

ฟังก์ชันเลียปูนอฟที่ตั้งตามพื้นฐานกำลังสำหรับควบคุมเสถียรภาพของเครื่องบิน

Power Based Lyapunov Function for Aircraft Stabilization

ฐาปนศักดิ์ ทองสุวรรณ[†] และ อรรณพ เรืองวิเศษ^{††}
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
91 ถ.ประชาธิปไตย แขวงบางมด เขตทุ่งครุ กรุงเทพฯ 10140
โทร 0-2470-9117 โทรสาร 0-2470-9111 E-mail: joe@fibo.kmutt.ac.th[†], annop.rua@kmutt.ac.th^{††}

Thapanasak THONGSUWAN and Annop RUANGWISSET
Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkut's University of Technology Thonburi
91 Pracha-u-tid Rd. Bangmod Tungkru Bangkok 10140 Thailand
Tel 0-2470-9117 Fax 0-2470-9111 E-mail: joe@fibo.kmutt.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้เสนอการออกแบบระบบควบคุมอัตโนมัติสำหรับรักษาเสถียรภาพการบินของเครื่องบินโดยพิจารณาหลักการทางกลศาสตร์เกี่ยวกับการคายพลังงานและกำลังของระบบ โดยมีวัตถุประสงค์ของระบบควบคุมคือเพื่อรักษาเครื่องบินให้มีเสถียรภาพตามนิยามของเลียปูนอฟเนื้อหาของบทความจะอธิบายถึงการออกแบบระบบควบคุมรักษาเสถียรภาพโดยใช้ตัวควบคุมแบบกำลังเสมือน ท้ายสุดได้แสดงผลการทดสอบระบบควบคุมด้วยการจำลองทางคณิตศาสตร์ ผลการทดสอบแสดงให้เห็นถึงความสามารถในการรักษาเสถียรภาพการบินของเครื่องบินด้วยวิธีนี้แม้ว่าระบบจะมีความไม่เป็นเชิงเส้นและมีความเกี่ยวพันกันของตัวแปร

Abstract

This paper proposes the design of automatic control for stabilizing aircraft by considering the dynamics of the system, i.e. the energy dissipation and the power of the system. The purpose of the controller is to stabilize the aircraft in the meaning of Lyapunov stability. The contents of this paper explain and the design of the stability augmented controller by using virtual power. Finally, the verification results from numerical simulation is shown. The results represent the capacity of the controller for stabilizing the aircraft even though the system is nonlinear and coupled

1. บทนำ

อากาศยานไร้คนขับหรือที่มักจะรู้จักกันในชื่อตามอักษรย่อ UAV (Unmanned Aerial Vehicle) เป็นอากาศยานขนาดเล็กที่ใช้บินปฏิบัติการภารกิจการบิน (mission) รูปแบบของอากาศยานที่นิยมใช้ในการสร้าง UAV มักเป็นเครื่องบิน Fixed Wing โดยส่วนแรกสุดในการทำการควบคุม

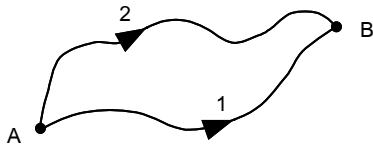
UAV ให้สามารถปฏิบัติการการบินคือการรักษาเสถียรภาพของอากาศยานในการปฏิบัติการ ในบทความนี้จะแสดงถึงการออกแบบระบบควบคุมเพื่อการรักษาเสถียรภาพของอากาศยานโดยใช้หลักการทางกลศาสตร์มาใช้ในการออกแบบระบบควบคุมในการรักษาเสถียรภาพ โดยระบบควบคุมที่ได้จะออกมาอยู่ในรูปของฟังก์ชันการคายพลังงานของ Rayleigh ที่ทำการปรับค่าตามสถานะของระบบ ในเอกสารฉบับนี้ฟังก์ชันของกำลังเสมือนของระบบที่ทำการควบคุมจะแยกออกเป็น 2 พจน์คือ (1) กำลังภายใน คือกำลังที่เกิดจากแรงภายใน (2) กำลังภายนอก คือกำลังที่เกิดจากแรงภายนอก โดยพจน์แรกนี้จะเกิดจากกำลังของระบบ ส่วนพจน์ที่ 2 เป็นพจน์เป็นกำลังที่เกิดจากคำสั่งในการควบคุมเรียกว่ากำลังเสมือนโดยกำลังเสมือนนี้ต้องไม่ทำให้เครื่องบินเกิดการ stall ในเอกสารนี้จะใช้วิธีในการออกแบบระบบควบคุมเพื่อการรักษาเสถียรภาพตามเอกสารอ้างอิง [2] โดยนำมาประยุกต์ใช้ในอากาศยานแบบ fixed wing

2 แรงแนอร์มัล พลังงาน การคายพลังงาน ระบบอเนอร์จิก พลังงาน

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงพลศาสตร์ในส่วนที่เกี่ยวข้องกับงานและพลังงานเป็นหลักเพื่อที่จะใช้เป็นหลักในการวิเคราะห์ระบบและหาทางทำการควบคุมระบบโดยใช้คุณสมบัติต่างในเชิงกลศาสตร์โดยในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงตั้งแต่สาเหตุและชนิดของแรงอันจะทำให้เป็นสาเหตุของการเคลื่อนที่ พลังงานและการคายพลังงานออกจากกระบบโดยสังเขป เพื่อนำความรู้ไปใช้ในการคายพลังงานจลน์จนเป็นศูนย์อันเป็นนิยามของการมีเสถียรภาพของอากาศยาน

2.1 แรงแนอร์มัลและไม่อเนอร์จิก

สนามแรงโดยทั่วไปแบ่งออกเป็น 2 แบบด้วยกันคือสนามแรงอเนอร์จิก (Conservative force field) และ สนามแรงไม่อเนอร์จิก (Non-Conservative force field)



รูปที่ 1 รูปแสดงเส้นทางการเคลื่อนที่จากจุด A ไปยังจุด B

จากรูปที่ 1 เมื่อทำการเคลื่อนที่วัตถุจากจุด A ไปยังจุด B ด้วยแรง f ทำการอินทิเกรตตามเส้นทาง 1 จะได้

$$W_1 = \int_{A \rightarrow B \text{ Path 1}} f \cdot dr \quad (1)$$

และเมื่อทำการเคลื่อนที่วัตถุจากจุด A ไปยังจุด B ด้วยแรง f ทำการอินทิเกรตตามเส้นทาง 2 จะได้

$$W_2 = \int_{A \rightarrow B \text{ Path 2}} f \cdot dr \quad (2)$$

หากแรงที่เกิดขึ้นเป็นแรงอนุรักษ์จะได้ว่า $W_1 = W_2$ แต่หากเป็นแรงที่ไม่อนุรักษ์จะได้เป็นว่า $W_1 \neq W_2$

2.2 พลังงานศักย์

พลังงานศักย์ (Potential energy) โดยทั่วไปจะหมายถึงพลังงานที่เกิดจากสนามแรงที่เป็นแรงอนุรักษ์ (Conservative force field) เท่านั้น ฟังก์ชันของพลังงานศักย์สามารถเขียนได้เป็น

$$U = \int_{\alpha_1}^{s_1} \frac{\partial}{\partial s} U(\xi, \alpha_2, \dots, \alpha_n, t) d\xi + \dots + \int_{\alpha_n}^{s_n} \frac{\partial}{\partial s} U(s_1, \dots, s_{n-1}, \xi, t) d\xi \quad (3)$$

โดยขั้นตอนการเกิดแรงจะเกิดขึ้นเมื่อมีการย้ายตำแหน่งของวัตถุตามเงื่อนไขของอนุพันธ์ย่อย

$$Q^* = -\frac{\partial U}{\partial s_i} \quad (4)$$

เมื่อ s_i คือเวกเตอร์ของตำแหน่ง และ Q^* คือแรงอนุรักษ์ ในทำนองเดียวกันหากหาเกรเดียนของพลังงานศักย์จะได้ว่า

$$\nabla U = -Q_x^* i - Q_y^* j - Q_z^* k \quad (5)$$

เมื่อ $\nabla = (\partial/\partial x)i + (\partial/\partial y)j + (\partial/\partial z)k$ สมการที่ (5) แสดงให้เห็นว่า พลังงานศักย์คือความสามารถเก็บพลังงานในรูปของแรงอนุรักษ์กับตำแหน่งของวัตถุ หากทำการหาอนุพันธ์อันดับหนึ่งของพลังงานศักย์เทียบกับเวลาโดยใช้กฎลูกโซ่จะได้ว่า

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial s} \cdot \frac{ds}{dt} = -Q_i^* \cdot \dot{s}_i \quad (6)$$

เมื่อ \dot{s} คือเวกเตอร์ความเร็ว อนุพันธ์ของพลังงานศักย์เทียบกับเวลานี้คือกำลังหรืออัตราการคายพลังงานออกจากระบบและมีเครื่องหมายเป็นลบ ส่วนอนุพันธ์ย่อยคือแรงที่เกิดขึ้นในรูปแบบของแรงอนุรักษ์ ซึ่งตามหลักการของแรงอนุรักษ์ในหัวข้อที่ 2.1 แรงที่เกิดขึ้นในส่วนนี้จะไม่สามารถทำให้เกิดการสูญเสียได้ แต่จากสมการที่ (6) แสดงให้เห็นว่าการถ่ายเทพลังงานที่เกิดจากแรงอนุรักษ์นั้นต้องทำให้เกิดความเร็วขึ้น

2.3 พลังงานจลน์

พลังงานจลน์ (Kinetic energy) เป็นพลังงานที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของวัตถุโดยไม่จำกัดว่าเกิดจากแรงชนิดใด เราสามารถคิดพลังงานจลน์ได้จากงานที่เกิดจากการเคลื่อนที่ดังนี้

$$W = \int m \frac{ds}{dt} ds = m \int \frac{1}{2} \frac{d(s^2)}{dt} dt = \frac{1}{2} m s^2 = T \quad (7)$$

ถ้าวัตถุที่พิจารณาเป็นวัตถุแข็งเกร็ง (rigid body) จะสามารถเขียนแสดงพลังงานจลน์ได้ดังนี้

$$T = \frac{1}{2} MV^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 = T_v + T_\omega \quad (8)$$

สมการที่ (8) แสดงให้เห็นว่าพลังงานจลน์มี 2 ส่วน คือ ส่วนที่เกิดจากเวกเตอร์ความเร็วเชิงเส้น $V \in \{u, v, w\}$ และส่วนที่เกิดจากเวกเตอร์ความเร็วเชิงมุม $\omega \in \{p, q, r\}$ เมื่อหาเกรเดียนของพลังงานจลน์จะได้

$$\begin{aligned} \nabla T_v &= (m \cdot u) i + (m \cdot v) j + (m \cdot w) k \\ \nabla T_\omega &= (I_{xx} \cdot p) i + (I_{yy} \cdot q) j + (I_{zz} \cdot r) k \end{aligned} \quad (9)$$

เราสามารถหาอนุพันธ์ของพลังงานจลน์เทียบกับเวลาได้โดยใช้กฎลูกโซ่

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T_v}{\partial V} \frac{dV}{dt} + \frac{\partial T_\omega}{\partial \omega} \frac{d\omega}{dt} \quad (10)$$

อนุพันธ์ของพลังงานจลน์เทียบกับเวลานี้สามารถเขียนในรูปของอัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานได้ 2 แบบ คือ (1) เขียนในรูปของโมเมนตัมและความเร็ว และ (2) เขียนในรูปของแรงและความเร็ว ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= L_i \cdot a_i + H_i \cdot \alpha_i \\ &= F_i \cdot V_i + \tau_i \cdot \omega_i \end{aligned} \quad (11)$$

เมื่อ $i \in \{x, y, z\}$ a_i และ α_i คือความเร่งเชิงเส้นและเชิงมุมตามลำดับสมการที่ (11) แสดงให้เห็นว่าพลังงานจลน์เป็นพลังงานจากการเคลื่อนที่ ไม่จำเป็นว่าจะต้องอยู่ในสนามแรงอนุรักษ์ ดังนั้นระบบที่มีพลังงานจลน์จะเป็นระบบที่มีการอนุรักษ์พลังงานหรือไม่ก็ได้ และถ้าหากต้องการให้เกิดการคายพลังงานออกจากระบบจำเป็นต้องทำให้เกิดพลังงานจลน์ขึ้น

2.4 ฟังก์ชันการคายพลังงาน (Rayleigh dissipation function)

ในการรักษาเสถียรภาพของระบบมีความจำเป็นจะต้องคายพลังงานออกจากระบบ ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงฟังก์ชันที่ใช้ในการคายพลังงานของ Rayleigh โดยใช้ Lagrange's Equations ในการอธิบาย เริ่มจาก

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{s}} \right) - \frac{\partial L}{\partial s} = Q \quad (12)$$

เมื่อ $L = T - U$ และ Q คือแรงจากความเฉื่อยของระบบ ซึ่งเราสามารถสร้างแรงในทิศทางตรงกันข้ามได้ดังนี้

$$Q_i = - \sum_{j=1}^n C_{ij}(s, \dot{s}, t) \dot{s}_j \quad (13)$$

เมื่อ C_{ij} คือค่าความหน่วงที่จะต้องเป็นจำนวนจริงบวกเท่านั้น และเราจะสามารถลดพลังงานของระบบได้เมื่อแรงไม่เท่ากับศูนย์ โดยเราจะสามารถเขียนฟังก์ชันการลดพลังงานในรูปของ $D(s, \dot{s}, t)$ ได้ดังนี้

$$D(s, \dot{s}, t) = \frac{1}{2} C_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (14)$$

นำสมการที่ (14) มาเขียนในรูปของ Lagrange's Equations ได้เป็น

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{s}} \right) - \frac{\partial L}{\partial s} + \frac{\partial D}{\partial \dot{s}} = 0 \quad (15)$$

อัตราการคายพลังงานออกมาในรูปของงานจะมีค่าเท่ากับ

$$\sum_{i=1}^n F_i \dot{s}_i = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} \dot{s}_i \dot{s}_j = -2D(s, \dot{s}, t) \quad (16)$$

จากสมการที่ (16) จะเห็นว่าอัตราการคายพลังงานมีค่าเท่ากับสองเท่าของอัตราการคายพลังงานที่คายได้ ณ เวลานั้นๆ และ $D(s, \dot{s}, t)$ จะต้องเป็น positive definite

นอกจากนี้ การคายพลังงานแบบ Rayleigh ใช้ได้ในการคายพลังงานจลน์เท่านั้น และแรงที่ใช้ในการคายพลังงานจะต้องเป็นแรงแบบไม่อนุรักษ์ ดังนั้นสำหรับการสร้างแรงที่ใช้ในการคายพลังงานจากระบบของอากาศ

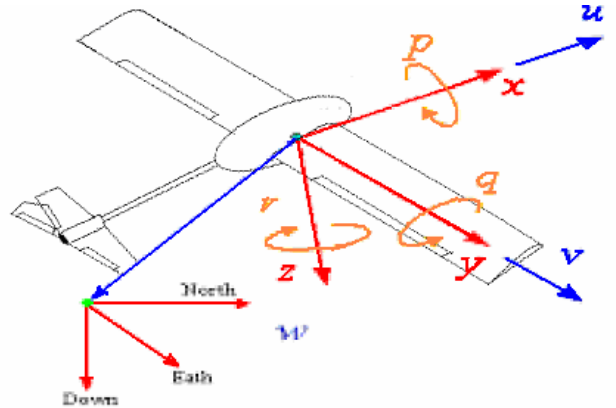
ยานจะใช้แรงจากใบพัดและแพนบังคับซึ่งเป็นแรงสัมผัสสามารถทำให้เกิดการคายพลังงานจากระบบได้

3. พลศาสตร์การบิน

ในหัวข้อนี้จะอธิบายถึงพลศาสตร์ของอากาศยานโดยแบ่งออกเป็น 3 ช่วง คือ (1) อธิบายถึงการตั้งแกนและสัญลักษณ์ที่ใช้ในอากาศยาน (2) การเกิดแรงและแรงบิด (3) อธิบายถึงการตั้งสมการการเคลื่อนที่ของอากาศยานด้วยกฎของ Newton

3.1 ระบบแกนและสัญลักษณ์

ในหัวข้อนี้จะอธิบายถึงระบบแกนของเครื่องบิน โดยในรูปที่ 2 ใช้ในการบอกระนาบแกนและความเร็วเชิงเส้นและเชิงมุมของเครื่องบิน แกนที่ใช้ยึดกับพื้นดินใช้ระบบ NED (North-East-Down) คือแกน x ชี้ไปยังทิศเหนือ แกน y ชี้ไปยังทิศตะวันออก และแกน z ชี้ลงตามแรงโน้มถ่วงโลก ความเร็วเชิงเส้นในแกน x ใช้สัญลักษณ์ u ความเร็วเชิงเส้นในแกน y ใช้สัญลักษณ์ v และความเร็วเชิงเส้นในแกน z ใช้สัญลักษณ์ w ส่วนความเร็วเชิงมุมรอบแกนใช้สัญลักษณ์ p, q, r ตามลำดับ



รูปที่ 2 ระบบแกนและเวกเตอร์ความเร็วของอากาศยาน

การตั้งแกนที่ลำตัวของอากาศยานใช้ตามกฎมือขวา กำหนดให้แกน x ชี้ไปส่วนหน้าของอากาศยาน แกน y ชี้ไปปีกขวา และแกน z ชี้ลงตามแรงโน้มถ่วงโลก ในขณะที่มุมของแกนลำตัว (body axis) กับแกนโลกใช้มุมของ Euler ในการอธิบายใช้สัญลักษณ์ ϕ, θ, ψ สำหรับมุมรอบแกน x-y-z ตามลำดับ

3.2 ขั้นตอนการสร้างแรงและแรงบิด

ขั้นตอนในการสร้างแรงและแรงบิดนี้สามารถอ่านโดยละเอียดใน เอกสารอ้างอิง [1] สามารถสรุปโดยสังเขปดังนี้

$$\begin{aligned} X &= \frac{1}{2} \rho V_c^2 S (C_D \cos \alpha \cos \beta - C_Y \cos \alpha \sin \beta - C_L \sin \alpha) \\ Y &= \frac{1}{2} \rho V_c^2 S (-C_D \sin \beta + C_Y \cos \beta) \\ Z &= \frac{1}{2} \rho V_c^2 S (-C_D \sin \alpha \cos \beta - C_Y \sin \alpha \sin \beta - C_L \cos \alpha) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{เมื่อ } V_c = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}, \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{w}{u}\right), \beta = \sin^{-1}\left(\frac{v}{V_c}\right)$$

และค่าสัมประสิทธิ์ในการเกิดแรงสามารถหาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} C_L &= C_{L_\alpha} \alpha + C_{L_q} \hat{q} + C_{L_{\delta e}} \delta e \\ C_Y &= C_{Y_\beta} \beta + C_{Y_p} \hat{p} + C_{Y_r} \hat{r} + C_{Y_{\delta r}} \delta r \\ C_D &= C_{D_0} + \frac{C_L}{\pi e A} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\text{เมื่อ } \hat{p} = \frac{pb}{2V_c}, \hat{q} = \frac{qc}{2V_c}, \hat{r} = \frac{rb}{2V_c}, \hat{\alpha} = \frac{rb}{2V_c} \quad S \text{ คือพื้นที่ผิวของปีก}$$

C_D สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน, C_L สัมประสิทธิ์แรงยก, C_Y สัมประสิทธิ์แรงขับ เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ได้จากการทดสอบ ส่วนแรงบิดจากอากาศพลศาสตร์สามารถหาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} \rho V_c^2 S b \cdot C_l \\ M &= \frac{1}{2} \rho V_c^2 S c \cdot C_m \\ N &= \frac{1}{2} \rho V_c^2 S b \cdot C_n \end{aligned} \quad (19)$$

เมื่อ C_l สัมประสิทธิ์แรงบิดรอบแกน X , C_m สัมประสิทธิ์แรงบิดรอบแกน y , C_n สัมประสิทธิ์แรงบิดรอบแกน z สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned} C_l &= C_{l_\beta} \beta + C_{l_p} \hat{p} + C_{l_r} \hat{r} + C_{l_{\delta a}} \delta a + C_{l_{\delta r}} \delta r \\ C_m &= C_{l_o} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_q} \hat{q} + C_{m_{\hat{\alpha}}} \hat{\alpha} + C_{m_{\delta e}} \delta e \\ C_n &= C_{n_\beta} \beta + C_{n_p} \hat{p} + C_{n_r} \hat{r} + C_{n_{\delta a}} \delta a + C_{n_{\delta r}} \delta r \end{aligned} \quad (20)$$

เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ได้จากการทดสอบ

3.3 สมการเคลื่อนที่

สมการการเคลื่อนที่ของอากาศยานทำโดยการตั้งแกนดังรูปที่ 2 แล้วใช้สมการของ Newton-Euler สามารถเขียนได้ในรูป

$$\begin{aligned} \dot{u} &= (vr - wq) - g \sin \theta + X/m \\ \dot{v} &= (wp - ur) + g \sin \phi \cos \theta + Y/m \\ \dot{w} &= (uq - vp) + g \cos \phi \sin \theta + Z/m \\ (I_{xx} I_{yy} - I_{xz}^2) \dot{p} &= (I_{yy} I_{zz} - I_{zz}^2 - I_{xz}^2) qr + (I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}) pr \\ &\quad + I_{zz} L + I_{xz} N \\ I_{yy} \dot{q} &= -(I_{xx} - I_{zz}) pr + I_{xz} (p^2 - r^2) + M \\ (I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2) \dot{r} &= -(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}) I_{xz} pq + (I_{xx}^2 - I_{xx} I_{yy} + I_{zz}^2) pq \\ &\quad + I_{xz} L + I_{xx} N \end{aligned} \quad (21)$$

เมื่อ I_{ij} คือ inertia ของแกน i, j

4. การออกแบบระบบควบคุมโดยใช้กำลังเสมือน

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการออกแบบระบบการรักษาเสถียรภาพโดยใช้กำลังเสมือนโดยใช้วิธีการออกแบบตามเอกสารอ้างอิงที่ [2] จะพบว่าระบบจะมีเสถียรภาพได้ก็ต่อเมื่ออัตราการเปลี่ยนแปลงของเลียพูนอฟมีค่าเป็นลบ ดังนั้นแรงบิดที่สามารถควบคุมได้นั้นต้องมีทิศทางตรงข้ามกับความเร็วจึงจะทำให้ระบบมีเสถียรภาพ การหาค่ากำลังเสมือนสามารถหาตามขั้นตอนต่อไป

- กำหนดเลียพูนอฟฟังก์ชันตามลักษณะทางกายภาพ ในอากาศยาน การรักษาเสถียรภาพทำโดยการทำให้ความเร่งเชิงมุมเป็นศูนย์ทั้งสามแกน

$$V(x) = \frac{1}{2} (I_{xx} p^2 + I_{yy} q^2 + I_{zz} r^2) \quad (22)$$

- หาอนุพันธ์อันดับหนึ่งของเลียพูนอฟฟังก์ชัน

$$\frac{dV(x)}{dt} = \begin{bmatrix} I_{xx} p & I_{yy} q & I_{zz} r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix}$$

(23)

สมการที่ (23) นี้ในทางกลศาสตร์คือกำลัง สามารถเขียนแทน

$$\frac{dV}{dt} = P = T\omega$$

- ทำการหา variation ของอนุพันธ์เลียพูนอฟฟังก์ชัน

$$\delta P_i = \omega_i \delta T_i + T_i \delta \omega_i \quad i \in \{X, Y, Z\} \quad (24)$$

เมื่อ $T_i = [L \ M \ N] \in \mathfrak{R}^3$ และ $\omega_i = [p \ q \ r] \in \mathfrak{R}^3$ δP_i คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงอนุพันธ์เลียพูนอฟฟังก์ชันในขณะหนึ่งกำหนดให้มีค่าเท่ากับศูนย์ T_i หมายถึงแรงบิดที่มีค่าคงที่ในเวลาสั้น δT_i หมายถึงแรงบิด

มีเปลี่ยนแปลง ω_i หมายถึงความเร็วเชิงมุมที่มีค่าคงที่ในเวลาสั้น $\delta\omega_i$ หมายถึงที่มีความเร็วเชิงมุมที่มีเปลี่ยนแปลง สมการที่ (24) ใช้ในการคำนวณแรงบิดที่ใช้ในการควบคุม

4. ทำการกำหนดเส้นทางการเคลื่อนที่ของความเร็วเชิงมุมที่ต้องการกำหนดให้เป็นการเคลื่อนที่แบบ exponential ได้ตั้งสมการ (25) คำนวณ

$$\begin{aligned}\omega(t) &= \Omega_0 e^{-\zeta t} \\ \frac{d}{dt} \omega(t) &= -\Omega_0 \zeta e^{-\zeta t} \\ \delta\omega &= -\Omega_0 \zeta e^{-\zeta t} \delta t\end{aligned}\quad (25)$$

โดย $\delta\omega$ คือความเร็วที่ต้องการให้เปลี่ยนแปลงในแต่ละช่วงเวลา Ω_0 ความเร็ว ณ นั้น ดังนั้นความเร็วที่ต้องการในแต่ละช่วงเวลาสามารถแสดงได้ตั้ง

$$\omega = \omega - \Omega_0 \zeta e^{-\zeta t} \delta t \quad (26)$$

ทำการคำนวณรอบทุกครั้ง จะได้เป็นความเร็วเชิงมุมที่ต้องการ (ω) ในแต่ละรอบการคำนวณ

5. นำ (25) ไปแทนในสมการที่ (24) เพื่อคำนวณหาแรงบิดที่ใช้ในการควบคุมความเร็วเชิงมุมของอากาศยานให้เป็นไปตามสมการที่ (27) โดยเมื่อแทนแล้วแสดงได้เป็น

$$\begin{aligned}\{(I_{xx}I_{yy} - I_{xz}^2)\dot{p} - (I_{yy}I_{zz} - I_{zz}^2 - I_{xz}^2)qr \\ - (I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})I_{xz}pq \\ - I_{xz}N\}(-p_0\zeta e^{-\zeta p t})/I_{zz} &= p_0 \delta L \\ \{I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})pr \\ - I_{xz}(p^2 - r^2)\}(-q_0\zeta e^{-\zeta q t}) &= q_0 \delta M \\ \{(I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2)\dot{r} + (I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})I_{xz}qr \\ - (I_{xx}^2 - I_{xx}I_{yy} + I_{xz}^2)pq \\ - I_{xz}L\}(-r_0\zeta e^{-\zeta r t})/I_{zz} &= r_0 \delta N\end{aligned}\quad (27)$$

6. นำแรงบิดที่คำนวณได้แปลงเป็นมุมของพื้นผิวควบคุมโดยอาศัยกฎลูกโซ่ และสมการพลศาสตร์ของอากาศยานเอง

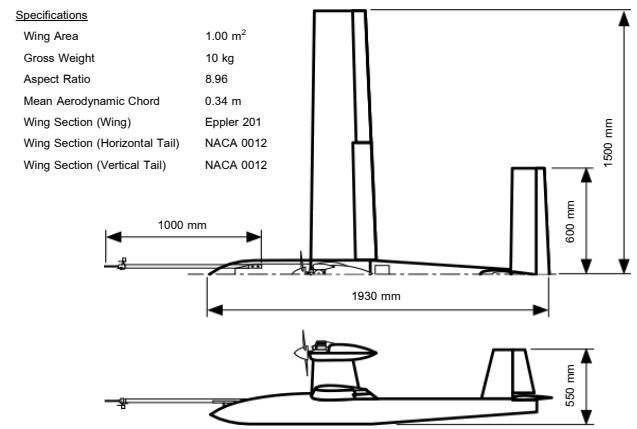
$$\begin{aligned}\delta L &= \frac{\partial L}{\partial(\delta a)} \delta a = \frac{1}{2} \rho V^2 S b \cdot C_{l_{\delta a}} \cdot \delta a \\ \delta M &= \frac{\partial M}{\partial(\delta e)} \delta e = \frac{1}{2} \rho V^2 S \bar{c} \cdot C_{m_{\delta e}} \cdot \delta e \\ \delta N &= \frac{\partial N}{\partial(\delta r)} \delta r = \frac{1}{2} \rho V^2 S b \cdot C_{n_{\delta r}} \cdot \delta r\end{aligned}\quad (28)$$

สุดท้ายสามารถเขียนในรูปตัวควบคุมได้เป็น

$$\begin{aligned}\delta a &= k_p \phi + \frac{\delta L}{\frac{1}{2} \rho V^2 S b \cdot C_{l_{\delta a}}} \\ \delta e &= k_p \theta + \frac{\delta M}{\frac{1}{2} \rho V^2 S \bar{c} \cdot C_{m_{\delta e}}} \\ \delta r &= k_p \psi + \frac{\delta N}{\frac{1}{2} \rho V^2 S b \cdot C_{n_{\delta r}}}\end{aligned}\quad (29)$$

6. ผลการจำลองทางคณิตศาสตร์

การทดสอบวิธีการควบคุมที่เสนอในบทความนี้ใช้การจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องบินซึ่งแสดงในรูปที่ 3 ของ Kyushu University ตามเอกสารอ้างอิง [3]



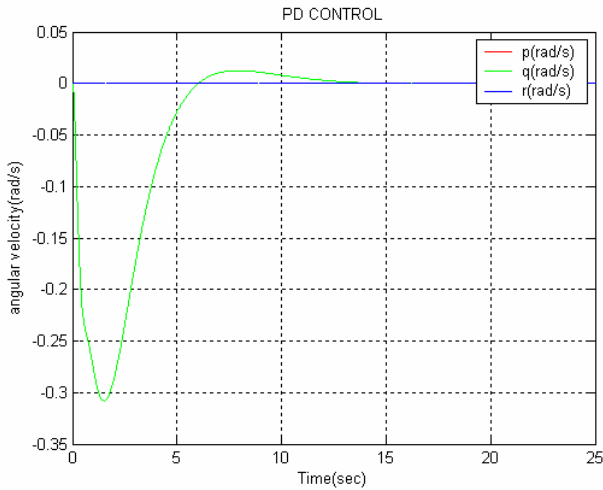
รูปที่ 3 อากาศยานที่นำมาศึกษา [3]

วัตถุประสงค์ของการควบคุมคือรักษาเสถียรภาพการบินของเครื่องบินซึ่งหมายถึงต้องควบคุมให้ไมเมนต์ลิฟท์หรือการเปลี่ยนแปลงความเร็วเชิงมุมรอบแกนทุกแกนเป็นศูนย์ การทดสอบจะแบ่งเป็น 2 กรณีที่มีสภาวะเริ่มต้นต่างกันคือ

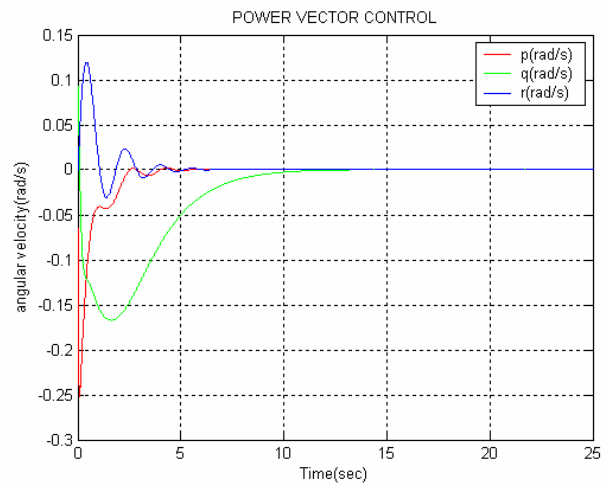
กรณีที่ 1 ที่สภาวะเริ่มต้นเครื่องบินอยู่ในสภาวะสมดุล (trim condition) มุม Euler และความเร็วเชิงมุมรอบแกนทุกแกนเป็นศูนย์

กรณีที่ 2 ที่สภาวะเริ่มต้นกำหนดให้ $\phi = 10 \text{ deg}$ $\theta = -10 \text{ deg}$ $\psi = 5 \text{ deg}$ และ $p = 10 \text{ deg/s}$ $q = -18 \text{ deg/s}$ $r = 0 \text{ deg/s}$

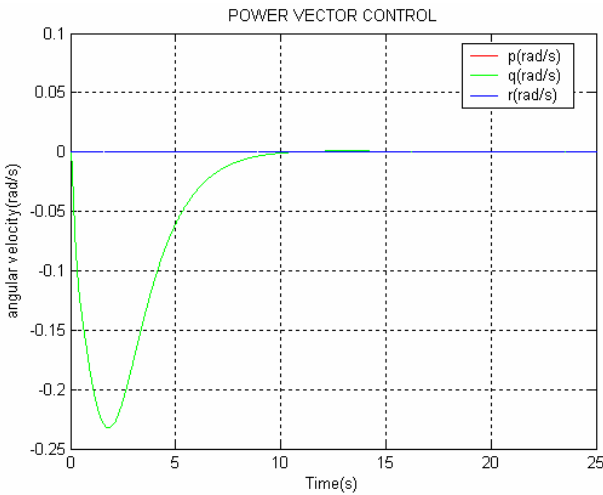
ผลการทดสอบการนำตัวควบคุมแบบกำลังเสมือนมาใช้ในการควบคุมรักษาเสถียรภาพของเครื่องบินในกรณีที่ 1 ได้ผลดังรูปที่ 5 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมแบบกำลังเสมือน สามารถรักษาเสถียรภาพการบินได้ทำให้ความเร็วเชิงมุมเป็นศูนย์ เมื่อเปรียบเทียบกับผลการควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบ PD โดยค่าอัตราการขยายได้มาจากการลองผิดลองถูกแล้วเลือกค่าที่ดีที่สุด ในรูปที่ 4 จะเห็นว่าตัวควบคุมทั้งสองแบบให้ผลตอบสนองที่มี rise time ใกล้เคียงกัน แต่ตัวควบคุมที่ใช้ ตัวควบคุมแบบกำลังเสมือนจะไม่มี overshoot



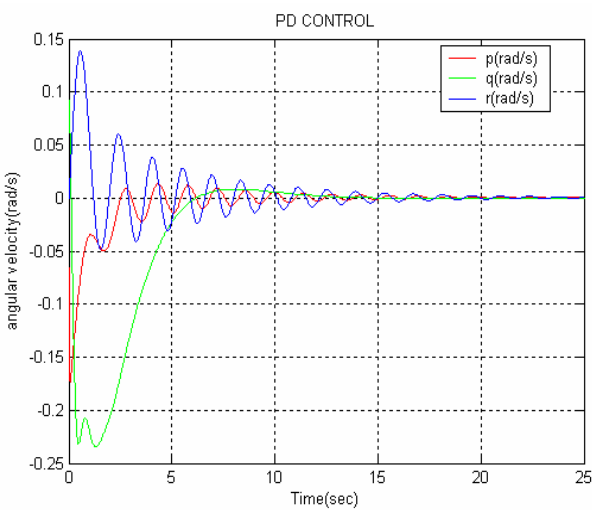
รูปที่ 4 ผลการทดสอบกรณีที่ 1 โดยใช้ตัวควบคุมแบบ PD



รูปที่ 7 ผลการทดสอบกรณีที่ 2 โดยใช้ตัวควบคุมแบบกำลังเสมือน



รูปที่ 5 ผลการทดสอบกรณีที่ 1 โดยใช้ตัวควบคุมแบบกำลังเสมือน



รูปที่ 6 ผลการทดสอบกรณีที่ 2 โดยใช้ตัวควบคุมแบบ PD

เมื่อทดสอบด้วยสภาวะเริ่มต้นที่มีการเกี่ยวพันกัน (couple) ดังกรณีที่ 2 ผลการควบคุมด้วยตัวควบคุมแบบ PD แสดงในรูปที่ 6 จะเห็นว่ามี settling time ที่นานมาก แตกต่างจากผลตอบสนองที่ได้จากการควบคุมด้วย ตัวควบคุมแบบกำลังเสมือน ดังในรูปที่ 7 ซึ่งเครื่องบินจะเข้าสู่สภาวะสมดุลได้เร็วกว่ามาก ทั้งนี้เนื่องจากวิธีการนี้ได้ทำการ decouple ทางด้านพลังงานแล้ว นอกจากนี้การที่มุมเอียงตัวไม่เป็นศูนย์ทำให้ระบบของเครื่องบินมีความไม่เป็นเชิงเส้นเพิ่มขึ้น แต่จากผลการทดสอบการควบคุมเสถียรภาพโดยใช้ ตัวควบคุมแบบกำลังเสมือน จะยังสามารถรักษาเสถียรภาพได้ แสดงให้เห็นว่าการรักษาเสถียรภาพวิธีนี้เหมาะกับระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นและมีความเกี่ยวพันกันของตัวแปร

7. สรุปและงานในอนาคต

บทความนี้ได้เสนอการออกแบบระบบควบคุมเสถียรภาพของเครื่องบิน โดยใช้หลักการทางกลศาสตร์ นำควบคุมแบบกำลังเสมือน มาพิจารณาในการวิเคราะห์ค่า K_d ที่สามารถปรับได้ตามสถานะของระบบ ซึ่งการควบคุมกำลังจะเทียบเท่าได้กับการควบคุมอัตราการเปลี่ยนแปลงของเลี้ยวฮอนอฟ ฟังก์ชันโดยตรง ผลการทดสอบแสดงถึงความสามารถในการรักษาเสถียรภาพของเครื่องบินแม้ว่าจะมีความไม่เป็นเชิงเส้นและมีความเกี่ยวพันกันของตัวแปร อย่างไรก็ตามยังมีอีกหลายส่วนที่ยังไม่ได้พิจารณา เช่น ความเกี่ยวพันกันระหว่างใบพัดกับลำตัว ขอบเขตการมีเสถียรภาพเมื่อเทียบกับระบบควบคุมแบบอื่น ซึ่งเหล่านี้ยังเป็นหัวข้อที่จะต้องพิจารณาต่อไปในอนาคต

8. เอกสารอ้างอิง

- [1]. Etkin, B. and Reid, L.D., "Dynamics of Flight: Stability and Control," John Wiley & Sons, Inc., 1994
- [2]. T. Thongsuwan A. Ruangwiset , "Power Based Lyapunov Function Autonomous Helicopter ", Guidance, Navigation and Control Conference AIAA 2004
- [3]. A. Ruangwiset , " Flight Control Design and Navigation by Group Iteration" ME-NETT 16 th, Thailand