

## การประมาณมุมเอียงโดยคาลมานฟิลเตอร์และตัวตรวจรู้ราคาถูก Inclination Angle Estimation Using Kalman Filter and Low-Cost Sensors

วัชรพล บิลพะยี่หมัด<sup>1\*</sup>, ช่อ วิทิต ฉัตรรัตนกุลชัย<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ห้องปฏิบัติการควบคุมหุ่นยนต์และการสัมผัสเทียม (CRVLAB) ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์  
อ.จตุจักร จ.กรุงเทพฯ 10900  
\*wacharapol\_ku@hotmail.com, 0860554465

### บทคัดย่อ

หุ่นยนต์ในสายงานต่างๆ เช่น หุ่นยนต์ที่ทรงตัวด้วยตัวเอง ล้วนต้องการเครื่องมือวัดมุมเอียงที่แม่นยำและสามารถตอบสนองได้ที่มีความถี่สูงเพื่อรักษาภาวะสมดุล ตัวตรวจรู้เช่น inclinometer มีความหน่วงทางด้านพลศาสตร์และช่วงความถี่ที่จำกัด ฉะนั้นจึงไม่สามารถวัดมุมเอียงได้แม่นยำที่มีความถี่สูง, ไจโรสโคป ราคาถูกมีไบแอสและสเกลลิงที่เอาต์พุต การอินทิเกรต ไจโรเอาต์พุต ก่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนในมุมที่อ่านได้ นั่นคือไม่เหมาะสมที่จะวัดมุมเอียงจากไจโรสโคปเพียงอย่างเดียว วิธีอื่นคือการให้ตัวตรวจรู้ความเร่งแบบ 2 แกน วัดความเร่งเชิงมุมของเฟรมหมุน จากนั้นจึงคำนวณหามุมเอียงได้ อย่างไรก็ตามสัญญาณความเร่งมีความไวต่อการสั่นที่ความถี่สูงผลที่ได้จึงมีสัญญาณรบกวนมาก ในบทความนี้เราใช้ ตัวสังเกตแบบคาลมานฟิลเตอร์ สำหรับรวบรวมข้อมูลของ inclinometer ราคาถูก, ไจโรสโคป และตัวตรวจรู้ความเร่ง สำหรับสร้างเครื่องมือวัดมุมเอียงอย่างแม่นยำ จากผลการทดลองแสดงให้เห็นว่ามุมที่ประมาณได้จากตัวสังเกตคาลมาน สามารถให้มุมเอียงที่แม่นยำที่ความถี่ต่างๆ เทคนิคการประมาณมุมเอียงนี้สามารถประยุกต์ใช้ได้กับ หุ่นยนต์ทรงตัวด้วยตัวเอง หุ่นยนต์บินหรือการควบคุมยานพาหนะต่างๆ

**คำหลัก:** คาลมานฟิลเตอร์ เครื่องมือวัดมุมเอียง, ไจโรสโคป

### Abstract

Many fields of robot, such as those of self-balancing robot, need accurate and high-bandwidth tilt measurement to achieve stability. Tilt sensor, such as inclinometer, has its own slow dynamic with limited bandwidth and therefore cannot provide the correct tilt information at high frequencies. The low-cost rate gyro has an unknown bias and scaling in their output. Integrating the gyro output results in drift term in the estimated angle; therefore, it is not suitable in practical to measure inclination angle from only rate gyro. Another method is to use a two-axis accelerometer to measure the acceleration of the rotating frame from which inclination angle can be calculated; however, the acceleration signal is sensitive to high-frequency vibration that can produce noisy output. In this paper, we use an optimal linear state estimator (Kalman filter) for combining data from low-cost inclinometer, rate gyroscope, and accelerometer to produce an accurate angle measurement. The experimental result shows that the estimated angle from the optimal

linear state estimator (Kalman filter) provide accurate inclination angle in various frequency ranges. Potential uses of this angle measurement technique are tilt measurement in self-balancing robot, flying robot, and vehicle control.

**Keywords:** Kalman filter, Tilt measurement, gyroscope

## 1. บทนำ

หุ่นยนต์ในสายงานต่าง ๆ เช่น หุ่นยนต์ที่ทรงตัวด้วยตัวเอง ล้วนต้องการเครื่องมือวัดมุมเอียงที่แม่นยำ และสามารถตอบสนองได้ที่มีความถี่สูงเพื่อรักษาภาวะสมดุล ตัวตรวจวัดโดยทั่วไปเช่น inclinometer มีความหน่วงทางด้านพลศาสตร์และตอบสนองการสั่นที่ช่วงความถี่ที่จำกัด[1] ฉะนั้นจึงไม่สามารถวัดมุมเอียงได้แม่นยำที่ความถี่สูง, ไจโรสโคป ราคาถูกมีไบแอสและสเกลลิ่งที่เอาต์พุต การอินทิเกรตใจโรเอาท์พุตก่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนในมุมที่อ่านได้(ไจโรดริฟ) นั่นคือไม่เหมาะสมที่จะวัดมุมเอียงจากไจโรสโคปเพียงอย่างเดียว วิธีอื่นคือการให้ตัวตรวจวัดความเร่งแบบ 2 แกน วัดความเร่งเชิงมุมของเฟรมหมุน[2] จากนั้นจึงคำนวณหามุมเอียงได้ อย่างไรก็ตาม สัญญาณความเร่งมีความไวต่อการสั่นที่ความถี่สูงผลที่ได้จึงมีสัญญาณรบกวนมาก นอกจากนั้น[3]ได้ใช้ตรวจวัดความเร่งสำหรับรีเซตค่าไจโรสโคปเมื่อหุ่นไม่เคลื่อนที่ แต่พบว่าการสั่นสะเทือนจากการเคลื่อนที่ทำให้ตัวตรวจวัดไม่แม่นยำ [4]ได้ปรับปรุงสัญญาณจาก inclinometer ด้วย low-pass filter และใช้ high-pass filter กับสัญญาณจากไจโรสโคป จากนั้นมุมเอียงได้จากการรวมสองสัญญาณเข้าด้วยกันสามารถวัดมุมเอียงได้ดีที่ความถี่ต่ำ [5]พัฒนา switching algorithm ในการรวมสัญญาณจากไจโรสโคปและตัวตรวจวัดความเร่งและสามารถวัดมุมเอียงได้ที่ความถี่ต่ำ แต่พบว่ามีปัญหาเกี่ยวกับไบแอสจากไจโรสโคปที่ไม่สามารถกำจัดได้ [6]ใช้ Inclinometer ร่วมกับไจโรสโคปและใช้ตัวสังเกตแบบ Luenberger observer มาประมาณมุมเอียง

บทความนี้เราใช้ คาลมานฟิลเตอร์[7] ซึ่งเป็นตัวสังเกตสถานะแบบเหมาะสมที่สุด (Optimal observer) สำหรับรวบรวมข้อมูลของ inclinometer ราคาถูก, ไจ

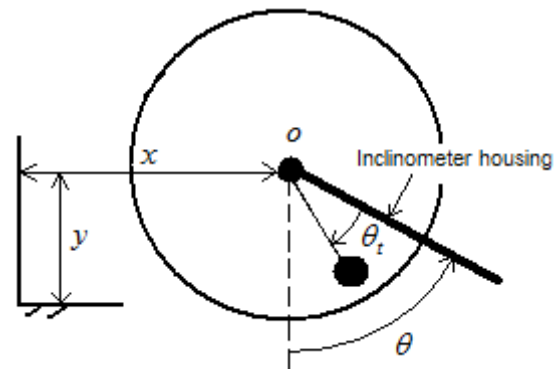
โรสโคป และตัวตรวจวัดความเร่ง แล้วประมาณมุมเอียงที่แท้จริงออกมา เพื่อให้ได้เครื่องมือวัดมุมเอียงที่แม่นยำและสามารถตอบสนองการสั่นที่ความถี่ต่าง ๆ ได้

จากผลการทดลองแสดงให้เห็นว่ามุมที่ประมาณได้จากคาลมานฟิลเตอร์ สามารถให้มุมเอียงที่แม่นยำที่ความถี่ต่าง ๆ เทคนิคการประมาณมุมเอียงนี้สามารถประยุกต์ใช้ได้กับ หุ่นยนต์ทรงตัวด้วยตัวเอง หุ่นยนต์บิน หรือการควบคุมยานพาหนะต่างๆ

ในบทความนี้หัวข้อที่ 2 กล่าวถึงแบบจำลองและสมรรถนะของ หัวข้อที่ 3 กล่าวถึงการออกแบบตัวสังเกตเพื่อประมาณมุมเอียง ผลการทดลองได้กล่าวถึงในหัวข้อที่ 4 และข้อสรุปกล่าวในหัวข้อสุดท้าย

## 2. แบบจำลองและสมรรถนะของตัวตรวจวัด

### 2.1 Inclinometer

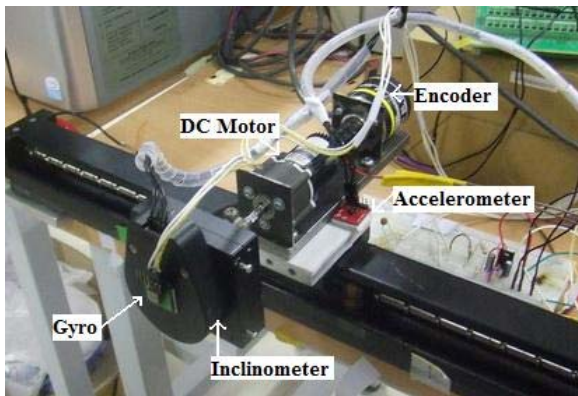


รูปที่ 1 ระบบ inclinometer ชนิดลูกตุ้มภายใน

เราใช้ Optical inclinometer รุ่น US digital T6 ความละเอียด 2500 ครั้ง/รอบ วัดมุมเอียงของลูกตุ้มภายในเทียบกับตัวเรือนภายนอก รูปที่ 1 แสดงระบบ Inclinometer จากการที่ลูกตุ้มมีความหน่วงในตัวมันเองมุมที่วัดได้  $\theta_t$  จึงมีความแม่นยำเฉพาะที่ความถี่ต่ำ ขณะที่มุมเอียงจริงคือ  $\theta$  เพื่อที่จะสังเกตพฤติกรรม

ทางพลศาสตร์ของ Inclinometer เราได้ติดตั้ง Inclinometer กับชุดทดลอง จาก รูปที่ 2 แสดงโครงสร้างของระบบทดลองอุปกรณ์วัดมุมเอียง ซึ่งประกอบด้วย Inclinometer, ไจโรสโคป, ตัวตรวจรู้ความเร็ว, มอเตอร์กระแสตรง และ Encoder เพื่อวัดมุมที่ได้เทียบกับมุมเอียงที่แท้จริงที่มาจาก Encoder

ทำการป้อนสัญญาณ Sine wave ที่ความถี่แปรผันตั้งแต่ 0.25 Hz จนถึง 2 Hz ภายในเวลา 60 วินาที รูปที่ 4 แสดงผลตอบสนองมุมเอียงเทียบกับเวลา ของ Inclinometer เอาต์พุต  $\theta_t$  เทียบกับมุมเอียงจริงที่วัดได้จาก Encoder ( $\theta$ ) จากรูปที่ 4 ที่ความถี่สูงขึ้น Inclinometer ให้มุมเอียงที่คลาดเคลื่อนทั้งขนาดและมุมเฟส



รูปที่ 2 แสดงโครงสร้างระบบทดลอง

สมการการเคลื่อนที่ของระบบจากรูปที่ 1 โดยไม่คิดค่า  $y$  สามารถหาได้จากกฎของนิวตัน คือ

$$J(\ddot{\theta} - \ddot{\theta}_t) = c\dot{\theta} - mgl \sin(\theta - \theta_t) - ml\ddot{x} \cos(\theta - \theta_t) \quad (1)$$

โดยที่  $J$  คือโมเมนต์ความเฉื่อย,  $m$  คือมวลของ pendulum,  $l$  คือระยะจากจุดหมุนถึงมวล pendulum และ  $c$  คือ ค่าคงที่ความหน่วง ทำให้เป็นเชิงเส้นรอบจุด zero equilibrium point และแปลงลาปลาซ ก็จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนดังสมการ

$$\Theta_t(s) = \frac{s^2 + (mgl/J)}{s^2 + (c/J)s + (mgl/J)} \Theta(s) + \frac{(ml/J)s^2}{s^2 + (c/J)s + (mgl/J)} X(s) \quad (2)$$

โดยที่  $\Theta_t(s)$ ,  $\Theta(s)$ ,  $X(s)$  คือ การแปลงลาปลาซของ  $\theta_t(t)$ ,  $\theta(t)$ ,  $x(t)$  ตามลำดับ

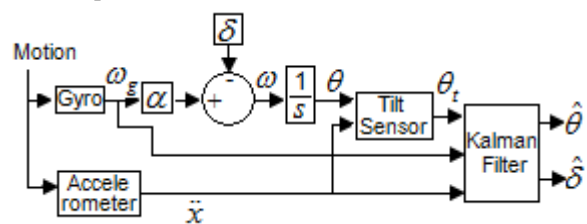
[6] ได้หาตัวแปรที่ไม่ทราบค่า  $J/c$  และ  $ml/c$  ของ Inclinometer รุ่นนี้ โดยใส่สัญญาณแปรผันความถี่ให้กับมอเตอร์ จากนั้นนำสัญญาณที่ได้จาก encoder และ inclinometer ไปคำนวณโดยเทคนิค Linear least square ได้ค่า  $J/c = 0.0022$  และ  $ml/c = 1.0314$

## 2.2. ไจโรสโคปและตัวตรวจรู้ความเร็ว

เราใช้โอเลคทรอนิกส์ไจโรสโคปรุ่น IDG500 ในการศึกษาพฤติกรรมทางพลศาสตร์ ของไจโรสโคป เราติดตั้งที่ตำแหน่งเดียวกันกับ Inclinometer และป้อนสัญญาณเดียวกันให้แก่มอเตอร์ ผลตอบสนองของไจโรสโคป  $\omega_g$  เทียบกับความเร็วเชิงมุมที่ได้จาก Encoder แสดงในรูปที่ 5 จากภาพเอาต์พุตจากไจโรสโคปมี bias ประมาณ 5.9 rad/s หลังจากหัก bias ออกและจากการอินทิเกรตสัญญาณ จะได้มุมเอียงดังรูปที่ 6 จากรูปที่ 6 แสดงถึงความผิดพลาดในขนาดของมุมเอียง (ไจโรดริฟ) ที่ได้จากการอินทิเกรตเอาต์พุตจากไจโรสโคป ทำให้เกิด bias ที่ไม่ทราบค่าและแปรผันกับเวลา สัญญาณ ความเร็วในแนวระดับ  $\ddot{x}$  ใน(1) สามารถวัดได้จาก ตัวตรวจรู้ความเร็ว

## 3. การออกแบบตัวสังเกตเพื่อประมาณมุมเอียง

เราได้พัฒนาตัวสังเกตสถานะแบบเหมาะสมที่สุด (Optimal observer) หรือ คาลมานฟิลเตอร์ เพื่อประมาณมุมเอียงที่แท้จริง  $\theta$  รูปที่ 3 แสดงบล็อก ไดอะแกรม การประมาณค่าสถานะโดยมีสัญญาณอินพุตคือ  $\omega_g$  จากไจโรสโคป,  $\theta_t$  จาก inclinometer และ  $\ddot{x}$  จากตัวตรวจรู้ความเร็ว



รูปที่ 3 บล็อกไดอะแกรมการประมาณค่าสถานะ

จากสมการถ่ายโอนของระบบ (1) สามารถจัดให้อยู่ในปริภูมิสถานะแบบ observable-canonical-form

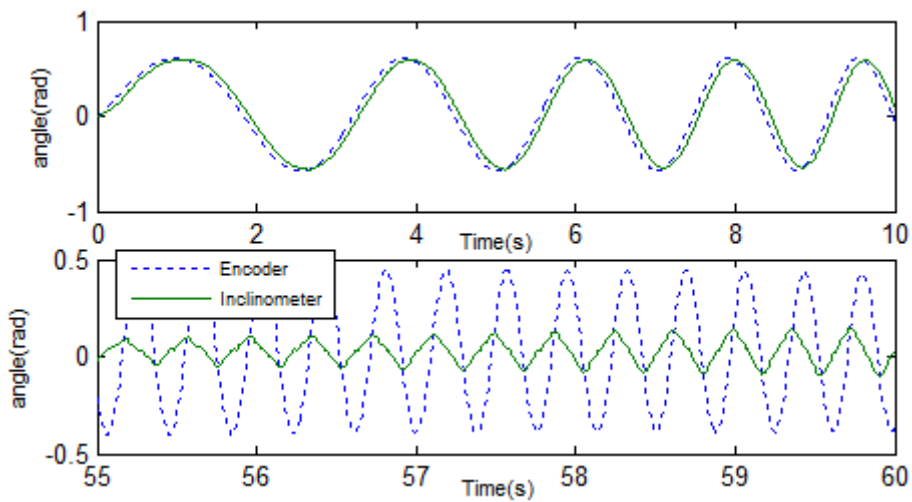
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c/J & 1 \\ -mgl/J & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -c/J \\ 0 \end{bmatrix} \theta + \begin{bmatrix} 0 \\ ml/J \end{bmatrix} \ddot{x}$$

$$\theta_t = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \theta + v_t \quad (3)$$

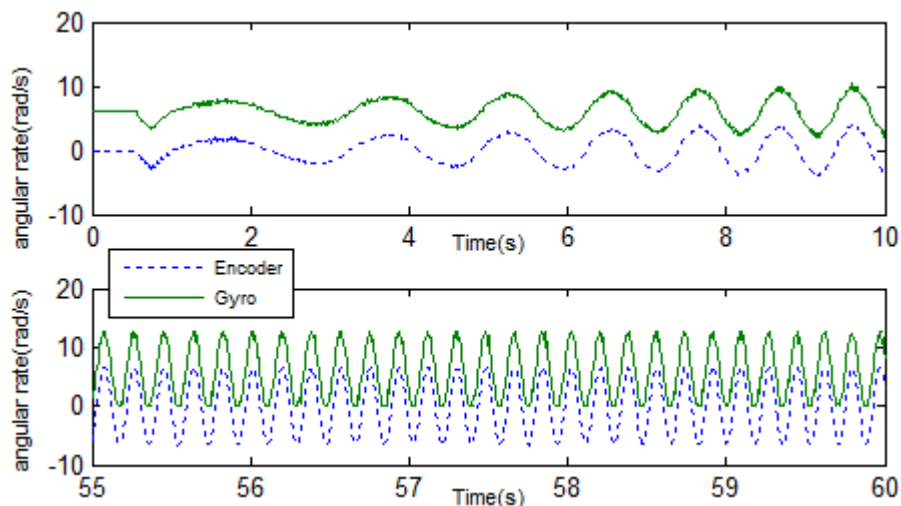
โดยที่  $v_t$  คือ Inclinometer measurement noise แบบจำลองใจโรสโคปสามารถแสดงได้ด้วยสมการ

$$\omega_g = \frac{1}{\alpha}(\dot{\theta} + \delta) + v_g \quad (4)$$

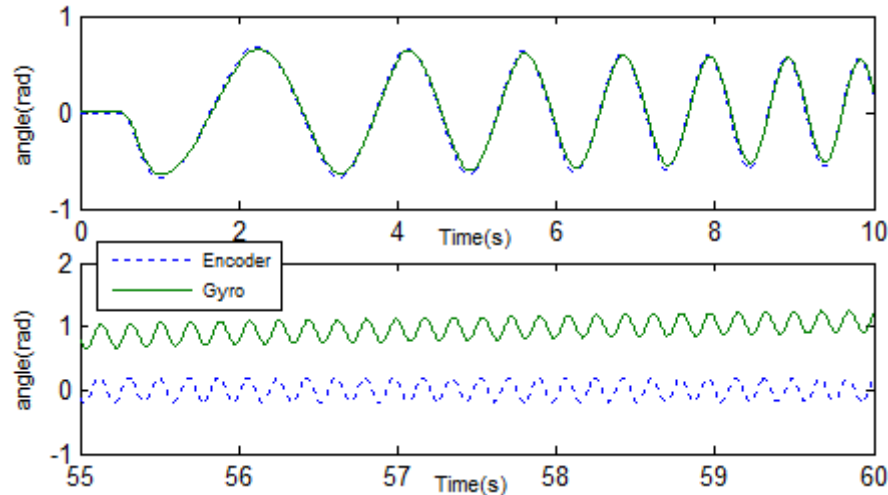
โดยที่  $\omega_g$  คือความเร็วเชิงมุมที่ได้จากใจโรสโคป,  $\dot{\theta}$  คือความเร็วเชิงมุมจริง,  $v_g$  คือ gyro measurement noise,  $\delta$  และ  $\alpha$  คือ bias และ scaling factor ตามลำดับ



รูปที่ 4 มุมเอียงที่ได้จาก Inclinometer และ Encoder



รูปที่ 5 ความเร็วเชิงมุมจาก ใจโรสโคป และ Encoder



รูปที่ 6 มุมเอียงจากEncoderและจากอินทิเกรตสัญญาณไจโรสโคป

สำหรับแบบจำลอง ไจโร bias เราใช้สมการ

$$\dot{\delta} = v_b \quad (5)$$

โดยที่  $v_b$  คือ White noise

จาก (3) และ (4) เราจะได้สมการปริภูมิสถานะ

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\theta} \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c/J & -c/J & 1 \\ 0 & 0 & -mgl/J & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \alpha & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & ml/J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_g \\ \ddot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha \\ 0 & 0 & 0 \\ ml/J & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_b \\ v_g \end{bmatrix}$$

$$\theta_t = [0 \quad 1 \quad 1 \quad c] \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + v_t \quad (6)$$

โดยที่  $v_x$  คือ Accelerometer measurement noise ซึ่งอยู่ในรูปแบบมาตรฐานของ

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Az + Bu + Gv \\ \theta_t &= Cz + v_t \end{aligned}$$

โดยที่ คาลมานฟิลเตอร์ [2] ได้จาก

$$\dot{\hat{z}} = A\hat{z} + L(\theta_t - C\hat{z}) + Bu \quad (7)$$

หา ค่าอัตราขยายคาลมาน  $L$  ได้จากสมการ

$$L = PC^T R^{-1} \quad (8)$$

และ Error Covariance ARE

$$AP + PA^T + GQG^T - PC^T R^{-1} CP = 0 \quad (9)$$

โดยที่  $P$  คือ Steady-state error covariance,  $Q$  และ  $R$  คือ state weighting matrix และ control weighting matrix ตามลำดับ เลือก

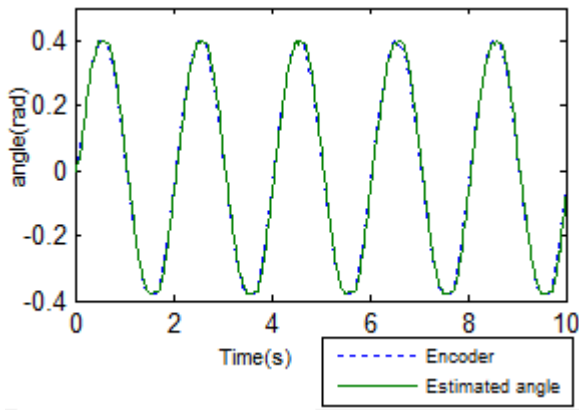
$Q = \text{diag}\{0.1 \quad 0.1 \quad 0.1 \quad 0.1\}$  และ  $R = 0.01$

จาก(9) และ (8) เราจะได้ อัตราขยายคาลมาน

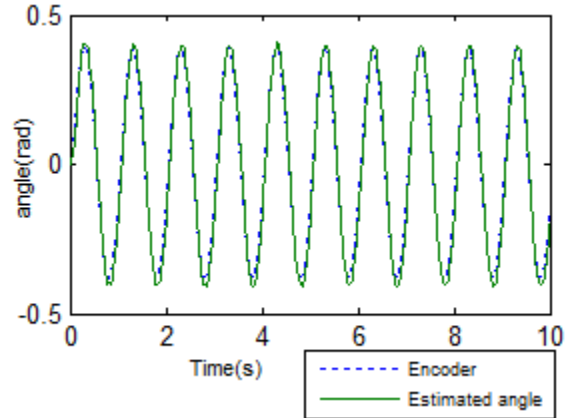
$$L = [-1.1 \quad 0.95 \quad -0.47 \quad 226.53]^T$$

#### 4. ผลการทดลอง

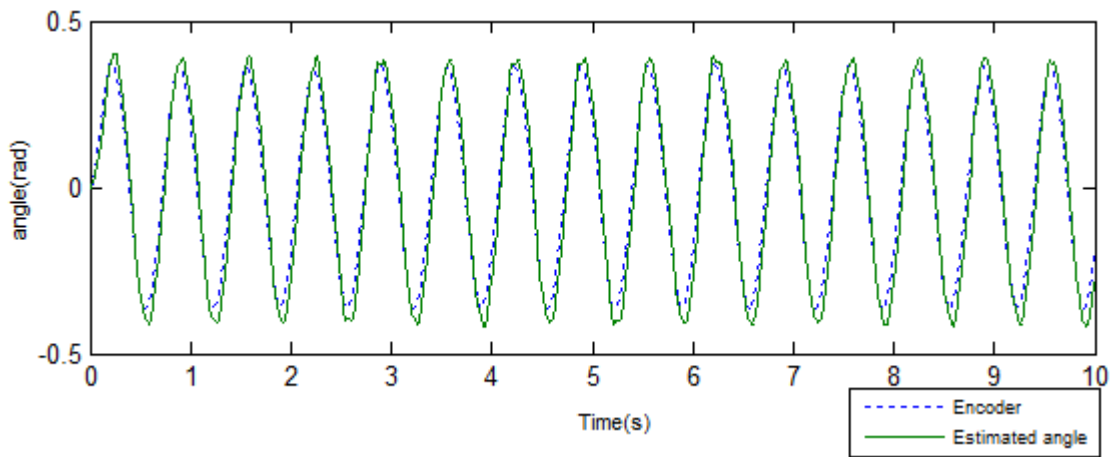
เราได้ทดลองตัวสังเกตสถานะที่ออกแบบไว้ในหัวข้อที่ 3 โดยการหมุนกลับไปกลับมาตามสัญญาณ sine wave และไม่มีความเร็วในแนวระดับ อุปกรณ์วัดมุมเอียงได้ถูกติดตั้งศูนย์กลางการหมุน แผ่นผังก่อการทดลองแสดงในรูปที่10 ประกอบด้วยอุปกรณ์ทดสอบการวัดมุมเอียง, Host computer และ Target computer รูปที่ 7, 8, 9 แสดงค่าประมาณมุมเอียงจากตัวสังเกตเทียบกับมุมเอียงจริงที่ได้จาก Encoder ที่ความถี่เท่ากับ 0.5,1 และ 1.5 Hz ตามลำดับ จากรูปแสดงให้เห็นว่ามุมที่ประมาณได้จากคาลมานฟิลเตอร์ ให้ผลที่แม่นยำ มีความผิดพลาด น้อยลงและตอบสนองได้อย่างรวดเร็ว



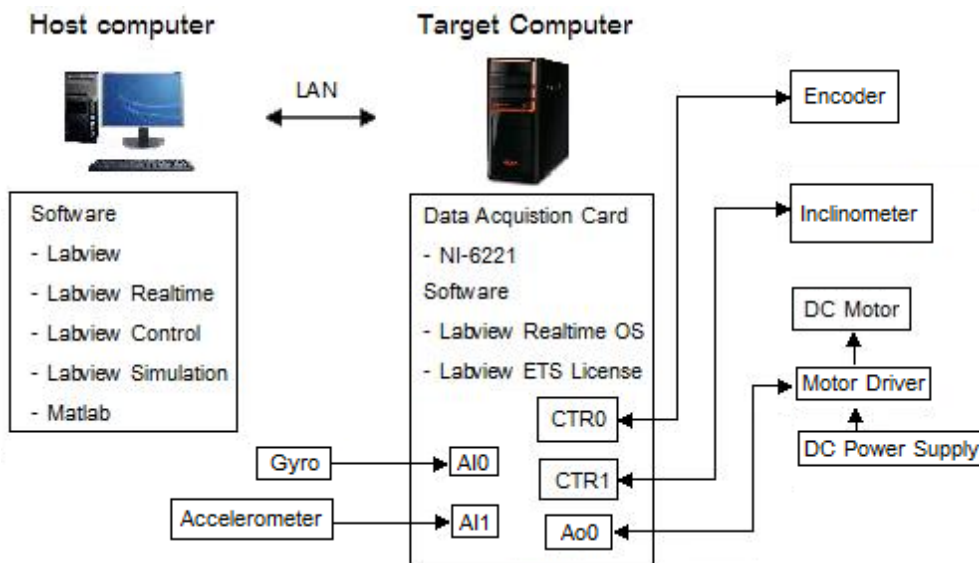
รูปที่ 7 มุมประมาณที่ความถี่ 0.5 Hz



รูปที่ 8 มุมประมาณที่ความถี่ 1 Hz



รูปที่ 9 มุมประมาณที่ความถี่ 1.5 Hz



รูปที่ 10 แผนผังการต่อการทดลอง



## 5. สรุป

เราได้พัฒนาเครื่องมือวัดมุมเอียงโดยใช้ตัวสังเกตสถานะแบบเหมาะสมที่สุด (Optimal observer) หรือคัลมานฟิลเตอร์ ร่วมกับตัวตรวจรู้ราคาถูกในการประมาณมุมเอียงให้มีความแม่นยำ เราได้ทดลองโดยการใส่สัญญาณอินพุตความถี่ sine wave ที่ค่าความถี่ต่าง ๆ กัน ผลจากการทดลองแสดงให้เห็นว่า มุมที่ได้จากการประมาณให้ผลตอบสนองที่ดี มีความผิดพลาดน้อยทั้งขนาดและมุมเพสเมื่อเทียบกับมุมเอียงจริงที่วัดได้จาก Encoder เราสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในหุ่นยนต์ต่าง ๆ ที่ต้องอาศัยเครื่องมือวัดมุมเอียงที่แม่นยำและตอบสนองต่อความถี่ได้อย่างรวดเร็ว

## 7. เอกสารอ้างอิง

- [1] Leavitt, J., Sideris, A. and Bobrow, J.E. (2006). High bandwidth tilt measurement using low-cost sensors, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol.11(3), June 2006, pp.320 – 327
- [2] Vaganay, J. Aldon, M.J. and Fournier, A. (1993). Mobile robot attitude estimation by fusion of inertial data, Proceedings of IEEE International Conference on Robotic and Automation, 1993, Atlanta, GA, USA
- [3] Ojeda, L., Borenstein, J.(2002). Fuzzy Logic Expert Rule-based Position Estimation for Mobile Robots on Rugged Terrain. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2002, Washington, DC, USA
- [4] Baerveldt, A.J., Klang, R. (1996). A low-cost and low weight attitude estimation system for an autonomous helicopter. , Proceeding of IEEE

International Conference on System Intelligent Engineering, 1997, Budapest, Hungary

[5] Rehlinger, H., Hu, X. (2004). Drift-free attitude estimation for accelerated rigid bodies, Automatica, No.40, 2004, pp.653 – 659

[6] Chatlatanagulchai, W., Yaovaja, K. and Siritanapipat, T. (2008). Design of servo systems for a two-wheeled robot using integretors-augmented observer-based LQR, Journal of Research in Engineering and Technology, vol. 5(4), October 2009, pp. 407 – 432

[7] Lewis, F.L., Syrmos, V.L. (1995). Optimal Control, John Wiley & Sons, New York

