การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 18
18-20 ตุลาคม 2547 จังหวัด-ขอนแก่น

การประยุกต์ใช้สมการคอนสทิทิวทีฟของชาร์บอร์เช่สำหรับศึกษาพฤติกรรมการแปลงรูปของวัสดุในกระบวนการตีขึ้นรูปร้อน

Application of Chaboche's Constitutive Equations for Study Deformation Behaviour of Materials in Hot Forging Processes

สุรศักดิ์ สุรนันทชัย[1] สมชาย ลักษณะสิทธิพันธ์[2]
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องมือและวัสดุ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
91 ถนนประชาอุทิศ แขวงบางมด เขตทุ่งครุ กทม. 10140
โทร 0-2470-9211 โทรสาร 0-2872-9080 E-mail: surasak.sur@kmutt.ac.th[1], mbon16@yahoo.com[2]

Surasak Suranuntchai[1] Somchai Laksanasittiphan[2]
Department of Tool and Materials Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkut's University of Technology Thonburi,
Bangkok, 10140, Thailand
Tel: 0-2470-9211 Fax: 0-2872-9080 E-mail: surasak.sur@kmutt.ac.th[1], mbon16@yahoo.com[2]

บทคัดย่อ

ความแม่นยำของการวิเคราะห์ปัญหาในงานขึ้นรูปโลหะ โดยทั่วไปแล้วจะได้มาจากความถูกต้องของการเลือกใช้สมการ ที่สามารถอธิบายพฤติกรรมการแปลงรูปของวัสดุภายใต้แรงที่มากระทำ หรืออาจกล่าวได้ว่าเป็นความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด ซึ่งเรียกสมการของความสัมพันธ์ดังกล่าวนี้ว่าสมการคอนสทิทิวทีฟ ดังนั้นวัตถุประสงค์หลักที่สำคัญของงานวิจัยนี้เพื่อต้องการให้ทราบถึงวิวัฒนาการตลอดจนความสำคัญของการเลือกใช้งานสมการคอนสทิทิวทีฟ ทั้งนี้เพื่อนำไปสู่การพัฒนาสมการคอนสทิทิวทีฟที่เหมาะสมสำหรับปัญหากระบวนการตีขึ้นรูปร้อน โดยในการดำเนินงานวิจัยครั้งนี้จะเริ่มต้นจากการศึกษาถึงวิวัฒนาการของสมการคอนสทิทิวทีฟ ที่ถูกนำมาใช้เพื่อทำแบบจำลองกระบวนการขึ้นรูปโลหะก้อน โดยอาศัยการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ อนึ่งจากผลการสำรวจบทความวิจัยที่ผ่านมาสามารถสรุปได้ว่า สมการคอนสทิทิวทีฟของชาร์บอร์เช่มีความเหมาะสมที่จะทำ การศึกษา ทั้งนี้เนื่องจากให้ผลการทำนายที่มีความแม่นยำสูงโดย เฉพาะอย่างยิ่งในการวิเคราะห์งานขึ้นรูปโลหะก้อนที่อุณหภูมิสูง ในงานวิจัยนี้ ไฟไนต์เอลิเมนต์ซอฟท์แวร์ทางด้านเชิงพาณิชย์ชื่อโปรแกรม MSC.Metat2003 ได้ถูกนำมาใช้เพื่อเป็นเครื่องมือช่วยแก้สมการ ดิฟเฟอร์เรนเชียลของปัญหาการขึ้นรูปโลหะดังกล่าว ทั้งนี้ได้ดำเนินการทดสอบเพื่อพิสูจน์ให้เห็นจริงถึงความแม่นยำของการทำนาย สำหรับสมการคอนสทิทิวทีฟของชาร์บอร์เช่ กับปัญหาการแปลงรูปของวัสดุภายใต้แรงกระทำใน 2 กรณีด้วยกัน กล่าวคือ การดึงชิ้นงานอะลูมิเนียมด้วยแรงในแนวแกนเดียวที่อุณหภูมิห้อง และการตีย่นขึ้นรูปกับชิ้นงานที่เป็นวัสดุทองแดงบริสุทธิ์ทดลองที่อุณหภูมิ 500 องศาเซลเซียส โดยทำการตีย่นขึ้นรูปไป 39.4 เปอร์เซ็นต์ เมื่อนำผลจากการคำนวณที่ได้จากเทคนิคไฟไนต์เอลิเมนต์มาเปรียบเทียบกับผลการทดลอง พบได้ว่ามีความสอดคล้องอยู่ในระดับที่ดี จนสามารถยอมรับได้ว่ามีความแม่นยำของการทำนายที่ดี

Abstract

In general, the accuracy in metal forming analysis is based on the equations, which can precisely predicted the relationship of forming forces and deformation of shape. This can be related by the stresses and strains that are defined in the constitutive equations. Thus, the main objective of this research is to point out its benefits and the evolution of constitutive equations that lead to later development, which include the appropriated decision of constitutive equations on hot forging processes. In the current work, the literatures were reviewed up to the evolution of the constitutive equations used in the simulation of bulk metal forming processes by Finite Element (FE) Method analysis. The summarized results from previous researchers have been shown that good accuracy of Chaboche's constitutive equation, which was capable to analyze the bulk metal forming processes at high temperature. In this research, the commercial FE program called MSC.Mentat2003 had been used to solve the differential equations in the metal forming processes. The accuracy of the predicted results from Chaboche's constitutive equations had

been clarified by two forming processes, which included uniaxial tension test for aluminum at room temperature and upsetting process for pure copper. The material of pure copper was preheated to 500 ^{0}C and then it was compressed to 39.4 percent in height. The comparisons of the simulation results and the experimental data showed a good accordance at an acceptable level.

1. บทนำ

อุตสาหกรรมภายในประเทศไทย ในปัจจุบันเทคโนโลยีการขึ้นรูปโลหะนั้นมีความสำคัญและมีการใช้งานอย่างกว้างขวาง และในอนาคตทิศทางการเจริญเติบโตมีแนวโน้มว่าจะมีความสำคัญมากยิ่งขึ้น เป็นเพราะว่ากระบวนการขึ้นรูปโลหะนั้นมีข้อได้เปรียบในด้านที่เกี่ยวกับการประหยัดเนื้อวัสดุ เนื่องจากไม่มีการสูญเสียเนื้อวัสดุ นอกจากนี้งานที่ได้ยังมีความแข็งแรงและความหนาแน่นสูง ใช้เวลาในการผลิตต่ำ ตลอดจนผลผลิตสูง ทำให้ราคาต้นทุนในการผลิตต่ำกว่าวิธีอื่น แต่ต้องมีปริมาณการผลิตที่ไม่ต่ำเกินไป เนื่องจากแม่พิมพ์และเครื่องจักรที่ใช้มีราคาต้นทุนค่อนข้างสูง กรรมวิธีในการขึ้นรูปโลหะนั้นมีหลายชนิด เช่น การตีขึ้นรูป การอัดขึ้นรูปและการดึงขึ้นรูป เป็นต้น วิธีการเลือกใช้ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการแต่หลักการที่สำคัญในการขึ้นรูปก็คือ การออกแบบและสร้างแม่พิมพ์ จะต้องทำให้ผลิตภัณฑ์ที่ได้มีคุณภาพสูง อายุการใช้งานแม่พิมพ์และเครื่องจักรยาวนาน รวมไปถึงการพัฒนารูปแบบในการปฏิบัติงาน เครื่องมือและอุปกรณ์ที่ใช้ในมีความทันสมัย ตลอดจนลดเวลาในการผลิตลง อันนำไปสู่ต้นทุนที่ถูกแต่คุณภาพสินค้าเพิ่มมากขึ้น ซึ่งเป็นเป้าหมายหลักของการแข่งขันในยุคปัจจุบันที่เป็นยุคแห่งเทคโนโลยีที่ก้าวไปอย่างรวดเร็ว

การแข่งขันในด้านเทคโนโลยีการขึ้นรูปโลหะนั้น ในปัจจุบันอาศัยการพึ่งพาคอมพิวเตอร์ในการพัฒนา ทำได้โดยการทำการจำลองปัญหาที่เกิดขึ้นด้วยคอมพิวเตอร์โปรแกรม ซึ่งคอมพิวเตอร์โปรแกรมที่เป็นที่นิยมในปัจจุบันก็คือไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรม การจำลองปัญหานั้นทำให้สามารถทำนายผลที่จะเกิดขึ้นได้ก่อนการปฏิบัติงานจริง ซึ่งเมื่อรู้ปัญหาที่จะเกิดขึ้นก่อน ก็ทำให้สามารถที่จะแก้ไขได้โดยไม่ต้องมีการศูนย์เสียต้นทุนในการแก้ไขและใช้เวลารวดเร็วในการแก้ไข เพียงแต่เปลี่ยนค่าหรือดัดแปลงเงื่อนไขต่างๆของปัญหา ที่ต้องทำการจำลองในโปรแกรม เช่น การเปลี่ยนวัสดุที่ใช้ การแก้ไขออกแบบ หรืออาจขึ้นรูปหลายครั้งขึ้น เป็นต้น แล้วผลที่ได้จากการจำลองนำไปแก้ก่อนที่จะนำไปปฏิบัติงานจริง รวมถึงยังช่วยในการพัฒนารูปแบบ เครื่องมือ และวิธีการปฏิบัติงานให้มีต้นทุนที่ถูกที่สุด แต่คุณภาพเพิ่มมากขึ้น จากที่กล่าวมานี้จะเห็นได้ว่า ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมเป็นเครื่องมือที่จะช่วยในการพัฒนาเทคโนโลยีการขึ้นรูปที่สำคัญ ซึ่งหัวใจหลักของความแม่นยำในการวิเคราะห์ด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมก็คือสมการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้จำลองพฤติกรรมของวัสดุเมื่อมีแรงมากระทำทำให้เกิดการแปลงรูปไปเรียกสมการนี้ว่าสมการคอนสทิทิวทีฟ [1] อดีตที่ผ่านมาสมการดังกล่าว จะเป็นสมการที่ได้จากการสังเกตในการปฏิบัติงานคือมองในระดับมหภาค แต่เมื่อเทคโนโลยีมีการเปลี่ยนแปลงและพัฒนาไปอย่างรวดเร็วมากทำให้ สมการคอนสทิทิวทีฟมองลงไประดับจุลภาคคือมองลงไปถึงระดับอะตอมเพื่อเพิ่มขีดความสามารถในการทำนายพฤติกรรมของวัสดุให้มีค่าเข้าใกล้ค่าแม่นยำมากขึ้น [2] ดังนั้นในการศึกษาพัฒนาและประยุกต์นำไปใช้สมการคอนสทิทิวทีฟจึงมีความสำคัญมาก

2. วิวัฒนาการของสมการคอนสทิทิวทีฟ

Gronostajski [1] ได้ศึกษาเกี่ยวกับสมการคอนสทิทิวทีฟที่ใช้ในโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ และได้แบ่งสมการเหล่านี้อย่างคร่าวๆออกเป็น 2 กลุ่มได้แก่ กลุ่มที่ 1 สมการความเค้นเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ อัตราการแปลงรูป ความเครียด: $\sigma = f(T,\dot{\varepsilon},\varepsilon)$ กลุ่มที่ 2 จะนำสมการของกลุ่ม 1 มาพัฒนาต่อ ความเค้นในกลุ่มนี้จะเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ อัตราการแปลงรูป ความเครียด และความเค้นในเนื้อวัสดุ: $\sigma = f(T,\dot{\varepsilon},\varepsilon,\sigma_w)$ นอกจากนี้ยังได้พิจารณาถึงความเหมาะสมของแบบจำลองของนักวิจัยแต่ละท่านว่าแบบไหนเหมาะกับปัญหาอะไร เช่น บางแบบจำลองใช้ได้ดีกับงานขึ้นรูปเย็น บางแบบจำลองเหมาะกับงานขึ้นรูปร้อน เป็นต้น อย่างไรก็ตามสมการคอนสทิทิวทีฟนั้นยังสามารถจัดแบ่งได้ตามความเค้น โดย Grosman [3] จำแนกจากความเค้นไหล ออกเป็น 5 กลุ่ม ดังนี้ กลุ่มที่ 1 ความเค้นไหลเป็นฟังก์ชันของความเครียดอย่างเดียว: $\sigma_p = f\left(\varepsilon\right)$ แบบจำลองในกลุ่มนี้จะใช้ในการจำลองงานขึ้นรูปเย็น และเป็นแบบจำลองแรกๆที่คิดขึ้นมา กลุ่มที่ 2 ความเค้นไหลเป็นฟังก์ชันของ อุณหภูมิ อัตราการแปลงรูป และความเครียด: $\sigma_p = f(T,\dot{\varepsilon},\varepsilon)$ แบบจำลองในกลุ่มนี้จะใช้จำลองการขึ้นรูปร้อน กลุ่มที่ 3 ความเค้นไหลเป็นฟังก์ชันของ อุณหภูมิ อัตราการแปลงรูป ความเครียด และความเค้นในวัสดุ: $\sigma_p = f(T,\dot{\varepsilon},\varepsilon,\sigma_w)$ กลุ่มที่ 4 ความเค้นไหลเป็นฟังก์ชันของ อุณหภูมิ อัตราการแปลงรูป ความเครียด และเวลา: $\sigma_p = f(T,\dot{\varepsilon},\varepsilon,t)$ ในกลุ่มที่ 1 และ 2 มีการใช้งานอย่างแพร่หลายในการคำนวณความเค้นและความเครียด เนื่องจากมีรูปแบบสมการที่ไม่ซับซ้อนมากนัก แต่ในกลุ่มที่ 3 และ 4 ได้พัฒนาตัวแปรเพิ่มขึ้นคือ ความเค้นในวัสดุและเวลามาเกี่ยวข้องกับการหาค่าความเค้นไหลด้วย ทั้งนี้เพื่อทำให้สมการที่ได้สามารถวิเคราะห์ผลได้แม่นยำสูงขึ้น สมการในกลุ่มที่ 3 และ 4 อยู่ในช่วงการวิจัยและพัฒนา ด้วยเหตุดังกล่าวในงานวิจัยนี้ได้ใช้สมการของชาร์บอร์เช่ ซึ่งจัดอยู่ในสมการกลุ่มที่ 3 และ 4 นี้โดยในตัวสมการสามารถอธิบายพฤติกรรมของวัสดุเมื่อรับแรงในระดับจุลภาคคือ ลงไปถึงส่วนที่เป็นดิสโลเกชั่น ทำให้มีความแม่นยำสูง ส่วนในกลุ่มสุดท้ายคือกลุ่มที่ 5 นั้น สมการในกลุ่มนี้จะเป็นสมการที่มีความแม่นยำสูงแต่ค่าใช้จ่ายจะแพงและค่อนข้างต้องใช้ผู้มีประสบการณ์ซึ่งตัวสมการได้จากการปฏิบัติหน้างานนั้นๆ

3. สมการคอนสทิทิวทีฟอิลาสติก –วิสโคพลาสติกของชาร์บอร์เช่

ในหัวข้อนี้จะทำการกล่าวถึงรูปแบบสมการคอนสทิทิวทีฟของชาร์บอร์เช่ [4]

3.1 แบบจำลองพฤติกรรมการไหลตัวในช่วงพลาสติก

ในส่วนของการแปลงรูปวัสดุในช่วงพลาสติก จะมีส่วนที่พิจารณา 3 ส่วนหลักๆ [5] คือ ส่วนแรกจะเป็นเกณฑ์การคราก (Yield Criteria) โดยที่การครากจะเกิดขึ้น เมื่อความเค้นที่มากระทำจากภายนอกสามารถเอาชนะความเค้นครากในเนื้อวัสดุ ซึ่งสามารถเขียนในรูปฟังก์ชัน ดังนี้

$$f(\sigma_{ij}) = \sigma_{eq_{ij}} - \sigma_y = 0 \qquad (1)$$

ส่วนต่อไปคือส่วนที่ 2 ที่เรียกว่าพอเทนเชียลพลาสติก (Plastic Potential) จะเป็นการพิจารณาถึงทิศทางการไหลของวัสดุว่าเพิ่มไปในทิศทางใด ส่วนที่ 3 ซึ่งเป็นส่วนสุดท้ายคือกฎของฮาร์ดเทนนิ่ง (Hardening Law) เป็นส่วนที่บอกถึงปริมาณความเค้นที่เพิ่มขึ้นหลังการครากว่าเพิ่มขึ้นเท่าใด ในสมการที่ (2) เป็นกฎของเคเนเมติกฮาร์ดเทนนิ่งที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Non-Linear Kinematics Hardening Law) [6]:

$$dX_{ij} = \frac{2}{3} C d\varepsilon_{ij}^{\ p} - \gamma X_{ij} dp \qquad (2)$$

ในกรณีที่มีแรงกระทำแบบแกนเดียว (Uniaxial Loading) พบว่ารูปแบบของสมการที่ (2) จะลดรูปเป็น:

$$dX = Cd\varepsilon^p - \gamma X \left| d\varepsilon^p \right| \qquad (3)$$

ทำการอินทิเกรตสมการที่ (3) โดยใช้เงื่อนไขเริ่มต้นจาก X_0, ε^{po} ไปยัง X, ε^p ผลจากการอินทิเกรตแล้วจะได้ค่า X ดังนี้

$$X = \mu \frac{C}{\gamma} + \left(X_0 - \mu \frac{C}{\gamma} \right) e^{-\mu\gamma\left(\varepsilon^p - \varepsilon^{p0}\right)} \qquad (4)$$

ในสมการที่ (4) ด้านขวามือ ถ้ากำหนดให้ค่า X_0 และ ε^{p0} มีค่าเท่ากับศูนย์ และค่าความเครียดในช่วงพลาสติก ($\varepsilon_p \to \infty$) เข้าสู่อนันต์ ค่าเอ็กซ์โพนันเชียนจะเข้าสู่ศูนย์ ($e^{-\mu\gamma\varepsilon^p} \to 0$) ดังนั้นจะทำให้รูปแบบของสมการที่ (4) เหลือเพียง:

$$X = \mu \frac{C}{\gamma} \qquad (5)$$

ด้วยเหตุนี้ ก็จะทำให้สามารถหาค่าขอบเขตการครากตัวสูงสุดได้โดย

$$f_L(\sigma_L) = \sigma_L - \sigma_y - \mu \frac{C}{\gamma} = 0 \qquad (6)$$

จากสมการที่ (2) เมื่อต้องการแสดงให้อยู่ในรูปอัตราส่วนต่อเวลาโดยที่ไม่ได้มีการเปลี่ยนแปลงรูปแบบสมการ จะสามารถเขียนได้ดังนี้คือ

$$\dot{X}_{ij} = \frac{2}{3} C \dot{\varepsilon}_{ij}^{\ p} - \gamma X_{ij} \dot{p} \qquad (7)$$

โดยที่ $\left(\dot{\ }\right) = \frac{d}{dt}$, $\dot{p} = \left[\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij}^{\ p} : \dot{\varepsilon}_{ij}^{\ p} \right]^{1/2}$ และ ปริมาณอัตราความเครียดในช่วงวิสโคพลาสติก (Equivalent Viscoplastic Strain-Rate) สามารถคำนวณหาค่าได้ดังนี้:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{\ p} = \frac{3}{2} \left\langle \frac{\left(\sigma_{ij} - X_{ij}\right)_{eq} - \sigma_y}{K} \right\rangle^n \frac{\left(\sigma'_{ij} - X'_{ij}\right)}{\left(\sigma_{ij} - X_{ij}\right)_{eq}} \qquad (8)$$

เนื่องจากค่าความเครียดรวม ประกอบด้วย ค่าความเครียดในช่วงอีลาสติกรวมกับในช่วงพลาสติก กล่าวคือ

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{\ e} + \varepsilon_{ij}^{\ p} \qquad (9)$$

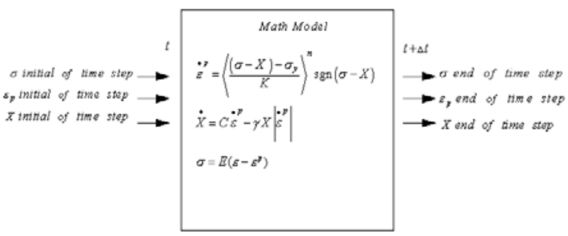
โดยที่ ε_{ij} คือ เทนเซอร์ของความเครียดรวม และ $\varepsilon_{ij}^{\ e}$ คือ เทนเซอร์ความเครียดในช่วงยืดหยุ่น จากกฎของฮุค (Hooke's Law) ซึ่งอธิบายลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด ได้ดังแสดงนี้

$$\sigma_{ij} = [D] \varepsilon_{ij}^{\ e} \qquad (10)$$

ทำการแทนสมการที่ (9) ลงในสมการที่ (10) จะได้ว่า

$$\sigma_{ij} = [D] \left(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^{\ p} \right) \qquad (11)$$

อนึ่ง สำหรับขั้นตอนในการคำนวณ จะดำเนินการโดยเริ่มจากการกำหนดค่า σ, ε^p, X เริ่มต้น ณ. ที่เวลา t=0 (Initial Time Step) โดยชิ้นงานไม่ได้ผ่านการขึ้นรูปมาก่อนหรือ ไม่ก็ทำการอบอ่อนคลายตัวมาแล้ว ค่า $\sigma_{t=0} = 0$, $\varepsilon^p_{\ t=0} = 0$, $X_{t=0} = 0$ เมื่อกำหนดค่าเริ่มต้นแล้ว ต่อไปใช้สมการคอนสทิทิวทีฟคำนวณค่าต่างๆออกมาสุดท้ายของการคำนวณจะได้ $\sigma_{t+\Delta t}, \varepsilon^p_{\ t+\Delta t}, X_{t+\Delta t}$ ที่เวลา $t + \Delta t$ ณ. ขั้นตอนสุดท้าย [7] ดังแสดงรายละเอียดอย่างเป็นขั้นเป็นตอนดังในรูปที่ 1



รูปที่ 1 แสดงขั้นตอนในการคำนวณ

4. การประยุกต์ใช้สมการคอนสทิทิวทีฟของชาร์บอร์เช่โดยใช้ตัวแก้ปัญหาไฟ ไนต์เอลิเมนต์

ในหัวข้อนี้ จะกล่าวถึงวิธีการดำเนินงานวิจัยในส่วนของการสร้างและพัฒนาสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ในการแก้ปัญหาแบบ 2 มิติ กล่าวคือ ระนาบความเครียด และสมมาตรรอบแกน จากนั้นได้ทำการประยุกต์นำไปใช้ในการแก้ปัญหาสำหรับการดึงแบบแนวแกนเดียว ที่อุณหภูมิห้อง และการตีย่นที่อุณหภูมิสูง เพื่อทำตรวจสอบความแม่นยำของสมการคอนสทิทิวทีฟของชาร์บอร์เช่ โดยใช้โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ทางการค้าชื่อ MSC.Mentat2003

4.1 การสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์

ในกรณีปัญหา 2 มิติแบบระนาบความเครียด ความเครียดรวมสามารถเขียนแสดงในรูปของเมทริกซ์ได้ ดังนี้:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{\delta\} \tag{12}$$

โดยที่ค่าความเครียดในช่วงยืดหยุ่นหาได้จาก

$$\{\varepsilon^e\} = \{\varepsilon\} - \{\varepsilon^p\} \tag{13}$$

จากความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดในช่วงอิลาสติกตามกฎของ Hooke กล่าวคือ

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\} \tag{14}$$

ดังนั้น โดยอาศัยการแทนสมการที่ (12) และ (13) ลงในสมการที่ (14) จะได้ว่า

$$\{\sigma\} = [D]\langle [B]\{\delta\} - \{\varepsilon^p\}\rangle \tag{15}$$

โดยอาศัยการแก้สมการดังกล่าวข้างต้น สุดท้ายจะได้กลุ่มของสมการซึ่งมีรูปแบบ ดังนี้ คือ

$$[K]\{V\} = \{p\} + \{f\} \tag{16}$$

$$[K] = \int_\Omega [B]^T [D][B] d\Omega \tag{17}$$

$$\{p\} = \int_\Omega [B]^T [D]\{\varepsilon^p\} d\Omega \tag{18}$$

$$\{f\} = \int_\Omega N^T b d\Omega + \int_\Gamma N^T h d\Gamma \tag{19}$$

อย่างไรก็ตาม ในที่นี้จะเลือกใช้ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์และรูปแบบเอลิเมนต์ แบบพอลินอเมียน (Polynomial) และเอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบความเครียดคงที่ (Constant Strain Triangle) ตามลำดับ ดังนั้นเมื่อทำการแปลงรูปแบบการอินทิเกรตเชิงปริมาตรให้อยู่ในรูปแบบการอินทิเกรตเชิงพื้นที่ จะได้ผลลัพธ์คือ

$$\int_\Omega d\Omega = \int\int t dx dy = t\int dA = tA \tag{20}$$

$$\int_\Gamma d\Gamma = T\int ds \tag{21}$$

จากสมการที่ (17) (18) และ [19) สามารถนำมาเพื่อเขียนใหม่ ได้ดังนี้คือ

$$[K] = [B]^T [D][B] tA \tag{22}$$

$$\{p\} = [B]^T [D] tA \{\varepsilon^p\} \tag{23}$$

$$\{f\} = N^T btA + T\int N^T h ds + f_n \tag{24}$$

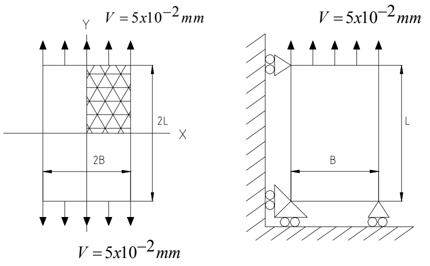
4.2 การประยุกต์ใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์ในการแก้ปัญหา

ในปัจจุบันนี้ สมการคอนสทิทิวทีฟของชาร์บอร์เช่ได้ถูกพัฒนาเพื่อเป็นตัวเลือกหนึ่ง ในซอฟท์แวร์ไฟไนต์เอลิเมนต์ของ MSC ในเวอร์ชัน MSC.Mentat2003 ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้นำมาใช้เป็นเครื่องมือเพื่อดำเนินการทดสอบความแม่นยำของการประยุกต์ใช้สมการดังกล่าว เพื่อใช้ทำนายพฤติกรรมการเปลี่ยนรูปของวัสดุภายใต้การขึ้นรูป โดยในที่นี้ปัญหาที่จะนำมาวิเคราะห์แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ งานดึงด้วยแรงแนวแกนเดียว กับงานตีย่นขึ้นรูป โดยงานดึงด้วยแรงแกนเดียวนั้นเป็นการดึงชิ้นงานอะลูมิเนียมรูปทรงสี่เหลี่ยมที่อุณหภูมิห้อง ส่วนงานตีย่นขึ้นรูปนั้นทำการตีขึ้นรูปชิ้นงานทองแดงบริสุทธิ์ที่อุณหภูมิ 500 องศาเซลเซียส

4.2.1 การดึงชิ้นงานอะลูมิเนียมรูปทรงสี่เหลี่ยม

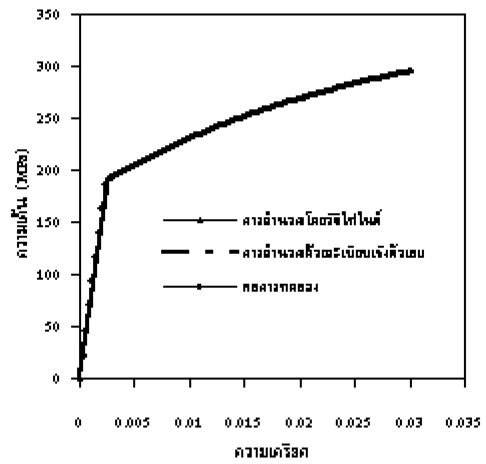
ชิ้นงานทดสอบเป็นรูปทรงสี่เหลี่ยมมีความหนามาก ความเครียดในแนวแกน Z จึงมีค่าน้อยมากจนสามารถตัดไม่นำมาคำนวณได้ ทั้งนี้เพื่อความรวดเร็วและการคำนวณที่ง่ายขึ้น ดังนั้นจึงทำแบบจำลองเป็นปัญหาระนาบความเครียดดังรูปที่ 2 ค่าพารามิเตอร์ในสมการ กรณีของวัสดุอะลูมิเนียม (Al3.5%Cu) ที่อุณหภูมิห้องมีดังนี้ C=6700 MPa, γ =43, E=72 GPa, σ_y =190 MPa, n=2.814 และ K=4.5MPa (9) เนื่องจากเป็นปัญหาแบบระนาบความเครียด ดังนั้นจึงพิจารณาเฉพาะ 1 ใน 4 ของชิ้นทดสอบ เพื่อลดเวลาในการคำนวณลง เอลิเมนต์ที่เลือกใช้เป็นแบบสามเหลี่ยมแบบความเครียดคงที่ โดยจำนวนเอลิเมนต์ที่ใช้คือ 98 เอลิเมนต์ และมี 64 จุดต่อ รูปที่ 3 เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์เอ

ลิเมนต์ โดยทำการเปรียบเทียบกับผลจากการคำนวณด้วยวิธีระเบียบเชิงตัวเลขจากสมการที่ (7), (8), (11) และผลจากการทดลองจริง ในที่นี้ค่าความเค้นหามาจากความเค้นบนผิวด้านบนที่แรงกระทำ ส่วนความเครียดหามาจากการยืดตัวในแนวที่แรงกระทำ จากกราฟจะเห็นได้ว่า ผลลัพธ์ที่ได้มีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี เมื่อพิจารณาโดยอาศัยการเปรียบเทียบผลที่ได้จากไฟไนต์เอลิเมนต์กับผลจากการคำนวณด้วยวิธีระเบียบเชิงตัวเลข และผลจากการทดลองจริง



ก. แบบจำลองชิ้นงานเต็ม ข. แบบจำลองชิ้นงานสมมาตร1ใน4ส่วน

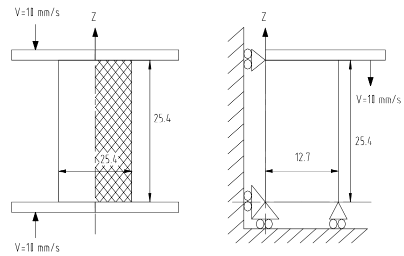
รูปที่ 2 แบบจำลองชิ้นงานอะลูมิเนียมกรณีความเครียดระนาบ



รูปที่ 3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด เปรียบเทียบกันระหว่าง การคำนวณโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการคำนวณด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขและผลการทดลอง

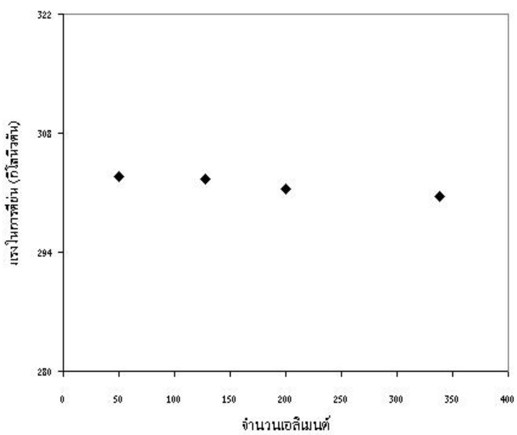
4.2.2 การตีย่นขึ้นรูปชิ้นงานทองแดงทรงกระบอกตัน

ชิ้นงานที่เลือกใช้เป็นทรงกระบอกกลมตัน ดังนั้นแบบจำลองที่สร้างขึ้นจึงเป็นแบบจำลองสมมาตรรอบแกน ซึ่งสามารถพิจารณาแค่ 1 ใน 2 ส่วน ดังแสดงในรูปที่ 4 วัสดุที่นำมาทดสอบคือทองแดงบริสุทธิ์ 99.99 เปอร์เซ็นต์ ชิ้นงานมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางคือ 25.4 มิลลิเมตร และความสูงชิ้นงานคือ 25.4 มิลลิเมตร ทำการตีย่นขึ้นรูปที่อุณหภูมิในการตี 500 องศาเซลเซียล ค่าพารามิเตอร์ของวัสดุคือ C=28952 MPa, γ =1700, E=63991 MPa, σ_y =13 MPa, n=7.38, K= 20.1 MPa และ $\nu = 0.33$ (10) ทำการตีด้วยความเร็วคงที่ที่ 10 มิลลิเมตร/วินาที (ความเร็วของเครื่องปั๊ม)เก็บข้อมูลทุกๆ 0.01 วินาทีหรือในทุกๆ 0.1 มิลลิเมตร ทำการตีลดความสูงของชิ้นงานลงไป 39.4 เปอร์เซ็นต์ ค่าความเสียดทานที่เกิดขึ้นหาได้จากวิธีการทดสอบการกดวงแหวน (Ring Compression Test) ได้ค่าคงที่ของความเสียดทานแบบเฉือน (Shear Friction Factor; m) เท่ากับ 0.5 เอลิเมนต์ที่เลือกใช้เป็นแบบสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าแปดจุดต่อ (Eight-Noded Quadrilateral Element) เนื่องจากให้ผลที่แม่นยำสูง โดยทำการทดสอบเพื่อหาขนาดจำนวนเอลิเมนต์ที่เหมาะสมดังแสดงในรูปที่ 5 จากกราฟจะเห็นว่าค่าแรงที่ใช้ในการตีย่นที่เกิดขึ้นมีการเปลี่ยนแปลงไม่มากที่จำนวนเอลิเมนต์ ตั้งแต่ 128 เอลิเมนต์เป็นต้นไป ดังนั้นจึงเลือกใช้จำนวนเอลิเมนต์ที่ 128 เอลิเมนต์ 433 จุดต่อ ทั้งนี้เพราะใช้เวลาการประมวลผลที่น้อยกว่า จากนั้นนำผลที่ได้จากคำนวณโดยโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ มาเปรียบเทียบกับผลการทดลองจริง



ก. แบบจำลองชิ้นงานเต็ม ข. แบบจำลองชิ้นงานสมมาตร1ใน2ส่วน

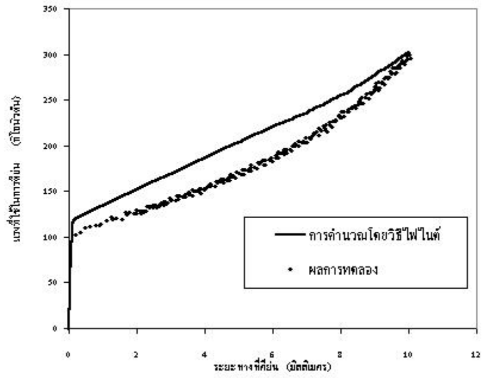
รูปที่ 4 แบบจำลองชิ้นงานทองแดงบริสุทธิ์กรณีสมมาตรรอบแกน



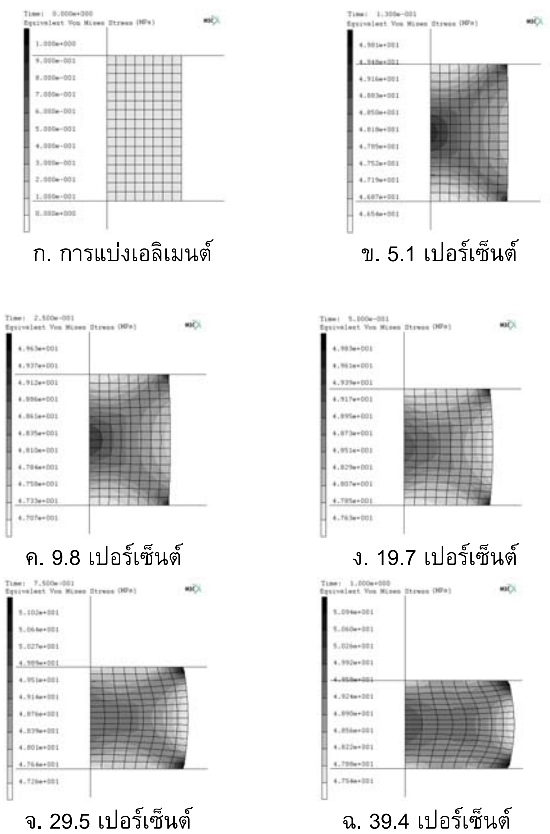
รูปที่ 5 การหาขนาดจำนวนเอลิเมนต์ที่เหมาะสมสำหรับการตีย่นชิ้นงานทองแดงบริสุทธิ์สมมาตรรอบแกน

รูปที่ 6 เป็นกราฟระหว่างแรงที่ใช้ในการตีย่นกับระยะทางที่ตีย่น ซึ่งแสดงการเปรียบเทียบผลของการคำนวณโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลองของการตีย่นชิ้นงานทองแดงบริสุทธิ์ 99.9% แบบสมมาตรรอบแกนที่อุณหภูมิ 500 องศาเซลเซียส ผลที่ได้พบว่าจุดที่ต่างกันมากที่สุดจะต่างกันประมาณ 20 เปอร์เซ็นต์ อันนี้เป็นผลเนื่องมาจากค่าที่คำนวณโดยวีธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จะรวมผลของความเค้นในแนวแกนอื่นและความเค้นเฉือนเข้าไปคำนวณด้วย ทำให้ค่าที่ได้มีค่าสูงกว่าค่าที่ได้

จากผลการทดลอง นอกจากนี้ยังมีผลมาจากอุณหภูมิที่ใช้ในการตีจากการทดลองจริงมีความคาดเคลื่อน ซึ่งค่าความต่างแตกดังกล่าวจะอยู่ในระดับที่ยอมรับได้ แสดงให้เห็นว่าตัวสมการคอนสทิทิวทีฟของซาร์บอร์เช่ สามารถทำนายแรงที่ใช้ในการตีย่นและระยะทางที่ตีย่นทีอุณหภูมิสูงได้อย่างแม่นยำ โดยแรงที่ใช้ในการตีย่นทั้งหมดจะประมาณ 300 กิโลนิวตันที่ระดับการตีย่น 39.4 เปอร์เซ็นต์

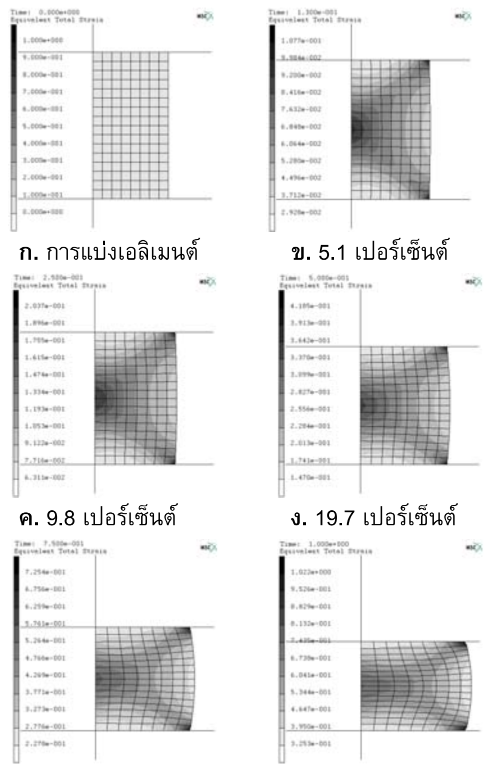


รูปที่ 6 กราฟแสดงการเปรียบเทียบการคำนวณโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการทดลองของการตีย่นชิ้นงานทองแดงบริสุทธิ์กรณีสมมาตรรอบแกนที่อุณหภูมิ 500 องศาเซลเซียส



ก. การแบ่งเอลิเมนต์ ข. 5.1 เปอร์เซ็นต์
ค. 9.8 เปอร์เซ็นต์ ง. 19.7 เปอร์เซ็นต์
จ. 29.5 เปอร์เซ็นต์ ฉ. 39.4 เปอร์เซ็นต์

รูปที่ 7 ความเค้นฟอน-มิสสิส ในการตีย่นที่ระดับต่างๆ ของชิ้นงานทองแดงบริสุทธิ์ (500 $^{\circ}$C)



ก. การแบ่งเอลิเมนต์ **ข.** 5.1 เปอร์เซ็นต์
ค. 9.8 เปอร์เซ็นต์ **ง.** 19.7 เปอร์เซ็นต์
จ. 29.5 เปอร์เซ็นต์ **ฉ.** 39.4 เปอร์เซ็นต์

รูปที่ 8 ความเครียดรวม ในการตีย่นที่ระดับต่างๆ ของชิ้นงานทองแดงบริสุทธิ์ (500 $^{\circ}$C)

รูปแสดงลักษณะการกระจาย (Contour Plots) ของค่าความเค้นฟอน-มิสสิส และความเครียดรวมแสดงในรูปที่ 7 และรูปที่ 8 ที่ระยะการตีย่น 5.1, 9.8, 19.7, 29.5 และ 39.4 เปอร์เซ็นต์

5. สรุป

งานวิจัยฉบับนี้ได้ทำการประยุกต์ใช้สมการคอนสทิทิวทีฟของซาร์บอร์เช่ สำหรับศึกษาพฤติกรรมการแปลงรูปของวัสดุในกระบวนการตีขึ้นรูปร้อน โดยในการศึกษาเริ่มจากการสำรวจถึงวิวัฒนาการของสมการคอนสทิทิวทีฟ ซึ่งแบ่งได้ตามงานขึ้นรูปโลหะเป็น 2 กลุ่มใหญ่ๆคือ กลุ่มสมการคอนสทิทิวทีฟที่เหมาะสมกับงานขึ้นรูปที่อุณหภูมิห้อง ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นงานโลหะแผ่น เช่น งานดึงขึ้นรูปลึก งานดัดขึ้นรูป เป็นต้น และอีกกลุ่มหนึ่งจะเป็นสมการคอนสทิทิวทีฟที่เหมาะสมกับงานขึ้นรูปที่อุณหภูมิสูง ส่วนใหญ่จะเป็นงานก้อน เช่น งานตีย่นขึ้นรูป งานอัดรีดขึ้นรูป เป็นต้น ในกลุ่มแรกสมการคอนสทิทิวทีฟจะมีรูปแบบที่ไม่ซับซ้อน เพราะความเค้นจะมีตัวแปรที่เกี่ยวข้องคือความเครียดเท่านั้น แต่ในกลุ่มที่สองนอกจากความเครียดแล้ว ที่อุณหภูมิสูงอัตราการแปลงรูปก็ส่งผลกระทบด้วย ทำให้ความเค้นจะมีตัวแปรที่เกี่ยวข้องคือ ความเครียด อุณหภูมิและอัตราการแปลงรูป และในปัจจุบันยังได้รวมผลของความเค้นในเนื้อวัสดุเข้าไปคิดด้วย เพื่อทำให้เกิดความแม่นยำสูงขึ้น จากงานวิจัยที่ผ่านมาสมการคอนสทิทิวทีฟที่ได้รับความนิยมและเป็นที่ยอมรับ ว่าสามารถวิเคราะห์งานขึ้นรูปที่อุณหภูมิสูงได้แม่นยำก็คือสมการคอนสทิทิวทีฟของซาร์บอร์เช่ ซึ่งสมการดังกล่าวตัวความเค้นจะมีตัวแปรที่เกี่ยวข้องคือ ความเครียด อุณหภูมิ อัตราการแปลงรูป

และความเค้นในเนื้อวัสดุ [8] ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้ทำการศึกษาถึงสมการคอนสทิทิวทีฟของชาร์บอร์เช่ จากการทดสอบโดยการประยุกต์สมการดังกล่าวกับปัญหาที่มีแรงกระทำแกนเดียว ผลการคำนวณสามารถทำนายผลของอัตราการแปลงรูปได้เป็นอย่างดี ในปัจจุบันเทคโนโลยีได้ก้าวหน้าไปอย่างรวดเร็ว ตลอดจนขีดความสามารถของคอมพิวเตอร์ได้รับการพัฒนาไปอย่างสูง การใช้คอมพิวเตอร์ในการจำลองปัญหาที่เกิดขึ้นเพื่อลดเวลาในการตัดสินใจ และพัฒนาวิทยาการใหม่ๆขึ้นมาจึงเข้ามามีบทบาทอย่างสูง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการพัฒนาทางด้านงานขึ้นรูปโลหะนั้น ได้นำเทคนิคทางคณิตศาสตร์เชิงตัวเลขมาเขียนเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ อนึ่งเทคนิคไฟไนต์เอลิเมนต์ก็เป็นเครื่องมือทางด้านคณิตศาสตร์อันหนึ่ง ที่ถูกนำมาเพื่อแก้ปัญหาสมการดิฟฟาเรนเชียลของการวิเคราะห์ขบวนการขึ้นรูปโลหะ ด้วยเหตุนี้งานวิจัยในปัจจุบันจึงได้เลือกใช้เทคนิคไฟไนต์เอลิเมนต์นี้ ในการพัฒนาสมการคอนสทิทิวทีฟ ตลอดจนได้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางด้านไฟไนต์เอลิเมนต์ ชื่อ MSC.Mentat2003 ทำการทดสอบความแม่นยำของสมการคอนสทิทิวทีฟของชาร์บอร์เช่ สำหรับงานขึ้นรูปโลหะก้อนกับปัญหา 2 อย่าง กล่าวคือ ปัญหาที่หนึ่งเป็นการดึงชิ้นงานอะลูมิเนียมด้วยแรงในแนวแกนเดียวที่อุณหภูมิห้อง ผลที่ได้จากการคำนวณโดยเทคนิควิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เมื่อเปรียบเทียบกับผลจากการทดลองจริงในห้องปฏิบัติการ ซึ่งแสดงในรูปของความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด พบว่าผลที่ได้สอดคล้องกันเป็นอย่างดี ส่วนในปัญหาที่สองเป็นปัญหาการตีย่นขึ้นรูป โดยได้ทำการทดลองกับชิ้นงานที่เป็น ทองแดงบริสุทธิ์ทดลองที่อุณหภูมิ 500 องศาเซลเซียส โดยทำการตีย่นขึ้นรูปไป 39.4 เปอร์เซ็นต์ นำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับผลลัพธ์จากการคำนวณเชิงตัวเลข ในรูปของกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่ใช้ในการตีย่นกับระยะทางที่ตีย่น พบได้ว่ามีความสอดคล้องอยู่ในระดับที่ดีจนสามารถยอมรับได้ว่ามีความแม่นยำของการทำนายที่ดี

เอกสารอ้างอิง

[1] Gronostajski, Z. “The Constitutive Equations for FEM Analysis”, Journal of Materials Processing Technology, 2000, Vol. 106, pp. 40-44

[2] Chaboche, J.L. and Lemaitre J. Mechanics of Solid Materials, Cambridge University Press, New York, 1990, pp. 161-450

[3] Grosman, F. “Flow-Stress Functions for the Computer Simulation of Metal Forming”, Journal of Materials Processing Technology, 2000, Vol. 106, pp. 45-48

[4] Chaboche, J.L. and Rousselier, G. “On Plastic and Viscoplastic Constitutive Equation, Part I: Rules Developed with Internal Variable Concept; Part II: Application of the Internal Variable Concept to 316 Stainless Steel”, Journal of Pressure Vessel and Piping Technology, 1983, Vol.150, pp. 153-170

[5] Chaboche, J.L. “Time-Independent Constitutive Theories for Cyclic Plasticity”, International Journal of Plasticity, 1986, Vol. 2, pp. 149-188

[6] Chaboche, J.L. “Constitutive Equations for Cyclic Plasticity and Cyclic Viscoplasticity”, International Journal of Plasticity, 1989, Vol. 5, pp. 247-302

[7] Chaboche, J.L. and Cailletaud, G. “On the Calculation of Structures in Cycle Plasticity or Viscoplasticity”, Computers & Structures, 1986, Vol. 23, No. 1, pp. 23-31

[8] Chaboche, J.L. and Nouailhas, D. “A Unified Constitutive Model for Cyclic Viscoplasticity and Its Applications to Various Stainless Steels”, Journal of Engineering Materials and Technology, 1989, Vol. 111, pp. 424-430

[9] Llorca, J., Needleman, A. and Suresh, S. “An Analysis of the Effects of Matrix Void Growth on Deformation and Ductility in Metal-Matrix Composites”, Acta Met. Mater., 1991, Vol. 39, No. 10, pp. 2317-2335

[10] Dunne, F.P.E. and Hayhurst, D.R. “Continuum Damage Based Constitutive Equation for Copper under High-Temperature Creep and Cyclic Plasticity”, Proc. R. Soc. Lond., 1992, Vol. A437, pp. 545-566