

การวิเคราะห์ความแข็งแรงของดินขับจรวดภายใต้คุณสมบัติแบบวิสโคอีลาสติก
ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

Strength Analysis of Solid Propellant under Viscoelastic Behavior
with Finite Element Method

นัตตา จงไฟโรจน์ไผ่ชิต*, อชิรฤกษ์ จุลนิพิฐวงษ์, สุชัชชัย นวลคล้าย
และ น.อ. เจษฎา ศิริรัฐนิคม

สถาบันเทคโนโลยีป้องกันประเทศ (องค์การมหาชน) กระทรวงกลาโหม ชั้น 4 อาคารสำนักงานปลัดกระทรวงกลาโหม (แจ้งวัฒนะ)
47/433 หมู่ 3 ต.บ้านใหม่ อ.ปากเกร็ด จ.นนทบุรี 11120

* ติดต่อ: E-mail: nadda.j@dti.or.th โทรศัพท์: 02 980 6200-207 ต่อ 618 โทรสาร: 02 980 6198

บทคัดย่อ

บทความวิจัยนี้ได้นำเสนอการวิเคราะห์ความแข็งแรงของดินขับจรวดด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งการวิเคราะห์ความแข็งแรงนั้นมีความจำเป็นอย่างยิ่งในการออกแบบรูปร่างของดินขับจรวด เพื่อป้องกันการเกิดความเค้นสูงที่อาจเกิดขึ้นในการใช้งาน ดินขับจรวดนั้นเป็นวัสดุประเภทพอลิเมอร์ที่มีคุณสมบัติแบบวิสโคอีลาสติก (Viscoelastic) ซึ่งมีคุณสมบัติเชิงกลเป็นลักษณะผสมระหว่างความยืดหยุ่นของของแข็ง (elastic) และความหนืดของของเหลว (viscous) งานวิจัยนี้ได้อ้างอิงข้อมูลโมดูลัสการคลายตัว (Relaxation modulus) ต่อเวลาที่อุณหภูมิต่างๆจากการทดสอบดินขับจรวดประเภท Hydroxyl-terminated polybutadiene (HTPB) และนำฟังก์ชันการเลื่อน (Shift function) ของ William-Landel-Ferry (WLF) มาใช้ในการสร้างกราฟโมดูลัสการคลายตัวหลัก (Master-curve) ต่อเวลาที่อุณหภูมิอ้างอิง และได้อธิบายกราฟหลักนี้ในรูปของสมการคณิตศาสตร์ด้วยอนุกรมพรีนีย์ (Prony series) ซึ่งเป็นฟังก์ชันการคลายความเค้นต่อเวลา และนำค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้กำหนดลงในแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของมอเตอร์จรวดอย่างง่ายเพื่อทำการวิเคราะห์ความแข็งแรงภายใต้ความดันและแรงจากความเร่งซึ่งเกิดขึ้นเมื่อทำการยิงจรวด ผลลัพธ์จากการวิเคราะห์ถูกแสดงด้วยภาพการกระจายของความเค้นที่เกิดขึ้นบริเวณดินขับ โดยผลจากการวิเคราะห์พบว่าความเค้นในทิศทางหลักสูงสุด และต่ำสุดมีค่าสูงกว่าความต้านทานแรงดึงสูงสุดโดยเฉลี่ยของดินขับจรวด

คำหลัก: ดินขับจรวด, วิสโคอีลาสติก, ไฟไนต์เอลิเมนต์, HTPB, ฟังก์ชันการเลื่อน WLF

Abstract

This paper presents the strength analysis of solid propellants in Finite Element Analysis (FEA). The strength analysis is very important in the design of solid propellant's shape in order to prevent the high stress under usage. The solid propellant is a viscoelastic material which exhibits mechanical properties of both solid (elastic) and liquid (viscous). The relaxation modulus versus time of Hydroxyl-terminated polybutadiene (HTPB) at different temperatures, based on reference, was used to create master curve at the reference temperature by applying William-Landel-Ferry (WLF) shift function. The relaxation modulus which is the function of time was mathematically described by Prony Series. After that, the Prony series' coefficients were defined to the simplified FEA-Model of solid rocket motor as the viscoelastic material properties. The estimated pressure and G-force were applied to the propellant to represent the load on rocket motor during firing. The result was shown as stress distribution plots which the maximum principal stress and minimum principal stress are higher than the average tensile strength of solid propellant.

Keywords: Solid propellant, Viscoelastic, Finite element, HTPB, WLF shift function

1. บทนำ

ในการออกแบบรูปร่างของดินขับจรวดนั้นนอกจากจุดประสงค์เพื่อให้ได้ลักษณะของแรงขับตามที่ต้องการแล้ว การวิเคราะห์ความแข็งแรงของดินขับนั้นก็มีความสำคัญ เพื่อป้องกันการเกิดความเค้นสูงในบางบริเวณซึ่งจะก่อให้เกิดความเสียหายในขณะใช้งาน การนำระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มาใช้สามารถช่วยลดเวลาในการออกแบบ รวมทั้งลดอันตรายที่อาจเกิดขึ้นจากการทดสอบจริง ดินขับจรวดเป็นวัสดุประเภทพอลิเมอร์ที่มีคุณสมบัติเฉพาะแตกต่างกันตามสารประกอบ มีคุณสมบัติเชิงกลที่ขึ้นกับเวลา และอุณหภูมิ นอกจากนี้ยังมีพฤติกรรมแบบวิสโคอิลาสติกซึ่งเป็นคุณสมบัติที่มีความซับซ้อน การศึกษาค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆที่นำมาแสดงพฤติกรรมของดินขับจรวดในการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นจึงมีความสำคัญ เพื่อให้ได้ผลการจำลองที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมที่เกิดขึ้นจริง

2. ทฤษฎี

2.1 แบบจำลองสมการความเค้นและความเครียดของวัสดุแบบวิสโคอิลาสติก (Viscoelastic constitutive model)

การจำลองในงานวิจัยนี้ได้ให้วัสดุอยู่ภายใต้ทฤษฎีความเครียดน้อย (Small strain theory) ซึ่งจะได้แบบจำลองสมการความเค้นและความเครียดสำหรับวัสดุวิสโคอิลาสติกที่มีคุณสมบัติเหมือนกันทุกทิศทาง (isotropic viscoelastic) [2, [6] ดังแสดงในสมการ (1)

$$\sigma(t) = \int_0^t 2G(t-\tau) \frac{de}{d\tau} d\tau + I \int_0^t K(t-\tau) \frac{d\Delta}{d\tau} d\tau \quad (1)$$

โดยที่ σ ความเค้นโคชี (Cauchy stress)
 e ความเครียดเนื่องจากรูปร่างที่เปลี่ยนไป
 Δ ความเครียดเนื่องจากปริมาตรที่เปลี่ยนไป
 G โมดูลัสการเฉือนที่ขึ้นกับเวลา
 K บัลค์โมดูลัสการคลายตัวที่ขึ้นกับเวลา
 t เวลาปัจจุบัน
 τ เวลาการคลายตัว

ในกรณีที่มีเพียงโมดูลัสการเฉือนการคลายตัวถูกกำหนด บัลค์โมดูลัสจะถูกกำหนดให้เป็นค่าคงที่ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่าอัตราส่วนปริมาตรของจะมีค่าเข้าสู่ 0.5 หรือมีพฤติกรรมแบบ nearly-incompressible [3]

2.2 โมดูลัสการคลายตัว (Relaxation Modulus)

คุณสมบัติของวัสดุประเภทวิสโคอิลาสติกสามารถแสดงด้วยความสัมพันธ์ระหว่างโมดูลัสการคลายตัวที่เวลาต่างๆ การวัดการคลายความเค้น (stress relaxation) [5, [6] เป็นวิธีหนึ่งที่ใช้ในการทดสอบคุณสมบัติดังกล่าว โดยขึ้นทดสอบจะถูกยึดออกอย่างรวดเร็วด้วยความเค้นตั้งเริ่มแรกที่ทำให้วัสดุเกิดความเครียดขึ้นเล็กน้อย จากนั้นทำการวัดความเค้นที่ต้องใช้ในการคงความเครียดนั้นไว้เทียบกับเวลาที่อุณหภูมิคงที่ พบว่าเมื่อเวลาผ่านไปความเค้นที่ต้องใช้คงความเครียดจะลดลง สำหรับโมดูลัสการคลายตัวที่เกิดจากการคงความเครียดเฉือนสามารถคำนวณได้จากสมการ (2)

$$G(t) = \frac{\tau(t)}{\Delta \varepsilon} \quad (2)$$

โดยที่ $G(t)$ โมดูลัสการเฉือนคลายตัว ณ เวลา t
 $\tau(t)$ ความเค้นเฉือน ณ เวลา t
 ε ความเครียดที่ใช้ทดสอบ

2.3 ฟังก์ชันการเลื่อน WLF shift function

เนื่องจากคุณสมบัติที่ขึ้นกับอุณหภูมิ และเวลาทำให้สามารถสร้างกราฟโมดูลัสการคลายตัวหลักต่อเวลาที่อุณหภูมิอ้างอิง [2, [6] จากโมดูลัสการคลายตัวต่อเวลาที่อุณหภูมิต่างๆ โดยการเลื่อนกราฟไปตามแนวแกนเวลาซึ่งค่าฟังก์ชันการเลื่อนนั้นคำนวณได้โดยใช้ฟังก์ชันการเลื่อน WLF ดังแสดงในสมการ (3)

$$\log a_T = \frac{C_1(T - T_r)}{C_2 + (T - T_r)} \quad (3)$$

โดยที่ a_T ฟังก์ชันการเลื่อนของอุณหภูมิ T
 T อุณหภูมิใดๆจากการทดลอง
 T_r อุณหภูมิอ้างอิง
 C_1, C_2 ค่าคงที่

2.4 อนุกรมพอนี (Prony Series)

อนุกรมพอนีแสดงความสัมพันธ์ของโมดูลัสการคลายตัวที่เป็นฟังก์ชันของเวลาในรูปของสมการเชิงคณิตศาสตร์ [2, [6] เพื่อที่จะนำสมการนี้ไปแทนในแบบจำลองสมการความเค้นและความเครียดดังสมการ (1) อนุกรมพอนีเมื่อเขียนในรูปของสมการจะมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$G(t) = G_\infty + G_0 \sum_{i=1}^n \alpha_i e^{-t/\tau_i} \quad (4)$$

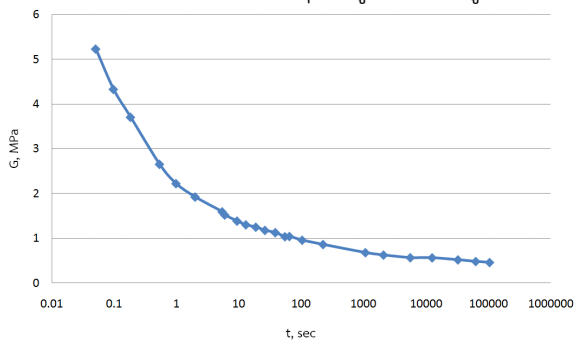
$$\alpha_i = \frac{G_i}{G_0} \tag{5}$$

โดยที่ G_∞ โมดูลัสเฉือน ณ เวลา $t = \infty$
 G_0 โมดูลัสเฉือน ณ เวลา $t = 0$
 α_i โมดูลัสสัมพัทธ์ (Relative modulus)
 τ_i เวลาการคลายตัว

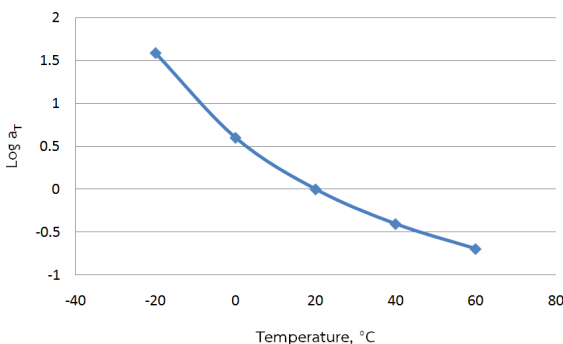
จากข้อมูลอ้างอิงสามารถใช้โปรแกรม ANSYS ในการคำนวณค่าโมดูลัสสัมพัทธ์และเวลาการคลายตัวดังแสดงในตารางที่ 1

3. ข้อมูลการทดสอบ และการสร้างแบบจำลอง

เนื่องจากข้อจำกัดทางด้านความพร้อมของโรงปฏิบัติการ ค่าคุณสมบัติของดินชั้นจรวดประเภท HTPB จึงเป็นข้อมูลอ้างอิง [1] โดยใช้ค่าโมดูลัสเฉือนคลายตัวที่อุณหภูมิ -20, 0, 20, 40 และ 60 องศาเซลเซียส และใช้ฟังก์ชันการเลื่อน WLF ให้ได้กราฟโมดูลัสการคลายตัวหลักที่อุณหภูมิอ้างอิง 20 องศาเซลเซียสดังรูปที่ 1 และจากสมการ (3) พบว่าค่าคงที่ C_1 มีค่า 2.47 และ C_2 มีค่า 102.2 ค่าฟังก์ชันการเลื่อนต่ออุณหภูมิแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 1 โมดูลัสการคลายตัวหลักที่อุณหภูมิ 20 องศาเซลเซียส



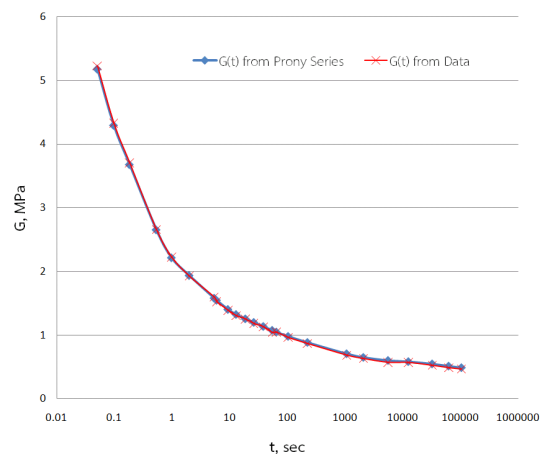
รูปที่ 2 ฟังก์ชันการเลื่อน WLF ที่อุณหภูมิต่างๆ

เมื่อนำค่าโมดูลัสการคลายตัวหลักที่อุณหภูมิอ้างอิงมาใส่ในโปรแกรม ANSYS เพื่อคำนวณหาความสัมพันธ์ในอนุกรมพอน์รี หรือค่าโมดูลัสสัมพัทธ์และเวลาการคลาย

ตัวดังแสดงในตารางที่ 1 โดยเมื่อนำค่าที่ได้แทนในสมการ (4) แล้วสร้างกราฟเปรียบเทียบดังรูปที่ 3 พบว่าอนุกรมพอน์รีสามารถแทนค่าโมดูลัสการคลายตัวหลักได้อย่างดี

ตารางที่ 1 โมดูลัสสัมพัทธ์และเวลาการคลายตัวในอนุกรมพอน์รี

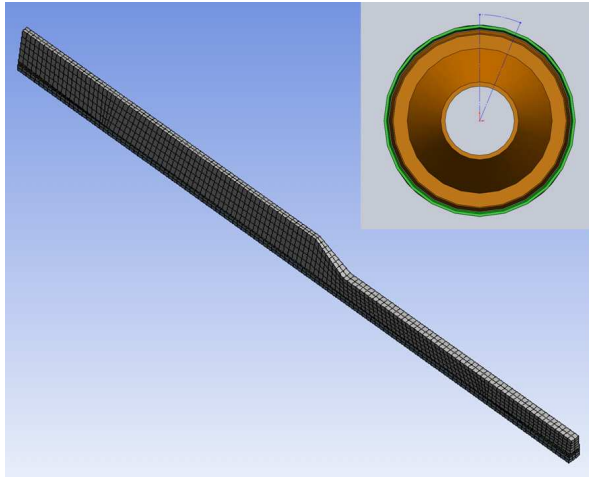
α_i	τ_i
4.3787E-01	3.1483E-02
2.9281E-01	3.1278E-01
1.0455E-01	3.7368E+00
4.1868E-02	3.1247E+01
2.8099E-02	2.1233E+02
2.6377E-02	1.2301E+03
1.7171E-02	5.3293E+04
1.3672E-08	1.0519E+05



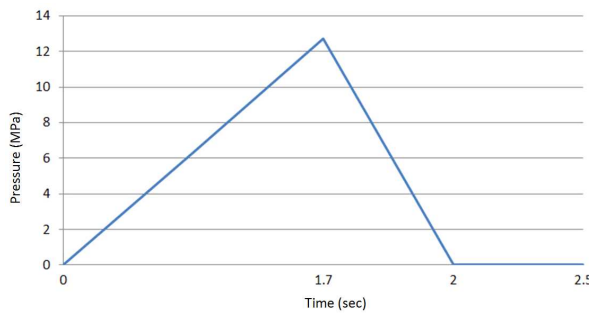
รูปที่ 3 เปรียบเทียบโมดูลัสการคลายตัวหลักจากข้อมูลกับค่าที่ได้จากการคำนวณด้วยอนุกรมพอน์รี

เมื่อได้อนุกรมพอน์รีแล้ว นำค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้มาใส่ในแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของดินชั้นจรวด ซึ่งเนื่องจากรูปร่างของดินชั้นจรวดมีลักษณะเป็นทรงกระบอก มีความสมมาตรตามแนวแกน (axis symmetry) จึงสามารถทำการวิเคราะห์โดยตัดมาเพียงส่วนหนึ่ง ซึ่งในการวิเคราะห์นี้ได้ใช้แบบจำลอง 1 ใน 16 ส่วนของดินชั้นจรวดดังแสดงในรูปที่ 4 โดยใช้เอลิเมนต์ทรงเหลี่ยมหกหน้า (hexahedral element) และมีความสัมพันธ์ของผิวสัมผัสระหว่างดินชั้นจรวดกับท่อแบบยึดติด (bonded connection)

ความดันและแรงจากความเร่งจากการยิงจรวดมีค่า 12.7 MPa และ 392.4 m/s² โดยความดันแปรผันกับเวลาดังแสดงในรูปที่ 5 และความเร่งมีค่าคงที่ตลอดระยะเวลา



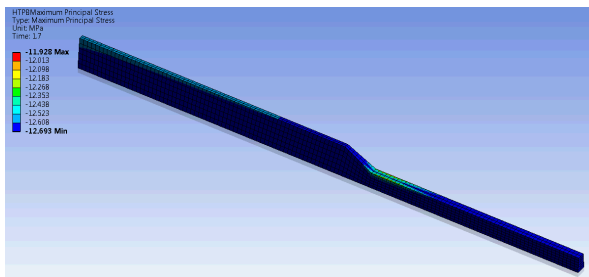
รูปที่ 4 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของดินขับจรวด



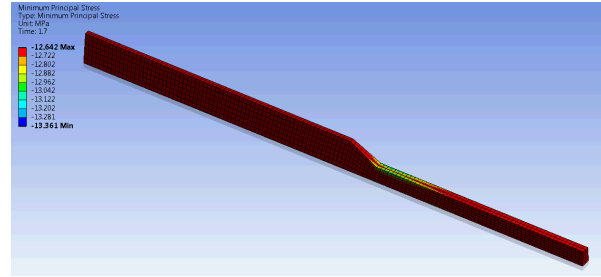
รูปที่ 5 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างเวลา และความดันขณะยิงจรวด

4. ผลการวิเคราะห์

ในการศึกษานี้จะพิจารณาเฉพาะความแข็งแรงของดินขับจรวด โดยผลจากการวิเคราะห์พบว่าความเค้นในทิศทางหลักสูงสุด (Maximum principal stress) ของดินขับมีค่า -11.93 MPa ความเค้นในทิศทางหลักต่ำสุด (Minimum principal stress) -13.36 MPa ณ เวลา 1.7 วินาที โดยเกิดขึ้นที่ผิวด้านในของดินขับจรวดดังแสดงในรูปที่ 6 และรูปที่ 7 ตามลำดับ



รูปที่ 6 การกระจายตัวของความเค้นในทิศทางหลักสูงสุด



รูปที่ 7 การกระจายตัวของความเค้นในทิศทางหลักต่ำสุด

5. สรุปผลการวิเคราะห์

จากการวิเคราะห์ความแข็งแรงของดินขับจรวดที่มีพฤติกรรมแบบวิสโคอีลาสติกภายใต้แรงดัน และความเร่งซึ่งเกิดเมื่อยิงจรวด โดยการใช้ฟังก์ชันการเลื่อน และอนุกรมโพร์นในการแสดงข้อมูลอ้างอิงของโมดูลัสการคลายตัวเพื่อการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์พบว่าค่าความเค้นสูงสุดเกิดขึ้นบริเวณผิวด้านในของดินขับจรวด และมีค่าสูงกว่าความต้านทานแรงดึงสูงสุดของดินขับจรวด (Tensile strength) ซึ่งมีค่าโดยเฉลี่ยอยู่ระหว่าง 7-8 MPa [7] จึงควรมีการลดความดันสูงสุดขณะยิงหรือทำการปรับเปลี่ยนรูปร่างของดินขับเพื่อลดค่าความเค้นสูงสุด อย่างไรก็ตามเนื่องจากดินขับจรวดมีสูตรเคมีที่หลากหลายแตกต่างกันทำให้ค่าคุณสมบัติเชิงกลมีความต่างกัน ดังนั้นการทำการทดลองเพื่อเก็บข้อมูลของดินขับจรวดที่จะใช้ในการออกแบบนั้นจึงมีความสำคัญ และจำเป็นอย่างยิ่งในการวิจัยต่อไปเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ถูกต้องและแม่นยำยิ่งขึ้น

6. เอกสารอ้างอิง

- [1] Jung, G.D. and Youn, S.K. (1998). A nonlinear viscoelastic constitutive model of solid propellant, International Journal of Solids and Structures, Vol. 36, pp. 3755-3777
- [2] ANSYS, Inc. ANSYS 14.0 Mechanical APDL Theory Reference
- [3] Sheldon Imaoka (June 2008), STI0807B Viscoelasticity
- [4] จารุธรรม สังข์ปาน. วิทยานิพนธ์เรื่อง การวิเคราะห์สมบัติวิสโคไฮเปอร์อีลาสติกของยางคงรูปที่อุณหภูมิแตกต่างกัน (2550), สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
- [5] สมบัติทางกลของพอลิเมอร์ (Mechanical Properties of Polymers),



URL:[http://e-book.ram.edu/e-book/m/MY318\(51\)/MY318-2.pdf](http://e-book.ram.edu/e-book/m/MY318(51)/MY318-2.pdf), เข้าดูเมื่อวันที่ 28/02/2555.

[6] Constitutive Models - Relations between Stress and Strain,

URL: http://solidmechanics.org/text/Chapter3_6/Chapter3_6.htm, access on 17/11/2011.

[7] Agrard Lecture Series No.150, Design Methods in Solid Rocket Motors, Revised Version 1988