ME-NETT23
The 23rd Conference of the Mechanical Engineering Network of Thailand

AMM-018108

การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 23
4 – 7 พฤศจิกายน 2552 จังหวัดเชียงใหม่

การปรับปรุงกระบวนการคืนรูปเฟสแบบกึ่งอาณาบริเวณสำหรับตัวแปรไอโซคลินิกในโฟโตอีลาสติกซิตีเชิงเลข

Modification of Semi-regional Phase Unwrapping Process for Isoclinic Parameter in Digital Photoelasticity

พิเชษฐ์ พินิจ

ภาควิชาครุศาสตร์เครื่องกล คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรมและเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
บางมด ทุ่งครุ กรุงเทพฯ 10140
ผู้ติดต่อ: pichet.pin@kmutt.ac.th, โทรศัพท์ (662) 4708522, โทรสาร (662) 4708527

บทคัดย่อ

การคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิกเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการวิเคราะห์ความเค้นด้วยโฟโตอีลาสติกซิตีเชิงเลข กระบวนการคืนรูปเดิม [Pinit and Umezaki, Opt. and Lasers in Eng., 45(7): 795-807, 2007] สามารถคืนรูปตัวแปรสำหรับหลาย ๆ ปัญหาได้แต่ ต้องใช้ค่าตัวแปร ซ่อนรูปหลาย ย่าน ค่าตัวแปรเหล่านี้ ถูก บันทึกลงในหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์ จนกว่าการคืนรูปจะแล้วเสร็จ ซึ่ง เป็นผลให้ เกิดการคำนวณที่ซับซ้อนและการ ใช้หน่วยความจำ ที่มากเกินไป บทความฉบับนี้ จึงนำเสนอ การปรับปรุง กระบวน การคืนรูป เดิมให้มีศักยภาพมากขึ้น ส่วนสำคัญในการปรับปรุงคือ ขจัดการเก็บค่าตัวแปรในย่านต่าง ๆ ในหน่วยความจำโดยคงไว้เฉพาะ ย่านที่จำเป็น ส่วนย่านอื่นจะคำนวณหาระหว่างการคืนรูป ผลจากการประยุกต์ใช้กระบวนการปรับปรุงกับภาพริ้วสนามความเค้น แสดงให้เห็นว่า แผนภาพไอโซคลินิก แตกต่างกันน้อยมากเมื่อเปรียบเทียบกับ ผลที่ได้จากกระบวนการเดิม ในขณะที่กระบวนการปรับปรุงใช้หน่วยความจำและเวลาในการคืนรูปน้อยกว่า

คำหลัก: กระบวนการคืนรูปแบบกึ่งอาณาบริเวณ, ตัวแปรไอโซคลินิก, โฟโตอีลาสติกซิตีเชิงเลข

Abstract

Phase unwrapping for isoclinic parameter is an important process for stress analysis using digital photoelasticity. The original process [Pinit and Umezaki, Opt. and Lasers in Eng., 45(7): 795-807, 2007] handles well various problems with several ranges of wrapped isoclinics. These isoclinic values are kept in a computer memory until the process finishes. This operation causes a complicated calculation and a high memory requirement. This paper presents a modified version of the original one to improve a performance of the process. Reducing a high memory requirement and making a computational time faster are the main contribution. Results from the application of the modified process to stress fringe images show that isoclinic maps obtained from both processes represent a very high degree of similarity with lesser memory requirement and computational time.

Keywords: Digital photoelasticity, Isoclinic parameter, Semi-regional phase unwrapping process

1. บทนำ

เฟสซ่อนรูป (wrapped phase) ของตัวแปรไอโซ-คลินิก (หรือ ทิศทางความเค้นหลัก) เป็นปัญหาทางกายภาพ ที่มีความสำคัญ มากในการศึกษาทางด้านโฟโตอีลาสติกซิตี เชิงเลข เฟสซ่อนรูปก็คือ ค่าเฟสในย่านหนึ่งๆ ที่เล็กกว่าย่านที่แท้จริง ซึ่งโดยทั่วไปนั้นย่านที่สามารถคำนวณหาได้จะมีค่าอยู่ในช่วง ถึง ในขณะที่ย่านแท้จริงจะมีค่าอยู่ในช่วง ถึง [1] รูปที่ 1 แสดงความแตกต่างระหว่างเฟสซ่อนรูปกับเฟสเต็มรูป (unwrapped phase) ของตัวแปรไอโซคลินิก

ปัญหาเฟสซ่อนรูปนี้จะเกิดขึ้นแม้แต่ในทางทฤษฎี (ในรายวิชากลศาสตร์วัสดุ) สำหรับปัญหาความเค้นระนาบ นั้น เป็นที่ทราบกันดีว่า ตัวแปรไอโซคลินิกสามารถคำนวณหาได้จาก

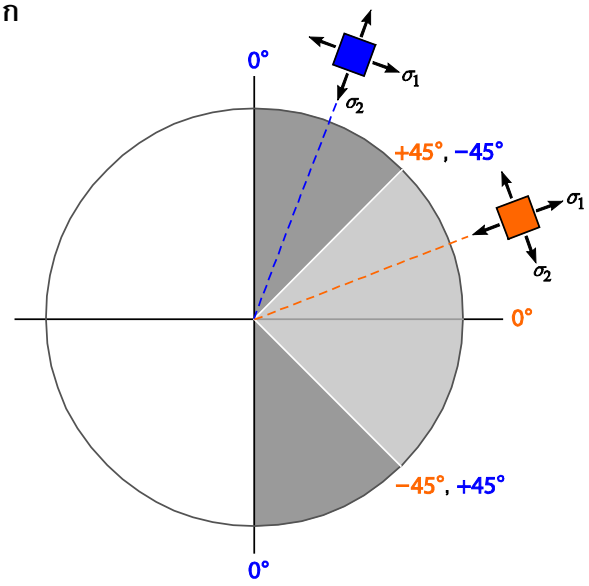
– ——— (1)

พิจารณาสมการ (1) จะพบว่า ค่าตัวแปรไอโซ-คลินิก จะขึ้นอยู่กับค่าที่ได้จากฟังก์ชัน แทนเจนต์ผกผัน ซึ่งมีใช้อยู่สองรูปแบบคือ

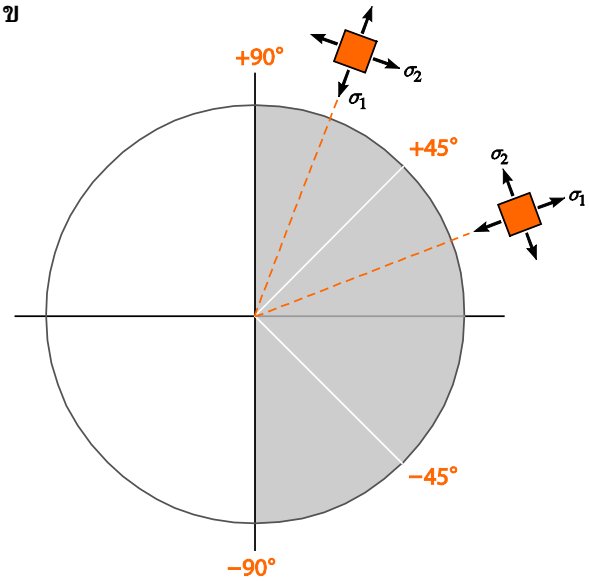
- ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบสองจตุภาค (ordinary inverse tangent function, atan(·)) ซึ่งจะให้ผลลัพธ์ในจตุภาคที่หนึ่งและสี่
- ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผันแบบให้ผลลัพธ์สี่จตุ-ภาค (sign-dependent inverse tangent function, atan2(·)) ซึ่งจะมีใช้อยู่ในภาษาคอมพิวเตอร์ทั่วไป เช่น C/C++ และโปรแกรมการคำนวณแบบแผ่นงาน เช่น ไมโครซอฟท์เอกซ์เซล (MS Excel) เป็นต้น

ฟังก์ชัน atan(·) จะทำให้ ส่วนฟังก์ชัน atan2(·) นั้นจะได้ จากการพิจารณาการใช้ ฟังก์ชัน atan2(·) จะพบว่าค่าตัวแปรไอโซคลินิกที่ได้มาเป็นค่า ในย่านจริง ก็จะตอบโจทย์ปัญหาได้ทันที อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติไม่สามารถกระทำได้ สำหรับรายละเอียดจะไม่กล่าวในที่นี้ ผู้อ่านสามารถค้นคว้าเพิ่มเติมได้ในเอกสารอ้างอิงหมายเลข [2]

ก



ข



รูปที่ 1 ความแตกต่างระหว่าง (ก) เฟสซ่อนรูป กับ (ข) เฟสเต็มรูปของตัวแปรไอโซคลินิก โดยที่เฟสซ่อนรูปและเฟสเต็มรูปจะมีค่าอยู่ในย่าน ถึง และย่าน ถึง ตามลำดับ

สำหรับการแก้ปัญหาในทางทฤษฎีสามารถกระทำได้โดยใช้วิธีการอื่น ๆ เช่น วงกลมโมร์ หรือวิธีปัญหาค่าเจาะจง (eigen value problem)

ค่าตัวแปรไอโซคลินิกเต็มรูปนี้มีความสำคัญอย่างไร? คำตอบของคำถามข้อนี้มักจะไม่ได้มีการกล่าวถึงในรายวิชากลศาสตร์วัสดุ พิจารณาสมการการแปลงความเค้นระนาบสำหรับความเค้นเฉือนที่หน้าตัด

ใด ๆ ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้ คือ

– (2)

บนระนาบหลัก ความเค้นเฉือน ดังนั้น และ และ สมการ (2) กลายเป็น

– (3)

ในสมการ (3) ผลต่างของค่าความเค้นหลัก คือ ตัวแปรไอโซโครมาติก และ ก็คือตัวแปรไอโซ-คลินิกดังที่ได้กล่าวข้างต้น สมการ (3) เป็นสมการที่มีสำคัญอย่างมากสำหรับการแยกความเค้น (stress separation) ในโฟโตอีลาสติกซิตีเชิงเลข

เนื่องจากว่า ฟังก์ชันไซน์เป็นฟังก์ชันคี่ ดังนั้น เมื่อใดก็ตามที่ค่าของ ในสมการ (3) มีการสลับเครื่องหมาย (หรือเมื่อ หรือ) เครื่องหมายของความเค้นเฉือน ก็จะสลับด้วยเช่นกัน อย่างไรก็ตาม หากใช้ย่าน แล้วก็จะทำให้ค่าความเค้นเฉือนมีความต่อเนื่อง (ดูรูปที่ 1ข) ดังนั้น การคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิกจึงเป็นเรื่องที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง

สำหรับปัญหา การคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิก นี้ ผู้วิจัยและผู้ร่วมวิจัยได้นำเสนอวิธี การ คืนรูปเฟส ที่สามารถใช้หาย่านแท้จริงได้ [3] ทั้งนี้วิธีการดังกล่าวใช้ฟังก์ชัน atan(·) ในการคำนวณและสามารถประยุกต์ใช้กับ ปัญหาที่ไม่มีและมีความไม่ต่อเนื่อง ได้ อย่างไรก็ตาม แม้ว่าการคืนรูปดังกล่าวข้างต้นจะใช้แก้ปัญหาดังที่กล่าวแล้วได้ ขั้นตอนภายใน ก็ยังไม่ มีความเหมาะสม สุด ทั้งนี้ เนื่องจาก การที่ ต้องใช้ค่าของ ในย่าน เฟสซ่อนรูป หลาย ๆ ย่าน ซึ่งทำให้ ต้องใช้หน่วยความจำของคอมพิวเตอร์และเวลาในการคำนวณมากขึ้น ทั้งสองเรื่องนี้มีความสำคัญอย่างมากในเรื่องของการคืนรูปเฟส [4]

ด้วยเหตุดังกล่าว ข้างต้น ผู้วิจัยจึงนำเสนอการปรับปรุง กระบวน การคืนรูปเฟสสำหรับตัวแปรไอโซ - คลินิก [3] เพื่อให้การคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิกเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

2. การคืนรูปเฟส

หัวข้อนี้จะกล่าวถึงหลักการทั่วไปของการคืนรูปเฟสและวิธีการคืนรูปเฟสสำหรับตัวแปรไอโซคลินิกในโฟโตอีลาสติกซิตีเชิงเลข

2.1 หลักทั่วไปของการคืนรูปเฟส [4]

การคืนรูปเฟสเป็นกระบวนการไร้เชิงเส้น สำหรับหาค่าเฟส เต็มรูป จากเฟสซ่อน รูป ค่าของ เฟสจะสัมพันธ์โดยตรงกับปริมาณทางฟิสิกส์ เช่น ความสูง การเปลี่ยนรูป อุณหภูมิ ขนาด และทิศทาง เป็นต้น ดังนั้น การคืนรูปเฟสจึงเป็นส่วนสำคัญที่ทำให้การแปลความหมายของปรากฏการณ์ ทาง ฟิสิกส์มีความถูกต้องและสมบูรณ์

เนื่องจากเฟสจะถูกบันทึกในรูปแบบ ของภาพเชิงเลข ดังนั้น กระบวนการคืนรูปเฟสจึงเป็นการเปรียบเทียบค่าเฟสระหว่างจุดภาพที่อยู่ใกล้เคียง หากเฟสระหว่างจุดภาพสองจุดมีความต่อเนื่องแล้วค่าของเฟสก็จะมีการแปรเปลี่ยนค่าไปอย่าง ราบเรียบ ยกเว้นบริเวณที่เกิดการกระโดดของเฟส (phase jumps) อันเนื่องมาจากการใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผัน โดยหลักการแล้ว เฟสเต็มรูป จะถูกซ่อนไว้ตามความสัมพันธ์

(4)

โดยที่ คือ ตัวปฏิบัติการซ่อนเฟส (wrapping operator), คือ จำนวนเต็ม, คือ เฟสซ่อนรูป และ คือ ฟังก์ชันจำนวนเต็มที่บังคับให้ มีค่าอยู่ในย่าน ถึง จากสมการ (4) จะเห็นได้ว่าการคืนรูปเฟสก็คือ การหาค่า ที่ทำให้ มีค่าใกล้เคียงกับ มากที่สุด

2.2 การคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิก

รูปที่ 2 แสดงรูปคลื่นฟันเลื่อยของเฟสซ่อนรูปและเฟสเต็มรูป โดยที่เฟสซ่อนรูปได้มาจากการใช้ฟังก์ชัน atan(·) (สมการ (1)) จากรูปจะเห็นได้ว่า ค่า ในย่านเฟสซ่อนรูป จะแปรเปลี่ยนค่าไปมาอยู่ระหว่าง ถึง เนื่องจากค่า ที่คำนวณได้จากสมการ (1) มีสองค่า โดยที่ค่าแรกมักจะถูกกำหนดให้แสดงทิศทาง

ของ ส่วนค่าที่สองแสดงทิศทางของ ซึ่งหาได้โดยเพิ่มหรือลดจากค่าแรกไปอีก

สนามตัวแปรไอโซคลินิกของ ที่มีความต่อเนื่องในย่าน ถึง นั้นจะเกิดขึ้นได้เพียงกรณีเดียวคือ ค่าแรกต้องมีค่าเท่า ซึ่งทำให้ได้ค่าที่สอง อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติ ค่าแรกไม่จำเป็นต้องเท่ากับ เสมอไป ดังนั้น หากค่าแรกมีค่ามากกว่า ตัวอย่างเช่น (พิจารณาเฉพาะขนาดของมุม) ค่าที่สองก็คือ ค่าไอโซคลินิกของ

จะมีความต่อเนื่องหากค่าที่แสดงออกมาเป็น อย่างไรก็ตาม สิ่งที่แสดงออกมาก็คือ ซึ่งเป็นค่าไอโซคลินิกของ (ดูส่วนซ้ายของรูปที่ 2) คำอธิบายนี้สามารถพิสูจน์ได้โดยพิจารณาสมการ (1) ที่ใช้หาค่าตัวแปรไอโซคลินิก

จากที่ได้กล่าวข้างต้น การคืนรูปตัวแปรไอโซ-คลินิก ก็คือ การหาค่าไอโซคลินิก ที่จะทำให้ส่วนที่เป็นช่องว่างของรูปคลื่น หรือพื้นที่ภายในเส้นประ (รูปที่ 2) เป็นของ ทั้งหมด

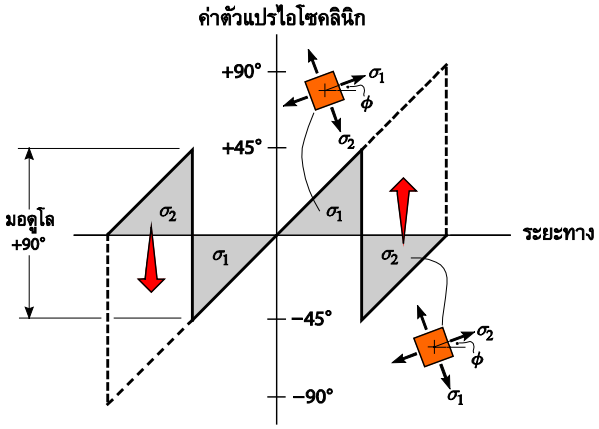
2.3 กระบวนการคืนรูปเดิม [3]

กระบวนการคืนรูป ตัวแปรไอโซคลินิก ที่ได้นำเสนอ ไปแล้วนั้น สามารถแบ่งออกเป็นขั้นตอนหลักๆ ได้ดังนี้

(1) คำนวณหาค่า ในย่าน ถึง (ย่านพื้นฐาน) โดยใช้ภาพริ้วสนามความเค้นซึ่งได้มาจากหลักการเลื่อนเฟส (phase shifting)

(2) กำหนดค่า ในย่าน ถึง และย่าน ถึง โดยอาศัยการเปรียบเทียบค่าความเข้มแสง (intensity-based comparison) ของภาพริ้วสนามความเค้นในขั้นที่ 1 ซึ่งทั้งสองย่านนี้จะถูกบันทึกไว้ในหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์ในรูปของอะเรย์สองมิติแบบจุดลอย (floating-point array) เพื่อใช้งานต่อไป

(3) กำหนดอาณาบริเวณที่ค่าของ มีค่าอยู่ภายในย่าน ถึง (เท่ากับหรือน้อยกว่า) และบันทึกอาณาบริเวณนี้ ลงในไบนารีอะเรย์ อาณาบริเวณ (regional binary array) โดยจุดใด ๆ ก็ตามอยู่ในอาณาบริเวณดังกล่าวจะถูกบันทึกให้เป็นจุดภาพขาวส่วนจุดอื่น ๆ ที่อยู่นอกอาณาบริเวณก็จะถูกบันทึกเป็นจุดภาพดำ



รูปที่ 2 เฟสซ่อนในย่าน ถึง (เส้นทึบ) และเฟสเต็มรูปในย่าน ถึง (เส้นประ) ในรูปของรูปคลื่นฟันเลื่อย ซึ่งได้มาจากการใช้ฟังก์ชันแทนเจนต์ผกผัน ลูกศรแสดงทิศทางการเลื่อนของเฟส (การคืนรูป) เพื่อให้ได้เฟสเต็มรูป

(4) กำหนดตำแหน่งของจุดที่มีความไม่ต่อเนื่องในสนามไอโซคลินิก เช่น จุดเอกพจน์ (singular point), จุดไอโซโทรปิก (isotropic point) และ จุดที่แรงกระทำและจุดรองรับ โดยใช้ค่าของ ในย่าน ถึง และย่าน ถึง จากนั้นทำการขยายตำแหน่งเหล่านี้ให้มีความกว้างพอสมควร หลังจากขยายแล้วตำแหน่งดังกล่าวจะถูกบันทึกลงในไบนารีอะเรย์จุดไม่ต่อเนื่อง (discontinuous-point binary array) โดยตอน เริ่มต้นไบนารีอะเรย์จุดไม่ต่อเนื่องจะถูกกำหนดให้เป็นจุดภาพขาว ส่วนตำแหน่งที่แสดงความไม่ต่อเนื่องจะถูกกำหนดให้เป็นจุดภาพดำ

(5) ทำการปฏิบัติการเชิงตรรกะ (logic operation) ระหว่างไบนารีอะเรย์อาณาบริเวณกับไบนารีอะเรย์จุดไม่ต่อเนื่อง ที่ได้ในขั้น ตอนที่ 3 และ 4 ตามลำดับ ผลลัพธ์ที่ได้ก็คือ ส่วนที่แสดงความไม่ต่อเนื่องในสนามไอโซคลินิกก็จะถูกขจัดออกไปจากไบนารีอะเรย์อาณาบริเวณ และไบนารีอะเรย์จุดไม่ต่อเนื่องก็จะถูกลบออกจากหน่วยความจำทันที เว้นแต่ผู้ใช้ต้องการแสดงตำแหน่งของความไม่ต่อเนื่อง

(6) กำหนดอาณาบริเวณที่มีขนาดใหญ่ที่สุดในไบนารีอะเรย์อาณาบริเวณจากขั้นตอนที่ 5 โดยใช้อะกอริทึมกำหนด อันดับ การเชื่อมต่อ ขององค์ประกอบ (connected component labeling algorithm) [4] ซึ่งวิธีการก็คือ กำหนดให้ทุกจุดภาพในอาณาบริเวณที่ถูกเลือกเป็นจุดภาพขาว ส่วนอาณาบริเวณอื่น ๆ ที่เหลือจะถูกกำหนดให้เป็นจุดภาพดำ สำหรับผลที่ได้จากใช้อะกอริทึมดังกล่าว คือ อะเรย์ชี้วัด (index array)

(7) สร้างอะเรย์สองมิติแบบจุดลอยเพื่อใช้บันทึกค่า ในย่านจริง โดยเรียกชื่อว่า อะเรย์ไอโซคลินิกเต็มรูป วิธีการกำหนดค่าเริ่มต้นให้กับอะเรย์นี้ คือ

7.1 กำหนดให้อาณาบริเวณในอะเรย์ชี้วัดเป็นอาณาบริเวณที่ผ่านการคืนรูปแล้ว

7.2 ถ่ายโอนค่าตัวแปรไอโซคลินิก ในย่าน ถึง จากอะเรย์ในขั้นที่ 2 โดยอาศัยอาณาบริเวณในอะเรย์ชี้วัดเป็นตัวกรอง (filter) ลงในอะเรย์ไอโซคลินิกเต็มรูป กล่าวคือ จุดภาพใดก็ตามที่อยู่ภายในอะเรย์ชี้วัด ค่า ของจุดภาพที่ตรงกันนั้น ก็จะถูกถ่ายโอน ส่วนจุดภาพอื่น ๆ ก็จะถูกกำหนดให้มีค่าเป็น

(8) อ่านกวาด (scan) ในไบนารีอะเรย์ (ขั้นตอนที่ 4 หรือ 6) เพื่อหาพิกัด ของจุดภาพที่อยู่ที่ขอบของอาณาบริเวณที่ใหญ่ที่สุดนั้น บันทึกพิกัด ดังกล่าว พร้อมทั้ง ค่า ของจุดภาพ เดียวกันที่ได้จาก อะเรย์ไอโซคลินิกเต็มรูป ลงในอะเรย์รายการ (list array) หนึ่งมิติ โดยที่ ลำดับของการบันทึกจะขึ้นอยู่กับค่าความแตกต่างสัมบูรณ์ระหว่างค่า ของแต่ละจุดภาพกับค่าเฉลี่ย ของจุดภาพทั้งหมดที่ถูกอ่านพบซึ่งจุดภาพใดที่มีค่าความแตกต่างน้อยที่สุด ก็จะถูกบันทึกก่อนและเรียงตามลำดับไปเรื่อยๆ จนครบทุกจุดภาพ

จากนั้น ทำการเปลี่ยนแปลงค่า ของจุดภาพที่อยู่นอกอาณาบริเวณที่ถูกเลือกในขั้นตอนที่ 6 โดยใช้ตำแหน่งของจุดภาพต่าง ๆ และค่า ที่ถูกบันทึกไว้ในอะเรย์รายการในขั้นตอนที่ 8 มา เป็นจุด ภาพศูนย์กลางของหน้าต่างคืนรูป (unwrapping window) ขนาด 3 จุดภาพ × 3 จุดภาพ ค่า ของจุดภาพที่พิจารณาอยู่นั้น (จุดภาพที่ มีค่าในไบนารีอะเรย์เท่ากับ) ก็จะถูกเปลี่ยน แปลง ค่าไปตามเงื่อนไขของการเปรียบเทียบระหว่างค่า ในย่าน ถึง และ ถึง (ดูรูปที่ 2) โดยค่าที่เปลี่ยนไปจะต้องทำให้เกิดความต่อเนื่องของค่า ของทั้งจุดภาพศูนย์กลางและจุดภาพที่พิจารณา สำหรับรายละเอียดมีขั้นตอนย่อยดังนี้

8.1 เลือกจุดภาพศูนย์กลางจากอะเรย์รายการและสร้างหน้าต่างคืนรูป

8.2 เปลี่ยนแปลงค่าของ ของจุดภาพ ที่มีค่าในอะเรย์ชี้วัดเป็น และบันทึกค่าดังกล่าวลงใน อะเรย์ไอโซคลินิกเต็มรูป โดยที่เงื่อนไขของการเปลี่ยนแปลงค่าเมื่อเทียบกับค่า ของจุดภาพ ศูนย์กลาง ก็คือความต่อเนื่องของค่าไอโซคลินิก

8.3 ลบจุดภาพศูนย์กลางออกจากอะเรย์รายการ

8.4 เปลี่ยนค่าของจุดภาพในอะเรย์ชี้วัดที่ถูกเปลี่ยนแปลงค่า แล้วเป็น 1

ทำซ้ำขั้นตอน นี้จนครบทุกจุดภาพ หรือทั่วทั้งอาณาบริเวณของสนามความเค้น

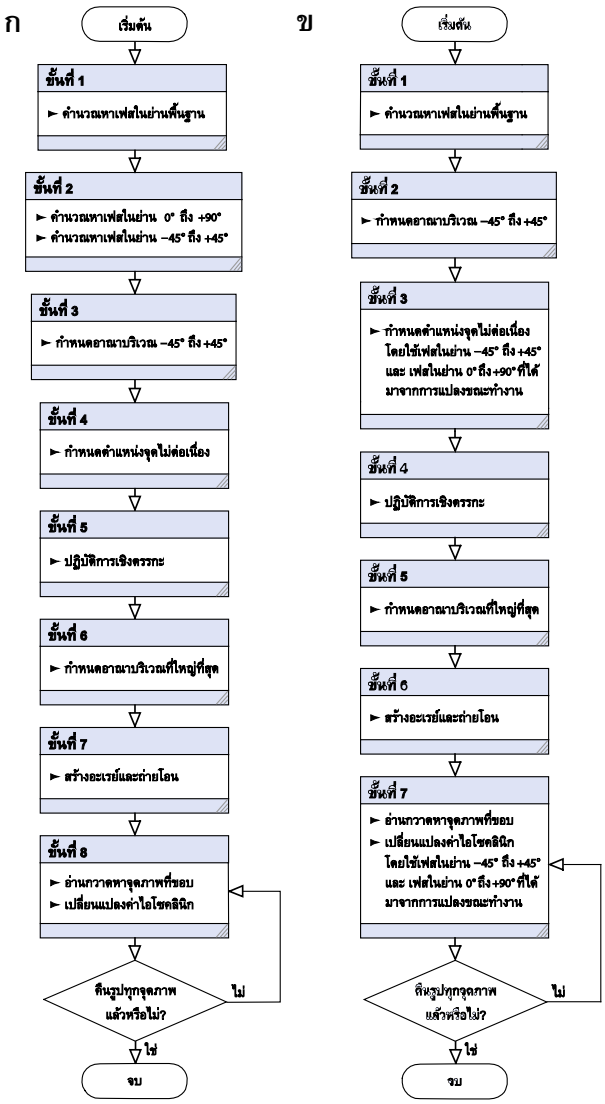
พึงสังเกตว่า หากสนามความเค้นที่พิจารณา ไม่มีความไม่ต่อเนื่อง ที่เป็นผล มาจากจุดเอกพจน์ หรือจุดไอโซทรอปิกแล้ว ขั้นตอนที่ 4 และ 5 ก็จะไม่มี สำหรับขั้นตอนทั้งหมดนี้แสดงอยู่ในรูปที่ 3ก

2.4 กระบวนการคืนรูปปรับปรุง

กระบวนการคืนรูปเฟสที่ได้นำเสนอแล้วนั้น จำเป็นต้องคำนวณหาค่า ในย่านพื้นฐานและบันทึกในหน่วยความจำก่อนที่จะคำนวณหา ค่า ในย่าน ถึง และย่าน ถึง ดังนั้น หากลดการเก็บค่า ในย่าน พื้นฐานในหน่วยความจำก็จะทำให้การคำนวณเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น

นอกจากนี้หากพิจารณารูปที่ 2 แล้วจะเห็นได้ว่าการเริ่มกระบวนการคืนรูปจากค่า ในย่าน ถึง ก็จะทำให้มีความสะดวกมากขึ้น นอกจากนี้ การแปลงค่า ไปมาระหว่าง ย่าน ถึง และย่าน ถึง สามารถกระทำได้ในขณะการคืนรูปซึ่งความสัมพันธ์เพื่อการเปลี่ยนค่านี้คือ

ถ้า (5)



รูปที่ 3 ผังแสดงกระบวนการคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิก (ก) กระบวนการเดิม และ (ข) กระบวนการปรับปรุง

หรือ

ถ้า (6)

โดยที่ และ คือค่า ในย่าน ถึง และย่าน ถึง ตามลำดับ

จากการพิจารณาสมการ (5) และ (6) จะพบว่าการเปลี่ยนแปลงค่า นี้จะขึ้นอยู่กับค่ามอดูโล (modulo) ดังแสดงในรูปที่ 2

สำหรับการปรับปรุงนั้น สามารถกระทำได้ดังนี้

(1) คำนวณหาค่า ในย่าน ถึง จากย่านพื้นฐานทันที และลบค่า ในย่านพื้นฐานออกไป

(2) ในขั้นตอนที่ 3 (รูปที่ 3ข) คำนวณหาค่า ในย่าน ถึง โดยอาศัยสมการ (5) ทั้งนี้เพื่อใช้ในการกำหนดหาจุดเอกพจน์ จุดไอโซโทรปิก และจุดที่แรงกระทำ

(3) ในขั้นตอนที่ 7 (รูปที่ 3ข) คำนวณหาค่า ในย่าน ถึง โดยอาศัยสมการ (5) เพื่อใช้เป็นเงื่อนไขในการคืนรูปตัวแปรไอโซคลินิก

แม้ว่าส่วนที่ปรับปรุงจะมีไม่มากนักแต่ขั้นตอนที่ 3 และ 7 เป็นขั้นตอนที่สำคัญและใช้เวลาในการคำนวณค่อนข้างมาก โดยเฉพาะในขั้นตอนที่ 7 นอกจากนี้จะเห็นได้ว่า ค่า ในย่านพื้นฐานและย่าน ถึง ไม่จำเป็นต้องเก็บไว้ในหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์อีกต่อไป

3. การทดสอบกับริ้วสนามความเค้น

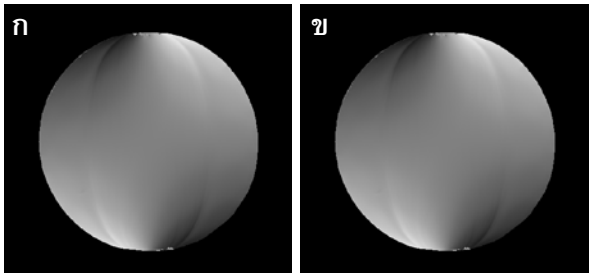
หัวข้อนี้จะกล่าวถึงการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากกระบวนการคืนรูปเดิมและปรับปรุงกับริ้วสนามความเค้นที่ได้จากการทดลอง สำหรับการทดสอบจะกระทำบนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (Pentium IIII – M 1.79 GHz 512 MB RAM) แผนภาพไอโซคลินิกเต็มรูปในย่าน ถึง จะถูกเปลี่ยนเป็นสีขาวและดำแบบเชิงเส้น โดยที่สีดำแทน และสีขาวแทน

3.1 แผ่นจานกลมรับแรงเข้มกดในแนวเส้นผ่าน-ศูนย์กลาง

รูปที่ 4 แสดงแผนภาพตัวแปรไอโซคลินิกในย่าน ถึง ที่ได้จากกระบวนการคืนรูปไอโซคลินิกเดิมและปรับปรุง สำหรับภาพริ้วสนามความเค้นที่ใช้ในการคำนวณหาย่านพื้นฐาน (ขั้นที่ 1) จะไม่แสดงในที่นี้ ผู้สนใจสามารถสืบค้นเพิ่มเติมได้ในเอกสารอ้างอิงหมายเลข [3]

จากการพิจารณาแผนภาพไอโซคลินิกทั้งสอง พบว่า ไม่มีความแตกต่างกัน ซึ่งเป็นการชี้ให้เห็นว่าวิธีการคืนรูปปรับปรุงนั้นสามารถใช้งานได้จริง อย่างไรก็ตาม ยังพบว่ายังมีความไม่สม่ำเสมอของแผนภาพที่ขอบด้านบนและล่างของตัวแบบ ทั้งนี้อาจเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของตัวแบบ

ในส่วนของเวลาที่ใช้ในการคำนวณนั้นจะแตกต่าง



รูปที่ 4 แผนภาพตัวแปรไอโซคลินิกเต็มรูปขนาด 512 จุดภาพ × 480 จุดภาพ ของแผ่นจานกลม รับแรงเข้มกด ในแนวเส้นผ่านศูนย์กลาง ซึ่งได้มาจาก (ก) กระบวนการเดิม [3] และ (ข) กระบวนการปรับปรุง

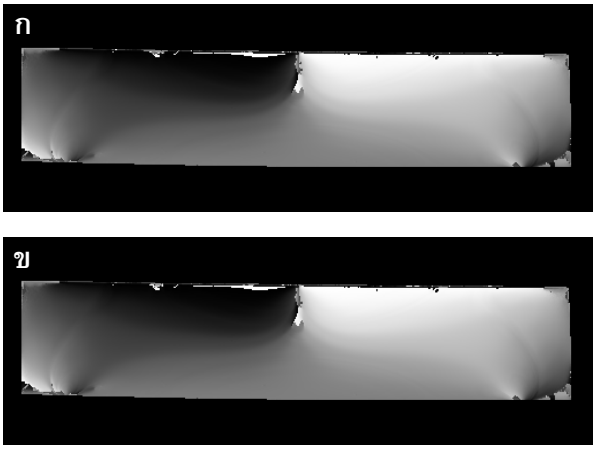
กันเล็กน้อย กล่าวคือ กระบวนการเดิมใช้เวลา 1.108 วินาที ในขณะที่กระบวนการปรับปรุงใช้เวลา 1.053 วินาที ซึ่งจะเห็นได้ว่า กระบวนการปรับปรุงใช้เวลาน้อยกว่า อย่างไรก็ตาม ความแตกต่างนี้อาจไม่เด่นชัด ทั้งนี้เนื่องมาจาก ว่า พื้นที่ที่ต้องทำการคืนรูปจริง ๆ นั้นมีบริเวณไม่ใหญ่มาก

3.2 คานสี่เหลี่ยมมีจุดรองรับอย่างง่ายรับแรงเข้มกดที่กึ่งกลางคาน

รูปที่ 5ก และ 5ข แสดงแผนภาพตัวแปรไอโซ-คลินิกเต็มรูปที่ได้จา กระบวนการคืนรูปไอโซคลินิกแบบเดิมและแบบ ปรับปรุง ตามลำดับ สำหรับภาพริ้วสนามความเค้นที่ใช้ในการคำนวณหาย่านพื้นฐานจะไม่แสดงในที่นี้ ผู้สนใจสามารถสืบค้นเพิ่มเติมได้ในเอกสารอ้างอิงหมายเลข [5]

จากการพิจารณาแผนภาพไอโซคลินิกทั้งสอง พบว่า แผนภาพมีระดับความคลาดเคลื่อนกันสูงมาก โดยที่ความแตกต่างระหว่างแผนภาพทั้งสองจะเกิดขึ้นที่ขอบด้านบนของตัวแบบ ความแตกต่างนี้อาจเป็นผลมาจากการแปลงค่าตัวแปรไอโซคลินิกโดยสมการ (5) และการแปลงค่าจำนวนจริงเป็นจำนวนเต็ม

ในส่วนของเวลาที่ใช้ในการคำนวณนั้นจะแตกต่างกันน้อยมาก กล่าวคือ กระบวนการเดิมใช้เวลา 1.224 วินาที ในขณะที่กระบวนการปรับปรุงใช้เวลา 1.201 วินาที สาเหตุของความแตกต่างของเวลานี้ได้อธิบายแล้วในหัวข้อ 3.1



รูปที่ 5 แผนภาพตัวแปรไอโซคลินิกเต็มรูปขนาด 600 จุดภาพ × 170 จุดภาพ ของคาน สี่เหลี่ยมมีจุดรองรับอย่างง่ายรับแรงเข้มกดที่กึ่งกลางคาน ซึ่งได้มาจาก (ก) กระบวนการเดิม [3] และ (ข) กระบวนการปรับปรุง

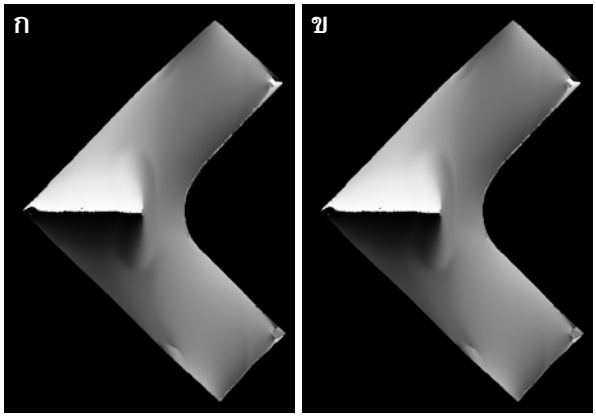
3.3 โครงงอหักมุมรับแรงเข้มกดผ่านจุดศูนย์ถ่วง

รูปที่ 6 แสดงแผนภาพตัวแปรไอโซคลินิกเต็มรูปที่ได้จากกระบวนการคืนรูปไอโซคลินิก แบบเดิมและแบบปรับปรุง สำหรับภาพริ้วสนามความเค้นที่ได้จากการทดลองของตัวแบบโครงหักมุมนี้สามารถสืบค้นเพิ่มเติมได้ในเอกสารอ้างอิงหมายเลข [3]

จากการพิจารณาแผนภาพไอโซคลินิกทั้งสอง พบว่า ไม่มีความแตกต่างกัน ในส่วนของ เวลาที่ใช้ในการคำนวณ นั้นมีความแตกต่างกัน โดยที่ขั้นตอนปรับปรุงจะให้ผลลัพธ์ที่รวดเร็วกว่าขั้นตอนเดิม กล่าวคือ แผนภาพไอโซคลินิกที่ได้จากกระบวนการเดิม (รูปที่ 6ก) ใช้เวลา 5.400 วินาที ในขณะที่แผนภาพที่ได้จากกระบวนการปรับปรุงนั้น (รูปที่ 6ข) ใช้เวลา 5.162 วินาที

4. สรุปผล

แผนภาพตัวแปรไอโซคลินิกเต็มรูปเป็นสิ่งที่มีความสำคัญอย่างมากต่อการหาแนววิถีความเค้น (stress trajectories หรือ isostatics) การคืนรูปตัวแปรไอโซโครมาติก (isochromatic unwrapping) และการแยกความเค้นหลัก และ หรือ องค์ประกอบ



รูปที่ 6 แผนภาพตัวแปรไอโซคลินิกเต็มรูปขนาด 600 จุดภาพ × 840 จุดภาพ ของตัวแบบโครงงอหักมุมรับแรงเข้มกดผ่านจุดศูนย์ถ่วง ซึ่งได้มาจาก (ก) กระบวนการเดิม [3] และ (ข) กระบวนการปรับปรุง

ความเค้น และ ในปัญหาระนาบด้วยวิธีผลต่างความเค้นเฉือน (shear difference technique) ดังนั้น กระบวนการคืนรูปไอโซคลินิกที่มีประสิทธิภาพก็จะส่งผลให้การหาสิ่งต่างๆ ดังที่ได้กล่าวแล้วข้างต้นมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้นตามไปด้วยโดยเฉพาะการหาค่าตัวแปรไอโซโครมาติก [6]

แผนภาพไอโซคลินิกเต็มรูปที่ได้จากกระบวนการปรับปรุงมีความสอดคล้องกับแผนภาพที่ได้จากกระบวนการเดิมอยู่ในระดับที่สูงมาก เวลาที่ใช้ในการคำนวณจะแปรผันตรงกับขนาดของภาพริ้วสนามความเค้น (จำนวนจุดภาพที่จะต้องทำการคืนรูป) กล่าวคือ หากจำนวนจุดภาพที่ต้องทำการคืนรูปมีมากขึ้น (ภาพขนาดใหญ่ขึ้น) เวลาที่ใช้ในการคืนรูปของทั้งสองกระบวนการจะเพิ่มขึ้นและแตกต่างกันมากขึ้น โดยที่กระบวนการคืนรูปปรับปรุงจะใช้เวลาน้อยกว่า นอกจากนี้ กระบวนการคืนรูปปรับปรุงยังใช้หน่วยความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์น้อยกว่าอีกด้วย

โดยทั่วไปแล้ว การวิเคราะห์หาค่าตัวแปรไอโซ-คลินิกและไอโซโครมาติก ณ บริเวณจุดที่แรงกระทำและจุดรองรับจะกระทำได้ยาก ทั้งนี้เนื่องจากว่า ณ บริเวณดังกล่าว ค่าของตัวแปรจะแปรเปลี่ยนในอัตราที่สูงมาก ซึ่งเป็นผลให้ไม่สามารถแสดงภาพเชิงเลขได้อย่างชัดเจน ดังนั้น การวิเคราะห์หาค่าตัวแปรจึงต้องใช้ภาพส่วนขยายที่มีขนาดใหญ่ขึ้นเฉพาะส่วน โดยอาศัยหลักการขยายแผ่นภาพเชิงแสง (Optically Enhanced Tiling, OET) [1] ซึ่งผลของการปรับปรุงกระบวนการคืนรูปที่ได้นำเสนอนี้ก็จะเป็นประโยชน์ต่อการวิเคราะห์หาค่าตัวแปรด้วยหลักการ OET

5. เอกสารอ้างอิง

[1] Ramesh, K. (2000). *Digital Photoelasticity: Advanced Techniques and Applications*, Springer, Germany.

[2] ณัฐวัฒน์ พลอยทับทิม และ พิเชษฐ์ พินิจ (2551). การพัฒนาวิธีการคืนรูปไอโซคลินิกบนพื้นฐานการใช้ฟังก์ชั่นแทนเจนต์ผกผันแบบสี่จตุภาค: การทดสอบกับริ้วจำลอง , *การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 22*, มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต, กรุงเทพ ฯ

[3] Pinit, P. and Umezaki, E. (2007). Digitally whole-field analysis of isoclinic parameter in photoelasticity by four-step color phase-shifting technique, *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 45(7), July 2007, pp. 795 - 807.

[4] Ghiglia, D.C. and Pritt, M.D. (1998). *Two-dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms, and Software*, John Wiley and Sons, New York.

[5] พิเชษฐ์ พินิจ , ณัฐวัฒน์ พลอยทับทิม และ ศรัญยู มั่นพิศุทธิ์ (2551). การจำลองแบบริ้วสนามความเค้นเพื่อวิธีวิเคราะห์ความเค้นในช่วงยืดหยุ่นด้วยแสง, *การสัมมนาวิชาการทางวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ครั้งที่ 6*, มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ จังหวัดสงขลา

[6] พิเชษฐ์ พินิจ (2552). อิทธิพลของสนามทิศทางต่อการหาสนามความเค้นในวิธีโฟโตอีลาสติกซิตีเชิงเลขแบบใช้แสงโพลาไรซ์วงกลม, *การสัมมนาวิชาการทางวิศวกรรมศาสตร์มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ครั้งที่ 7*, มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ จังหวัดสงขลา