การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 18
18-20 ตุลาคม 2547 จังหวัด-ขอนแก่น

การศึกษาเชิงเลขเพื่อทำนายความหนาของน้ำแข็ง อัตราการผลิตน้ำแข็งและภาระความเย็นของกระบวนการผลิตน้ำแข็งซอง

A Numerical Study to Predict the ice thickness, the Ice Production Rate and the Cooling Load of the Block-Ice Making Process

นันทวัฒน์ ไพรัชเวทย์[1] จิตติน แตงเที่ยง[2]
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
เขต ปทุมวัน กรุงเทพ ฯ, 10300
โทร 0-22186610 โทรสาร 0-22522889 E-mail: GizMo_GT@hotmail.com[1], fmectt@eng.chula.ac.th[2]

Nuntawatt Piruchvet* Chittin Tangthieng*
Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Chulalongkorn University,
Patumwan Bangkok, 10300, Thailand
Tel: 0-22186590 Fax: 0-22522889 E-mail: GizMo_GT@hotmail.com[1], fmectt@eng.chula.ac.th[2]

บทคัดย่อ

ในการวิจัยนี้ระบบของกระบวนการผลิตน้ำแข็งซองจะถูกพิจารณาเป็นปัญหาใน 1 มิติ และ เป็นฟังก์ชันของเวลา สมการตั้งต้นจะประกอบด้วย 2 บริเวณ คือ บริเวณของผนัง และ บริเวณของน้ำแข็ง โดยเงื่อนไขขอบเขตของบริเวณที่เป็นผนังจะเป็นการพาความร้อน อันเป็นผลจากน้ำเกลือที่มีอุณหภูมิต่ำกว่าจุดเยือกแข็งของน้ำ ส่วนบริเวณที่เป็นน้ำแข็งจะเป็นการเปลี่ยนสถานะโดยที่อุณหภูมิคงที่ ระบบสมการทั้ง 2 บริเวณจะถูกจัดให้อยู่ในรูปของเทอมไร้มิติเพื่อให้ขอบเขตของบริเวณที่เป็นน้ำแข็งซึ่งเคลื่อนที่นั้นมีค่าคงที่ จากนั้นทำการแก้ระบบสมการดังกล่าวโดยอาศัยวิธีผลต่างสืบเนื่อง และวิธีการคำนวณซ้ำเมื่อนำผลการคำนวณค่าความหนาของน้ำแข็งที่ได้ไปเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากการวัดในโรงงาน พบว่ามีความสอดคล้องกันในระดับหนึ่ง นอกจากนี้ผลการคำนวณเชิงเลขยังแสดงให้เห็นว่าอัตราการผลิตน้ำแข็งและภาระความเย็นจะลดลงอย่างรวดเร็วในช่วง 1 ชั่วโมงแรกหลังจากเริ่มการแข็งตัว หลังจากนั้นอัตราการผลิตน้ำแข็งและภาระความเย็นจะเริ่มลดลงในอัตราที่ช้าลงจนเกือบคงที่

Abstract

In this present study, the problem of the block-ice making process is considered one dimensional and transient. The governing equations are written for two separate regions: the wall and the ice regions. The convective heat transfer from the brine is the boundary condition at the wall surface. The solidification front is assumed sharp and isothermal. The governing system is transformed into a dimensionless form in order to immobilize the moving interface. The finite difference method and the iterative technique are employed to obtain the solution. It is found that the agreement between the thickness of ice obtained from the numerical result and the data measured from a plant is fairly good. The production rate of ice and the cooling load decrease significantly after an hour of immersion time. Thereafter, the reduction rate of the ice production rate and the cooling load starts to decrease and eventually it becomes almost constant.

1. บทนำ

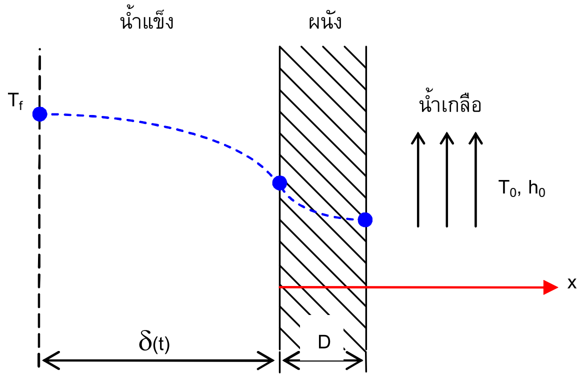
ในประเทศไทยมีโรงงานผลิตน้ำแข็งในเชิงพาณิชย์เป็นจำนวนมากกระจายอยู่ทั่วทุกภูมิภาคของประเทศ ในแต่ละวันปริมาณการผลิตน้ำแข็งซองมีมาก ซึ่งในการผลิตน้ำแข็งซองใช้เวลาในการแข็งตัวนานประมาณ 48 ชั่วโมงต่อหนึ่งซอง โดยที่ในแต่ละซองก็จะผลิตน้ำแข็งได้ประมาณ 150 กิโลกรัมต่อซอง ซึ่งคิดเป็นหลังงานที่ใช้ในการผลิตประมาณ 300 MW ทั่วประเทศ

ปัจจุบันการศึกษาและวิเคราะห์ปัญหาทางด้านวิศวกรรมศาสตร์และวิทยาศาสตร์ได้มีการนำความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (numerical method) มาผสมผสานเข้ากับความสามารถในการประยุกต์ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อมาใช้ในการวิเคราะห์หาผลเฉลยของปัญหาทางวิศวกรรมศาสตร์ได้อย่างรวดเร็ว ด้วยเหตุนี้จึงมีการนำเอาระเบียบวิธีเชิงเลขมาประยุกต์ใช้กับปัญหาของการแข็งตัวของสารบริสุทธิ์ แต่เนื่องจากปัญหาของการแข็งตัวของสารบริสุทธิ์นั้นจะ

เกี่ยวข้องกับขอบเขตที่เคลื่อนที่และเป็นฟังก์ชั่นของเวลา ดังนั้นจึงได้มีการพัฒนาระเบียบวิธีเชิงเลขเพื่อแก้ไขปัญหาดังกล่าว [1,2] และก็พบว่ามีการนำเอาวิธีดังกล่าวไปประยุกต์ใช้กับการแข็งตัวของน้ำแข็งอย่างต่อเนื่อง [3,4] ด้วยเหตุนี้จึงเป็นที่มาของการจัดทำงานวิจัยนี้ขึ้น โดยจะทำการศึกษาถึงอัตราการผลิตน้ำแข็งและภาระความเย็นของกระบวนการผลิตน้ำแข็งซอง เพื่อเป็นแนวทางในการประหยัดพลังงานของการผลิตน้ำแข็งซองต่อไป

2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์และสมการกำกับ

สำหรับกระบวนการผลิตน้ำแข็งซองนั้น ข้อสมมุติฐานเบื้องต้นของปัญหาการแข็งตัวนั้นจะถูกพิจารณาให้เป็นแบบ 1 มิติและอยู่ในสภาวะไม่คงที่ โดยที่การแข็งตัวจะเกิดขึ้นที่อุณหภูมิคงที่และเท่ากับจุดเยือกแข็งของน้ำ (T_f) นอกจากนี้ยังบริเวณพื้นผิวอีกด้านหนึ่งของผนังจะสัมผัสกับน้ำเกลือที่มีอุณหภูมิต่ำกว่าจุดเยือกแข็งของน้ำ (T_0) และทำความเย็นโดยการพาความร้อนออกจากน้ำแข็ง ซึ่ง T_0 นี้ก็เป็นอุณหภูมิตั้งต้นของผนังก่อนจะเริ่มการแข็งตัวเช่นกัน



รูปที่ 1 แสดงระบบที่พิจารณา

จากข้อสมมติฐานดังกล่าว แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการผลิตน้ำแข็งหลอดจะเขียนอยู่ในรูปสมการกำกับได้เป็น

(i) บริเวณน้ำแข็ง

$$\frac{1}{\alpha_s}\frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} \qquad (1)$$

$$x = 0 \quad ; T_s = T_w \quad , \quad k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} = k_w \frac{\partial T_w}{\partial x} \qquad (2a)$$

$$x = -\delta(t) \; ; \; T_s = T_f \quad , \quad -k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} = \rho_s \Delta h \frac{d\delta}{dt} \qquad (2b)$$

$$t = 0 \quad ; \; \delta = 0 \qquad (2c)$$

(ii) บริเวณผนัง

$$\frac{1}{\alpha_w}\frac{\partial T_w}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2} \qquad (3)$$

$$x = 0 \quad ; T_s = T_w \quad , \quad k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} = k_w \frac{\partial T_w}{\partial x} \qquad (4a)$$

$$x = D \quad ; -k_w \frac{\partial T_w}{\partial x} = h_0\left(T_w - T_0\right) \qquad (4b)$$

$$t = 0 \quad ; \; T_w = T_0 \qquad (4c)$$

3. การวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์

สมการกำกับ (1-4) เป็นสมการที่อยู่ในรูปที่มีมิติปรากฏอยู่ ดังนั้นจึงทำการเปลี่ยนรูปสมการกำกับให้อยู่ในรูปไร้มิติโดยกำหนดเทอมไร้มิติต่าง ๆดังต่อไปนี้

$$\hat{t} = \frac{\alpha_s t}{D^2} \qquad (5)$$

$$\hat{x}_s = \frac{x}{\delta} \qquad (6)$$

$$\hat{x}_w = \frac{x}{D} \qquad (7)$$

$$\varphi = \frac{\delta}{D} \qquad (8)$$

$$\theta_s = \frac{T_s - T_0}{T_f - T_0} \qquad (9)$$

$$\theta_w = \frac{T_w - T_0}{T_f - T_0} \qquad (10)$$

เมื่อนำเทอมไร้มิติดังกล่าวไปแทนลงในสมการกำกับ (1-4) ผลที่ได้คือสมการกำกับที่อยู่ในรูปไร้มิติดังต่อไปนี้

(i) บริเวณน้ำแข็ง

$$\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial \hat{x}_s^{\,2}} + \left(\hat{x}_s \varphi \frac{d\varphi}{d\hat{t}}\right)\frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{x}_s} - \varphi^2 \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{t}} = 0 \qquad (11)$$

$$\hat{x}_s = 0 \quad ; \; \theta_s = \theta_w \quad , \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{x}_s} - R_1 \varphi \frac{\partial \theta_w}{\partial \hat{x}_w} = 0 \qquad (12a)$$

$$\hat{x}_s = -1 ; \; \theta_s = 1 \quad , \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{x}_s} + \mathrm{Ste}\,\varphi \frac{d\varphi}{d\hat{t}} = 0 \qquad (12b)$$

$$\hat{t} = 0 \quad ; \; \varphi = 0 \qquad (12c)$$

(ii) บริเวณผนัง

$$\frac{\partial^2 \theta_w}{\partial \hat{x}_w^{\,2}} - \frac{R_2}{R_1}\frac{\partial \theta_w}{\partial \hat{t}} = 0 \qquad (13)$$

$$\hat{x}_s = 0 \quad ; \; \theta_s = \theta_w \quad , \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial \hat{x}_s} - R_1 \varphi \frac{\partial \theta_w}{\partial \hat{x}_w} = 0 \qquad (14a)$$

$$\hat{x}_s = -1 ; \; \frac{\partial \theta_w}{\partial \hat{x}_w} + \mathrm{Bi}\,\theta_w = 0 \qquad (14b)$$

$$\hat{t} = 0 \quad ; \; \theta_w = 0 \qquad (14c)$$

จะสังเกตได้ว่าผลการแปลงสมการดังกล่าวจะทำให้เงื่อนไขขอบเขต (2b) ซึ่งเดิม x เป็นฟังก์ชั่นของเวลา เปลี่ยนไปเป็นเงื่อนไขขอบเขต

(12b) ซึ่ง $\hat{x}_s$ เป็นค่าคงที่ ดังนั้นวิธีการแปลงสมการดังกล่าวจะช่วยให้สามารถนำเอาระเบียบวิธีเชิงเลขมาประยุกต์ใช้ได้ง่ายยิ่งขึ้น

นอกจากนี้ยังพบว่ามีพารามิเตอร์ไร้มิติอยู่ทั้งหมดสี่ค่าที่ปรากฏอยู่ในสมการ (11-14) กล่าวคือ

$$R_1 = \frac{k_w}{k_s} \tag{15}$$

$$R_2 = \frac{\rho_w C_{pw}}{\rho_s C_{ps}} \tag{16}$$

$$Ste = \frac{\Delta h}{C_{ps}\left(T_f - T_O\right)} \tag{17}$$

$$Bi = \frac{h_0 D}{k_w} \tag{18}$$

4. การวิเคราะห์โดยวิธีผลต่างสืบเนื่อง

สมการกำกับ (11-14) ข้างต้นสามารถแก้ไขได้โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงเลข ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้จะใช้วิธีผลต่างสืบเนื่อง (finite difference) และเนื่องจากสมการกำกับ (11-14) เป็นสมการแบบอิลิปติก (elliptic) ดังนั้นเพื่อให้เกิดเสถียรภาพในการทำงานของอัลกอริทึม จึงเลือกใช้การประมาณโดยวิธีผลต่างสืบเนื่องในรูปแบบ fully implicit [5] ดังนั้นตัวแปรที่ติดอยู่ในรูปอนุพันธ์ในสมการ (11,13) จะสามารถแทนได้ด้วยการประมาณดังต่อไปนี้

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \hat{x}^2} = \frac{\theta_{i+1}^{n+1} - 2\theta_i^{n+1} + \theta_{i-1}^{n+1}}{\left(\Delta \hat{x}\right)^2} \tag{19}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \hat{x}} = \frac{\theta_{i+1}^{n+1} - \theta_{i-1}^{n+1}}{2\Delta \hat{x}} \tag{20}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \hat{t}} = \frac{\theta_i^{n+1} - \theta_i^{n}}{\Delta \hat{t}} \tag{21}$$

$$\frac{d\varphi}{d\hat{t}} = \frac{\varphi_i^{n+1} - \varphi_i^{n}}{\Delta \hat{t}} \tag{22}$$

$$\varphi = \frac{\varphi_i^{n+1} + \varphi_i^{n}}{2} \tag{23}$$

เมื่อนำสมการ (19-23) ที่อยู่ด้านบนไปแทนลงในสมการ (11-14) จัดรูปสมการใหม่ จะได้สมการผลต่างสืบเนื่องโดยแบ่งตามตำแหน่งของโหนดที่ปรากฏอยู่บนโดเมนของการคำนวณ (computation domain) ดังต่อไปนี้

(i) โหนดที่อยู่ภายในบริเวณน้ำแข็ง

$$\begin{aligned}
&-\left[\frac{4\Delta\hat{t} - \hat{x}_s\left({\varphi_i^{n+1}}^2 - {\varphi_i^{n}}^2\right)\Delta\hat{x}_s}{\Delta\hat{x}_s^{\,2}\left(\varphi_i^{n+1} + \varphi_i^{n}\right)^2}\right]\theta_{s_{i-1}}^{n+1} \\
&+\left[1 + \frac{8\Delta\hat{t}}{\Delta\hat{x}_s^{\,2}\left(\varphi_i^{n+1} + \varphi_i^{n}\right)^2}\right]\theta_{s_i}^{n+1} \\
&-\left[\frac{4\Delta\hat{t} + \hat{x}_s\left({\varphi_i^{n+1}}^2 - {\varphi_i^{n}}^2\right)\Delta\hat{x}_s}{\Delta\hat{x}_s^{\,2}\left(\varphi_i^{n+1} + \varphi_i^{n}\right)^2}\right]\theta_{s_{i+1}}^{n+1} = \theta_{s_i}^{n}
\end{aligned} \tag{24}$$

(ii) โหนดที่อยู่ภายในบริเวณผนัง

$$\begin{aligned}
&-\left[\frac{R_2\Delta\hat{t}}{R_1\Delta\hat{x}_w^{\,2}}\right]\theta_{w_{i-1}}^{n+1} + \left[1 + \frac{2R_2\Delta\hat{t}}{R_1\Delta\hat{x}_w^{\,2}}\right]\theta_{w_i}^{n+1} \\
&-\left[\frac{R_2\Delta\hat{t}}{R_1\Delta\hat{x}_w^{\,2}}\right]\theta_{w_{i+1}}^{n+1} = \theta_{w_i}^{n}
\end{aligned} \tag{25}$$

(iii) โหนดที่อยู่บนขอบระหว่างบริเวณน้ำแข็งและผนัง ($\hat{x}_s = \hat{x}_w = 0$)

$$\begin{aligned}
&\frac{-1}{\left[a + b\cdot d\right]}\theta_{s_{i-1}}^{n+1} + \frac{\left[(1+a) + (c+d)b\right]}{\left[a + b\cdot d\right]}\theta_{s_i}^{n+1} \\
&-\frac{\left[b.c\right]}{\left[a + b\cdot d\right]}\theta_{s_{i+1}}^{n+1} = \theta_{s_i}^{n}
\end{aligned} \tag{26}$$

เมื่อกำหนดให้

$$a = \frac{\left(\varphi_i^{n+1} + \varphi_i^{n}\right)^2 \Delta\hat{x}_s^{\,2}}{8\Delta\hat{t}}$$

$$b = \frac{\varphi_i^{n+1} + \varphi_i^{n}}{2} + \frac{\hat{x}_s\left(\varphi_i^{n+1} + \varphi_i^{n}\right)^2\left(\varphi_i^{n+1} - \varphi_i^{n}\right)\Delta\hat{x}_s}{8\Delta\hat{t}}$$

$$c = \frac{R_1\Delta\hat{x}_s}{\Delta\hat{x}_w}$$

$$d = \frac{R_2\Delta\hat{x}_s\Delta\hat{x}_w}{2\Delta\hat{t}}$$

(iv) โหนดที่อยู่บนขอบบริเวณผนังที่ถูกพาความร้อน ($\hat{x}_w = 1$)

$$\begin{aligned}
&-\left[\frac{2R_2\Delta\hat{t}}{R_1\Delta\hat{x}_w^{\,2}}\right]\theta_{w_{i-1}}^{n+1} \\
&+\left[1 + \frac{2R_2\Delta\hat{t}}{R_1\Delta\hat{x}_w^{\,2}} + \frac{2R_2\,Bi\,\Delta\hat{t}}{R_1\Delta\hat{x}_w}\right]\theta_{w_i}^{n+1} = \theta_{w_i}^{n}
\end{aligned} \tag{27}$$

(v) โหนดที่อยู่บนขอบบริเวณน้ำแข็งที่เกิดการแข็งตัว ($\hat{x}_s = -1$)

$$\varphi_i^{n+1} = \sqrt{\left(\varphi_i^{n}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\hat{t}}{Ste\Delta\hat{x}_s}\right)\left(\theta_{s_{i+2}}^{n+1} - 4\theta_{s_{i+1}}^{n+1} + 3\right)} \tag{28}$$

ในขั้นตอนการคำนวณจะทำการประยุกต์สมการกำกับข้างต้นเข้ากับจุดต่อในบริเวณที่เป็นน้ำแข็งและผนัง (สมการ (24-27)) จะก่อให้เกิดระบบสมการเชิงเส้นแบบสามแถวทแยง (tridiagonal system) และสามารถหาคำตอบได้โดยใช้อัลกอริทึมของโทมัส แต่การจะหาคำตอบได้นั้นจำเป็นจะต้องรู้ค่า φ_i^{n+1} เสียก่อน ดังนั้นวิธีการที่ใช้คือการสมมติค่า φ_i^{n+1} ก่อนในเบื้องต้น จากนั้นก็แก้ไขระบบสมการแล้วนำค่าอุณหภูมิที่ได้ไปแทนในเงื่อนไข (28) เพื่อทำการตรวจสอบค่า φ_i^{n+1} ที่สมมติขึ้นในตอนแรก ซึ่งวิธีดังกล่าวจะก่อให้เกิดการคำนวณซ้ำ (iteration) จนกว่าค่าที่ได้มีค่าความผิดพลาดน้อยกว่าค่าที่ได้ตั้งไว้ จึงทำการคำนวณที่ช่วงเวลาถัดไปจนกระทั่งสิ้นสุดระยะเวลาที่ได้ทำการพิจารณา

จะเห็นได้ว่าเงื่อนไขตั้งต้นทางกายภาพของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เวลา $\hat{t}=0$ นั้นเป็นจุดซิงกูลาร์ริตี้เนื่องจากความหนาของน้ำแข็งเป็นศูนย์ ซึ่งไม่สามารถนำมาใช้เป็นเงื่อนไขตั้งต้นสำหรับอัลกอริทึมในการคำนวณได้ ดังนั้นเงื่อนไขตั้งต้นจึงต้องขยับมาอยู่ที่เวลา $\hat{t}$ ใด ๆ ที่มีค่าน้อยกว่า 1 มาก ๆ ($\hat{t} << 1$) ซึ่ง ณ เวลาดังกล่าวจะสามารถหาค่าอุณหภูมิของทั้งบริเวณน้ำแข็งและบริเวณผนังได้จากวิธีซิมิลาร์ลิตี้ (similarity method) ซึ่งมีสมการดังต่อไปนี้

(i) บริเวณน้ำแข็ง $-1 \le \eta \le 0$

$$\theta_s(\eta) = \theta_s(0) + [\theta_s(0) - 1]\frac{\mathrm{erf}\left(\frac{\sigma}{2}\eta\right)}{\mathrm{erf}\left(\frac{\sigma}{2}\right)} \qquad (29)$$

(ii) บริเวณผนัง $0 \le \eta \le \infty$

$$\theta_w(\eta) = (\theta_w(0))\left[1 - \mathrm{erf}\left(\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}\frac{\sigma}{2}\eta\right)\right] \qquad (30)$$

โดยที่

$$\theta_w(0) = \theta_s(0) = \frac{1}{1 + \sqrt{R_1 . R_2}.\mathrm{erf}\left(\frac{\sigma}{2}\right)} \qquad (31)$$

$$\eta = \frac{x}{\sigma\sqrt{\alpha_s \cdot t}} = \frac{x}{\delta} \qquad (32)$$

σ คือ ค่าคงที่ของการแปรผันระหว่าง δ กับ $\sqrt{\alpha_s t}$ และจะสามารถหาค่าได้เมื่อทราบค่า R_1, R_2 และ Ste จะเห็นได้ว่าวิธีซิมิลาร์ลิตี้นั้นสามารถหาคำตอบได้เนื่องจากบริเวณผนังถูกสมมติให้เป็นระยะกึ่งอนันต์ (semi-infinite domain) และเมื่อเวลา $\hat{t} << 1$ คลื่นความร้อนที่ส่งจากน้ำแข็งจะยังไม่ผ่านมาถึงบริเวณขอบอีกด้านหนึ่งของผนัง ($\hat{x}_w = 1$) ดังนั้นคำตอบที่ได้จากวิธีผลต่างสืบเนื่องจึงมีค่าลู่เข้าสู่คำตอบที่ได้จากวิธีซิมิลาร์ลิตี้ ดังนั้นจึงสามารถนำเอาคำตอบที่ได้จากวิธีซิมิลาร์ลิตี้มาใช้เป็นเงื่อนไขตั้งต้นสำหรับอัลกอริทึมในการคำนวณโดยวิธีผลต่างสืบเนื่องได้

ตารางที่ 1 แสดงคุณสมบัติของน้ำแข็ง [6]

คุณสมบัติของน้ำแข็ง	ค่าที่ใช้
ρ_s (kg/m^3)	920
k_s (W/m-K)	1.928
C_{ps} (kJ/kg-K)	2.01
Δh (kJ/kg)	333.7

ตารางที่ 2 แสดงคุณสมบัติของโลหะไร้สนิม [6]

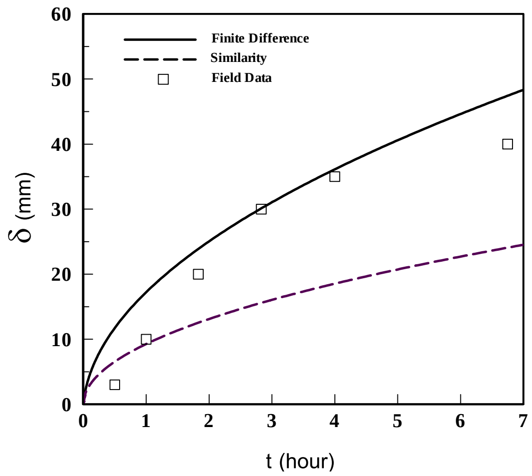
คุณสมบัติของสแตนเลส	ค่าที่ใช้
ρ_w (kg/m^3)	7900
k_w (W/m-K)	13.80
C_{pw} (kJ/kg-K)	436

สำหรับค่า R_1, R_2, Ste และ Bi นั้นจะสามารถหาได้จากตารางที่ 1 ซึ่งเป็นตารางคุณสมบัติของน้ำแข็ง สำหรับซองน้ำแข็งซึ่งก็คือบริเวณผนังนั้นทำมาจากโลหะไร้สนิมที่มีความหนา (D) ประมาณ 3.7 mm ซึ่งคุณสมบัติของโลหะไร้สนิมนั้นแสดงอยู่ในตารางที่ 2 นอกจากนี้อุณหภูมิภายนอกของน้ำเกลือ (T_0) นั้นมีค่าประมาณ -8°C ในขณะที่อุณหภูมิเยือกแข็งของน้ำ (T_f) คือ 0°C และค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนของของน้ำเกลือ (h_0) นั้นหาได้จากการคำนวณการไหลของน้ำเกลือผ่านช่องระหว่างซองน้ำแข็งซึ่งมีค่าประมาณ 1,500 W/m-K

จากตารางที่ 1 และ 2 และค่าต่าง ๆ ที่กำหนดมาข้างต้น จะสามารถนำมาคำนวณค่าของพารามิเตอร์ต่างๆได้ดังนี้

$$R_1 = 7.159,\ R_2 = 1.863,\ \mathrm{Ste} = 20.73,$$
$$\mathrm{Bi} = 0.402 \text{ และ } \sigma = 0.1508 \qquad (33)$$

5. ผลการคำนวณและการวิเคราะห์

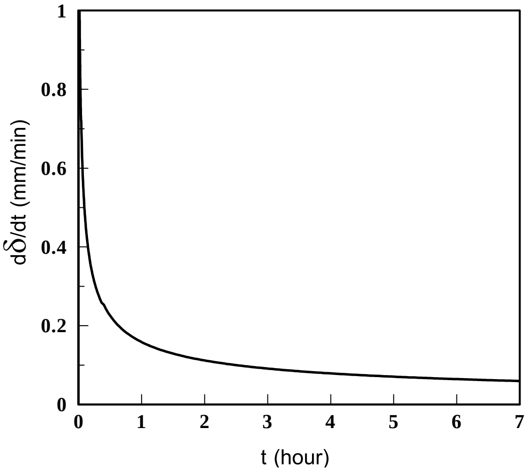


รูปที่ 2 แสดงความหนาของน้ำแข็งเทียบกับเวลา

จากผลการคำนวณดังแสดงในรูปที่ 2 พบว่าคำตอบที่ได้จากวิธีซิมิลาร์ลิตี้มีค่าสอดคล้องกับคำตอบที่ได้จากวิธีผลต่างสืบเนื่อง ในช่วงเริ่มต้นของการแข็งตัวเท่านั้นซึ่งมีค่าประมาณ $\hat{t} \le 1$ หรือเทียบได้เป็น 10 วินาทีแรกของการแข็งตัว เมื่อเวลาผ่านไปพบว่า ผลการคำนวณที่ได้จากวิธีผลต่างสืบเนื่องมีค่ามากกว่าผลการคำนวณที่ได้จากวิธีซิมิลาร์ลิตี้ เนื่องจาก ซิมิลาร์ลิตี้นั้นเราได้ตั้งสมมุติฐานว่าผนังมีความหนาไม่จำกัด ดังนั้นเมื่อเวลาผ่านไปคลื่นความร้อนจะถูกส่งผ่านลึกลงไปในส่วนของผนังเรื่อยๆ เป็นเหตุให้การส่งผ่านความร้อนในบริเวณพื้นผิวของผนังมีค่าต่ำกว่าในกรณีของวิธีผลต่างสืบเนื่อง ซึ่งมีเงื่อนไขขอบเขตเป็นแบบการพาความร้อนบนผิวของผนังที่มีความหนาจำกัด จะเห็นได้ว่าค่าความหนาของน้ำแข็ง (φ) ที่ได้จากวิธีผลต่างสืบเนื่องจะมีค่ามากกว่าค่าความหนาของน้ำแข็งที่ได้จากวิธีซิมิลาร์ลิตี้ประมาณ 1 เท่า

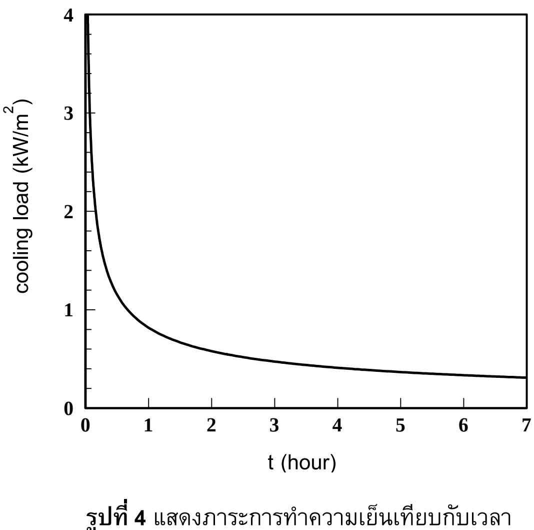
เมื่อนำค่าความหนาที่ได้จากวิธีผลต่างสืบเนื่องมาเปรียบเทียบกับสำหรับค่าความหนาของน้ำแข็งที่วัดได้จากโรงงานผลิตน้ำแข็งซองนั้นพบว่าลักษณะการเพิ่มของค่าความหนามีความคล้ายคลึงกัน อย่างไรก็ตามค่าที่ได้จากการวัดส่วนใหญ่มีค่าต่ำกว่าผลจากการวิธีผลต่างสืบเนื่อง โดยที่ความคลาดเคลื่อนจะเกิดในช่วงเริ่มแรกของการแข็งตัวจนถึงประมาณ 2 ชั่วโมงแรกและความคลาดเคลื่อนจะเพิ่มอีกครั้งเมื่อ

เวลาผ่านไปประมาณ 5 ชั่วโมง ทั้งนี้เนื่องจากสาเหตุ 3 ประการ กล่าวคือ ประการแรก การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนของน้ำเกลือที่ไหลผ่านซองน้ำแข็งได้อย่างถูกต้องและแม่นยำนั้นทำได้ยาก ประการที่สอง เนื่องจากอุณหภูมิของน้ำเกลือภายในบ่อผลิตน้ำแข็งซองมีค่าไม่คงที่ ในกรณีที่มีปริมาณการจำหน่ายน้ำแข็งสูงน้ำแข็งจำนวนมากจะถูกนำออกจากบ่อทำให้อุณหภูมิของน้ำเกลือมีค่าสูงขึ้น และ ทำให้การแข็งตัวของน้ำแข็งภายในบ่อน้ำเกลือดังกล่าวช้าลงอย่างมาก และ ประการสุดท้าย เนื่องจากผลของซองน้ำแข็งที่เป็นสองมิติซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อเวลาผ่านไปนานมากประมาณเกินกว่า 7 ชั่วโมง



รูปที่ 3 แสดงอัตราการผลิตน้ำแข็งเทียบกับเวลา

ในรูปที่ 3 แสดงถึงปริมาณอัตราการผลิตน้ำแข็งที่คำนวณได้จากวิธีผลต่างสืบเนื่องในรูปของตัวแปรไร้มิติจะเห็นได้ว่าอัตราการผลิตน้ำแข็งมีค่าสูงในช่วงเริ่มต้นของการแข็งตัว กล่าวคือ หลังจากเกิดการแข็งตัวไปประมาณ 15 นาที อัตราการผลิตน้ำแข็งมีค่าประมาณ 0.32 mm/min หลังจากนั้นอัตราการผลิตน้ำแข็งมีค่าลดต่ำลงอย่างรวดเร็ว นั่นคือ ในเวลา 1 ชั่วโมง และ 4 ชั่วโมง อัตราการผลิตลดลงเป็น 0.16 mm/min และ 0.08 mm/min หรือก็คือประมาณร้อยละ 50 และ 25 ของอัตราการผลิตที่เวลา 15 นาทีตามลำดับ หลังจากนั้นอัตราการผลิตน้ำแข็งจะมีการลดลงในอัตราที่เกือบคงที่



รูปที่ 4 แสดงภาระการทำความเย็นเทียบกับเวลา

เมื่อทำการคำนวณหาค่าอัตราการถ่ายเทความร้อนบนพื้นผิวของผนังที่สัมผัสกับน้ำเกลือ ($\hat{x}_w = 1$) ซึ่งค่าดังกล่าวก็คือภาระความเย็นของระบบ (โดยคิดเป็นอัตราการถ่ายเทความร้อนต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่) จะพบว่าในช่วงแรกภาระความเย็นจะลดลงอย่างรวดเร็ว และอัตราการลดลงของภาระความเย็นจะต่ำลงเมื่อเวลาผ่านไป 1 ชั่วโมง และอัตราการลดลงของภาระความเย็นจะมีค่าเกือบคงที่เมื่อเวลาผ่านไปประมาณ 4 ชั่วโมงดังที่แสดงในรูปที่ 4 ทั้งนี้เนื่องจากปริมาณน้ำแข็งที่หนาขึ้นนั้นจะส่งผลให้สภาพการนำความร้อนโดยรวมของระบบลดลง จึงทำให้อัตราการถ่ายเทความร้อนลดลงด้วยตามลำดับ

6. บทสรุป

ในงานวิจัยชิ้นนี้ได้ทำการศึกษาเพื่อทำนายทำนายความหนาของน้ำแข็ง อัตราการผลิตน้ำแข็งและภาระความเย็นของกระบวนการผลิตน้ำแข็งหลอด ในเบื้องต้นค่าความหนาของน้ำแข็งที่ได้จากวิธีผลต่างสืบเนื่องกับค่าที่วัดได้จากโรงงานในมีความสอดคล้องกันอยู่ในระดับหนึ่งโดยที่ค่าที่ได้จากการคำนวณจะมีค่าต่ำกว่าค่าที่วัดได้จากโรงงาน ในขณะที่การเปลี่ยนแปลงอัตราการผลิตน้ำแข็งและภาระความเย็นมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกัน นั่นคือใน 1 ชั่วโมงแรกของการผลิตน้ำแข็งทั้งอัตราการผลิตน้ำแข็งและภาระความเย็นลดลงอย่างรวดเร็ว หลังจากนั้นอัตราการลดลงของค่าทั้งสองจะต่ำลงจนเกือบจะคงที่เมื่อเวลาผ่านไปประมาณ 4 ชั่วโมง สำหรับงานศึกษาวิจัยในอนาคตนั้นน่าจะเป็นการศึกษาและปรับปรุงระบบทำความเย็นที่มีประสิทธิภาพและเหมาะสมกับกระบวนการผลิตน้ำแข็งซองซึ่งมีสภาพของภาระความเย็นที่ลดลงอย่างที่ได้แสดงในงานวิจัยชิ้นนี้

สัญลักษณ์

Bi = ไบออทนัมเบอร์
C_{ps} = ค่าความจุความร้อนจำเพาะของน้ำแข็ง,(J/kg-K)
C_{pw} = ค่าความจุความร้อนจำเพาะของผนัง,(J/kg-K)
D = ความหนาของผนังในแนวแกน x,(m)
h_0 = ค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนของน้ำเกลือ,(W/m^2-K)
k_s = ค่าการนำความร้อนของน้ำแข็ง,(W/m-K)
k_w = ค่าการนำความร้อนของผนัง,(W/m-K)
R_1 = อัตราส่วนค่าการนำความร้อนของผนังต่อน้ำแข็ง
R_2 = อัตราส่วนค่าความจุความร้อนของผนังต่อน้ำแข็ง
Ste = สเตฟานนัมเบอร์ของบริเวณที่เป็นน้ำแข็ง
t = เวลา,(s)
$\hat{t}$ = เทอมไร้มิติของเวลา
T_f = อุณหภูมิเยือกของน้ำ, (^{0}C)
T_s = อุณหภูมิของน้ำแข็ง,(^{0}C)
T_w = อุณหภูมิของผนัง,(^{0}C)
T_0 = อุณหภูมิของน้ำเกลือ, (^{0}C)
x = ระยะในแนวแกน x,(m)
$\hat{x}_s$ = เทอมไร้มิติของระยะในแนวแกน x ของบริเวณที่เป็นน้ำแข็ง
$\hat{x}_w$ = เทอมไร้มิติของระยะในแนวแกน x ของบริเวณที่เป็นผนัง
h_0 = สัมประสิทธิ์การพาความร้อนของน้ำเกลือ,(W/m^2-K)
Δh = ค่าความร้อนแฝงจำเพาะของการแข็งตัวของน้ำ,(kJ/kg)

α_s = Thermal diffusivity ของน้ำแข็ง

α_w = Thermal diffusivity ของผนัง

δ = ความหนาของน้ำแข็ง,(m)

η = ตัวแปรความคล้ายคลึง

φ = เทอมไร้มิติของค่าความหนาของน้ำแข็ง

θ_s = เทอมไร้มิติของอุณหภูมิน้ำแข็ง

θ_w = เทอมไร้มิติของอุณหภูมิผนัง

ρ_s = ความหนาแน่นของน้ำแข็ง,(kg/m^3)

ρ_w = ความหนาแน่นของผนัง,(kg/m^3)

σ = ค่าคงที่ของการแปรผันระหว่าง δ กับ $\sqrt{\alpha_s t}$

เอกสารอ้างอิง

[1] M. Necati Özisik, Heat Conduction, 1993, New York, John-Wiley & Sons, pp. 416-430

[2] V. R. Voller and C. R. Swaminathan, “Fixed Grid Techniques for Phase Change Problems: a Review”, International Journal of for Numerical Methods in Engineering, 1990, Vol. 30, pp. 875-898

[3] Chin-Hsiang Cheng and Chiuan-Che Shiu, “Frost formation and frost crystal growth on cold plate in atmospheric air flow”, International Journal of Heat and Mass Transfer, 2002, Vol. 45, pp. 4289-4303.

[4] Kwan-Soo Lee, Sung Jhee and Dong-Keun Yang, “Prediction of the frost formation on a cold flat surface” International Journal of Heat and Mass Transfer, 2003, Vol. 46, pp. 3789-3796

[5] S. C. Chapra and R. P. Canale, Numerical Methods for Engineers, 1990, New York, McGraw-Hill, pp. 738-741.

[6] Frank P. Incropera and Dewitt, David P, Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 2002, New York, John-Wiley & Sons, pp. 905-916