{63} & I_{64} & I_{65} & I_{66} & I_{67} & I_{68} \\ I_{71} & I_{72} & I_{73} & I_{74} & I_{75} & I_{76} & I_{77} & I_{78} \\ I_{81} & I_{82} & I_{83} & I_{84} & I_{85} & I_{86} & I_{87} & I_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda'_1 \\ \lambda'_2 \\ \lambda'_3 \\ \lambda'_4 \\ \lambda'_5 \\ \lambda'_6 \\ \lambda'_7 \\ \lambda'_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos 45^\circ \\ -\cos 90^\circ \\ -\cos 135^\circ \\ -\cos 180^\circ \\ -\cos 225^\circ \\ -\cos 270^\circ \\ -\cos 315^\circ \\ -\cos 360^\circ \end{bmatrix}$$

เพราะฉะนั้น จะสามารถแก้สมการที่ (5) เพื่อหาค่า  $\lambda'_j$  ได้ แล้วจึงหาความเร็วและความดันที่ตำแหน่งต่างๆ ดังต่อไปนี้

$$\frac{v_x}{V_\infty} = 1 + \lambda'_j \sum_{j=i}^m \int \frac{(x_i - x_j)}{j(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} ds_j \quad \dots (7)$$

$$\frac{v_y}{V_\infty} = \lambda'_j \sum_{j=i}^m \int \frac{(y_i - y_j)}{j(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} ds_j \quad \dots (8)$$

$$c_p = 1 - \left( \frac{V_x^2}{V_\infty^2} + \frac{V_y^2}{V_\infty^2} \right) \quad \dots (9)$$

#### 3.2 วิธีซอร์สและวอร์เท็กซ์พาเนล

##### (Source-and-Vortex Panel)

ซอร์สและวอร์เท็กซ์พาเนล จะเป็นการนำซอร์สและวอร์เท็กซ์มาต่อเป็นพาเนล ซึ่งจะได้สมการอินทิเกรทดังสมการที่ 10

$$\phi(x_i, y_i) = V_\infty x + \sum_{j=1}^m \frac{\lambda_j}{2\pi} \int \ln r_{ij} ds_j + \sum_{j=1}^m \frac{\gamma_j}{2\pi} \int \theta_{ij} ds_j \quad \dots (10)$$

โดยอาศัยเงื่อนไขการไหลศักย์อัดตัวไม่ได้ผ่านวัตถุ 2 มิติ จะสามารถหาอนุพันธ์ของสมการที่ (10) ได้ดังนี้

$$0 = V_\infty \cos \beta_i + \sum_{j=1}^m \frac{\lambda_j}{2\pi} \int \frac{\partial}{\partial n_i} \ln r_{ij} ds_j + \sum_{j=1}^m \frac{\gamma_j}{2\pi} \int \frac{\partial}{\partial n_i} \theta_{ij} ds_j \quad \dots (11)$$

โดยขั้นตอนนี้ต่อไปนี้จะแบ่งการพิจารณาออกเป็น 2 ส่วน คือ ซอร์สพาเนล และ วอร์เท็กซ์พาเนล ที่เป็นอิสระต่อกัน โดยในส่วนของซอร์สจะคิดเหมือนกับหัวข้อ 3.1 แต่จะมีตัวแปร  $C$  ซึ่งเป็นค่าความแข็งแรงของซอร์สเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย ทำให้สมการที่ (5) ถูกเขียนใหม่ได้ดังนี้

**TSF-2035**

$$\sum_{j=1}^m I_{ij} \lambda'_j = -C \cos \beta_i \quad \dots (12)$$

จากสมการที่ 12 จะสร้างสมการเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} & I_{14} & I_{15} & I_{16} & I_{17} & I_{18} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} & I_{24} & I_{25} & I_{26} & I_{27} & I_{28} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} & I_{34} & I_{35} & I_{36} & I_{37} & I_{38} \\ I_{41} & I_{42} & I_{43} & I_{44} & I_{45} & I_{46} & I_{47} & I_{48} \\ I_{51} & I_{52} & I_{53} & I_{54} & I_{55} & I_{56} & I_{57} & I_{58} \\ I_{61} & I_{62} & I_{63} & I_{64} & I_{65} & I_{66} & I_{67} & I_{68} \\ I_{71} & I_{72} & I_{73} & I_{74} & I_{75} & I_{76} & I_{77} & I_{78} \\ I_{81} & I_{82} & I_{83} & I_{84} & I_{85} & I_{86} & I_{87} & I_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda'_1 \\ \lambda'_2 \\ \lambda'_3 \\ \lambda'_4 \\ \lambda'_5 \\ \lambda'_6 \\ \lambda'_7 \\ \lambda'_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C \cos 45^\circ \\ -C \cos 90^\circ \\ -C \cos 135^\circ \\ -C \cos 180^\circ \\ -C \cos 225^\circ \\ -C \cos 270^\circ \\ -C \cos 315^\circ \\ -C \cos 360^\circ \end{bmatrix}$$

เพราะฉะนั้น จะสามารถหาค่า  $\lambda'_j$  ได้

ในส่วนของวอร์เท็กซ์ ก็จะสามารถหาค่า C ในการคำนวณ ดังต่อไปนี้

$$\sum_{j=1}^m K_{ij} \gamma'_j = -(1-C) \cos \beta_i \quad \dots (13)$$

โดยการพิจารณาการไหลผ่านทรงกระบอกในรูปที่ 3 ก็จะสร้างสมการเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} & K_{17} & K_{18} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} & K_{27} & K_{28} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} & K_{37} & K_{38} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} & K_{47} & K_{48} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} & K_{57} & K_{58} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} & K_{67} & K_{68} \\ K_{71} & K_{72} & K_{73} & K_{74} & K_{75} & K_{76} & K_{77} & K_{78} \\ K_{81} & K_{82} & K_{83} & K_{84} & K_{85} & K_{86} & K_{87} & K_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma'_1 \\ \gamma'_2 \\ \gamma'_3 \\ \gamma'_4 \\ \gamma'_5 \\ \gamma'_6 \\ \gamma'_7 \\ \gamma'_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(1-C) \cos 45^\circ \\ -(1-C) \cos 90^\circ \\ -(1-C) \cos 135^\circ \\ -(1-C) \cos 180^\circ \\ -(1-C) \cos 225^\circ \\ -(1-C) \cos 270^\circ \\ -(1-C) \cos 315^\circ \\ -(1-C) \cos 360^\circ \end{bmatrix}$$

โดย K จะสามารถหาได้จากสมการที่ (14)

$$K_{ij} = \int_a^b \frac{1}{\left[ \frac{(y_i - y_j)^2}{(x_i - x_j)^2} + 1 \right]} \times \left[ \frac{(x_i - x_j) \frac{\partial y_i}{\partial n} - (y_i - y_j) \frac{\partial x_i}{\partial n}}{(x_i - x_j)^2} \right] ds_j \quad \dots (14)$$

เพราะฉะนั้น จะสามารถหา  $\gamma'_j$  ได้ และเมื่อได้  $\lambda'_j$  และ  $\gamma'_j$  แล้ว ก็จะสามารถหาความเร็วและความดันที่ตำแหน่งต่าง ได้จากสมการต่อไปนี้

$$\frac{v_x}{v_\infty} = 1 + \lambda'_j \sum_{j=i}^m \int \frac{(x_i - x_j)}{j(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} ds_j + \gamma'_j \sum_{j=i}^m \int \frac{-(y_i - y_j)}{j(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} ds_j \quad \dots (15)$$

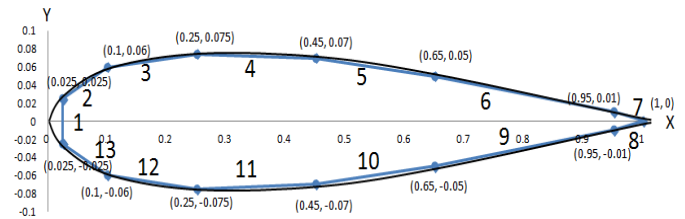
$$\frac{v_y}{v_\infty} = \lambda'_j \sum_{j=i}^m \int \frac{(y_i - y_j)}{j(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} ds_j + \gamma'_j \sum_{j=i}^m \int \frac{(x_i - x_j)}{j(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} ds_j \quad \dots (16)$$

$$c_p = 1 - \left( \frac{V_x^2}{V_\infty^2} + \frac{V_y^2}{V_\infty^2} \right) \quad \dots (17)$$

**4. ผลลัพธ์และการวิเคราะห์**

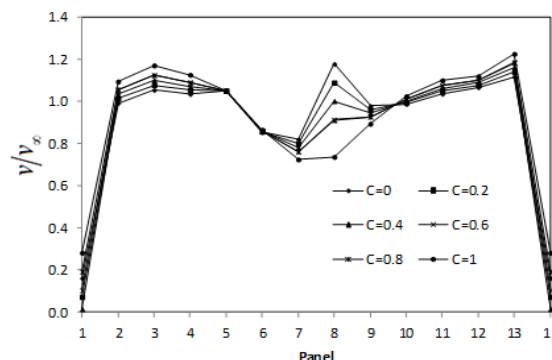
**4.1 การไหลผ่านแพนอากาศ NACA 0015**

จากรูปที่ 4 แสดงการแบ่งพานสำหรับแพนอากาศ NACA 0015 โดยพานแต่ละชนิดจะเป็นชอร์สและวอเท็กซ์พาน



รูปที่ 4 การแบ่งพานสำหรับ NACA 0015

จากรูปที่ 5 และ 6 แสดงความเร็วและความดันไร้หน่วยของของไหลที่ไหลผ่านพานต่าง ๆ บนแพนอากาศ NACA 0015

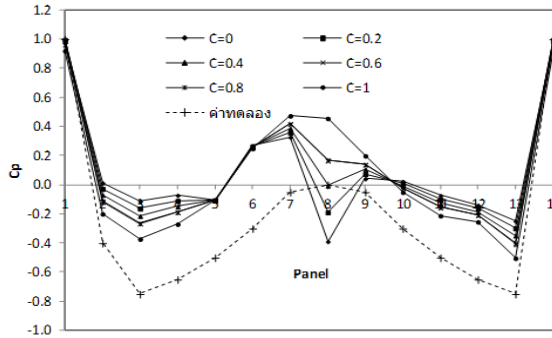


รูปที่ 5  $v/v_\infty$  สำหรับ NACA 0015

จากรูปที่ 6 จะพบว่า ค่าที่ได้จากวิธีชอร์สและวอเท็กซ์พานมีความแตกต่างจากผลลัพธ์ในงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ไปแล้ว ทั้งนี้ เนื่องจากการศึกษาครั้งนี้ได้ใช้วิธีการแก้สมการแบบทับซ้อน ซึ่งพิจารณาชอร์ส

## TSF-2035

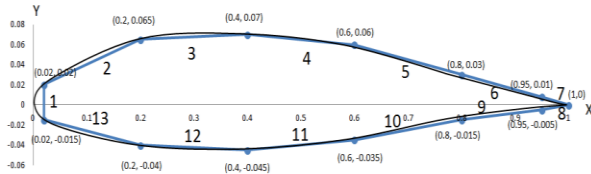
และวอร์เท็กซ์แยกจากกันโดยสิ้นเชิง อย่างไรก็ตาม จะพบว่าแนวโน้มที่ได้นั้น เป็นไปในทำนองเดียวกัน ดังนั้น จึงสามารถที่จะใช้แบบจำลองดังกล่าว เป็นพื้นฐานในการพัฒนาไปสู่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น



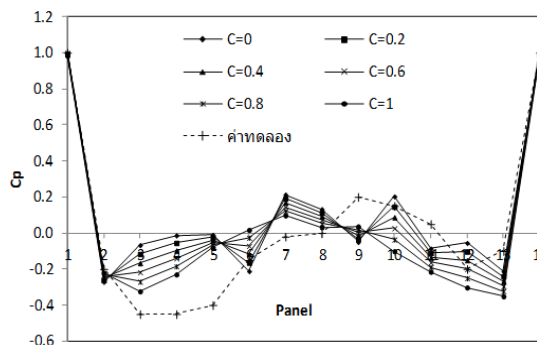
รูปที่ 6  $c_p$  สำหรับ NACA 0015

### 4.2 การไหลผ่าน Airfoil NACA 64-212

จากรูปที่ 7 แสดงการแบ่งพาดสำหรับแพนอากาศ NACA 64-212 โดยพาดที่ใช้ในการศึกษา คือ ซอร์สและวอร์เท็กซ์ และได้ศึกษาเกี่ยวกับอิทธิพลของสัดส่วนของซอร์สอีกด้วย



รูปที่ 7 การแบ่งพาดสำหรับ NACA 64-212

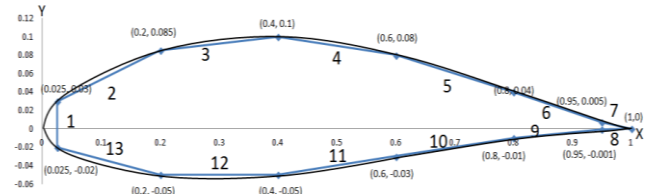


รูปที่ 8  $c_p$  สำหรับ NACA 64-212

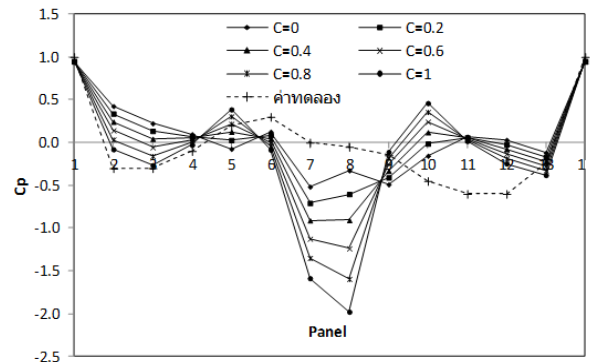
ในรูปที่ 8 แสดงค่าความดันไร้หน่วย  $C_p$  ของของไหลที่พาดต่าง ๆ โดยจะพบว่า ผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันกับผลลัพธ์จากการทดลอง แต่ค่าที่ได้ยังมีความแตกต่างกันพอสมควร ทั้งนี้ก็เนื่องจากการใช้วิธีทับซ้อนในการพิจารณาแก้สมการของซอร์สและวอร์เท็กซ์นั่นเอง

### 4.3 การไหลผ่าน Airfoil NACA 63-415

จากรูปที่ 9 แสดงการแบ่งพาดสำหรับแพนอากาศ NACA 64-415 โดยพาดที่ใช้ในการศึกษา คือ ซอร์สและวอร์เท็กซ์



รูปที่ 9 การแบ่งพาดสำหรับ NACA 64-415



รูปที่ 10  $c_p$  สำหรับ NACA 64-415

ความดันไร้หน่วยที่ได้จากโปรแกรมมีแนวโน้มไปในทางเดียวกับค่าการทดลอง แต่ยังมีคลาดเคลื่อนอยู่พอสมควร โดยความดันที่ได้จากแบบจำลองจะมีค่าสูงสุดที่พาดที่ 1 ซึ่งเป็นจุดหยุดนิ่ง (Stagnation point) และมีความดันต่ำสุดที่พาดที่ 8 แต่ในความเป็นจริง พาดที่ 8 ไม่ใช่พาดที่ให้ค่าความดันต่ำที่สุด

จากผลลัพธ์ที่ได้ ทำให้มั่นใจได้ว่า แบบจำลองที่สร้างขึ้น ให้แนวโน้มที่ถูกต้องในระดับหนึ่ง เพียงแต่ยังให้ผลลัพธ์ที่ไม่ใกล้เคียงกับความเป็นจริงเพียงพอ

## TSF-2035

อย่างไรก็ตาม ผลจากงานวิจัยนี้ สามารถใช้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ต่อไปได้อีก โดยอาศัยเทคนิคบางประการในการแก้สมการในส่วนของวอร์เท็กซ์ หรืออาจปรับเปลี่ยนสัดส่วนของซอร์สให้มีเหมาะสมยิ่งขึ้น

### 5. สรุป

5.1 วิธีซอร์สและวอร์เท็กซ์พานเนล สามารถใช้ทำนายลักษณะการไหลของของไหลผ่านวัตถุเชิง 2 มิติได้ตรงตามทฤษฎีทั่วไป แต่ยังคงมีความคลาดเคลื่อนไปจากผลการทดลอง

5.2 ในการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับวิธีซอร์สและวอร์เท็กซ์ควรจะมีแนวโน้มไปที่วิธีการแก้สมการที่สามารถให้ค่าความแข็งแรงของวอร์เท็กซ์ที่แตกต่างกันได้ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการประยุกต์ใช้งาน และสามารถให้เทคนิคบางประการ เพื่อปรับผลลัพธ์ให้ใกล้เคียงกับการทดลองได้

### 6. กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ที่ได้ให้ทุนสนับสนุนงานวิจัยนี้ จนสามารถพัฒนาแบบจำลองต้นแบบขึ้นมาได้

### 7. รายการสัญลักษณ์

C	สัดส่วนความแข็งแรงของซอร์ส
n	แกนปกติซึ่งตั้งฉากกับพานเนล
q	อัตราการไหลโดยปริมาตร ( $m^3 s^{-1}$ )
r	ระยะห่างจากจุดศูนย์กลาง (m)
s	ความยาวของพานเนล (m)
V	ความเร็ว ( $m s^{-1}$ )
x	ระยะในแนวราบ (m)
$\theta$	มุมที่ทำกับแกน x ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา
$\beta$	มุมระหว่างแกน x กับแกน n
$\phi$	ฟังก์ชันศักย์
$\lambda$	ความแข็งแรงของซอร์ส
$\gamma$	ความแข็งแรงของวอร์เท็กซ์

### 7. เอกสารอ้างอิง

- [1] Bal, S. (1999). A potential based panel method for 2-D hydrofoils, *Ocean Engineering*, Vol. 26, pp. 343–361.
- [2] Kim, G.D., Lee, C.S., Kerwin, J.E. (2007). A B-spline based higher order panel method for analysis of steady flow around marine propellers, *Ocean Engineering*, Vol. 34, pp. 2045–2060.
- [3] Tarafder, Md.S., Suzuki, K. (2008). Numerical calculation of free-surface potential flow around a ship using the modified Rankine source panel method, *Ocean Engineering*, Vol. 35, pp. 536–544.
- [4] Yao, J. (2010). Calculation of ship squat in restricted waterways by using a 3D panel method, *9<sup>th</sup> International Conference on Hydrodynamics 2010*, Shanghai, China.
- [5] Chen, Z.M. (2012). A vortex based panel method for potential flow simulation around a hydrofoil, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 28, pp. 378–391
- [6] A.M. Kuethe, C.Y. Chow, *Foundations of Aerodynamics: Bases of Aerodynamic Design*, 5<sup>th</sup> Edition, John Wiley & Sons Inc., New York (NY), USA.
- [7] K. W. McAlister and R. K. Takahashi, NACA 0015 Wing Pressure and Trailing Vortex Measurements, <http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19920001763.pdf>, February, 2013
- [8] The pressure distribution and shape of the redesigned Airfoil NACA 64-212, <http://nasa1997.tpub.com/NASA-97-cr201686/NASA-97-cr2016860062.htm>, February, 2013
- [9] C.Bak, P.Fuglsang, J. Johansen, I. Antoniou, Wind Tunnel Tests of the NACA 63-415 and a Modified NACA 63-415 Airfoil, [http://130.226.56.153 / rispubl / vea / veapdf / ris-r-1193.pdf](http://130.226.56.153/rispubl/vea/veapdf/ris-r-1193.pdf), February, 2013