

การจำลองการไหลแบบปั่นป่วนที่มีการฉีดกระทบแบบแกนสมมาตร Numerical Simulation of Turbulent Flow of an Axisymmetric Impinging Jet

จิตรกร กนกนัยการ เมืองแก้ว ยุตัน ดำริห์ จันทรแสงสุก พงษ์เจต พรหมวงค์
คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ถ.ฉลองกรุง แขวงลำปลาทิว เขตลาดกระบัง กรุงเทพฯ 10520
โทรศัพท์ 66-2326-4197 โทรสาร 66-2326-4198 E-mail: kppongje@kmitl.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการทำนายแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการไหลแบบปั่นป่วน ในปัญหาการฉีดของไหลที่อัดตัวไม่ได้เข้ากระทบในแนวตั้งฉากกับผนังและมีการปิดช่องการไหลด้านข้าง โดยได้นำวิธีปริมาตรสืบเนื่อง (Finite Volume) มาใช้ร่วมกับแบบจำลองความปั่นป่วนมาตรฐาน $k - \epsilon$ model ในการวิเคราะห์นี้ เป็นปัญหา 2 มิติ แบบสมมาตร โดยมีการคำนวณที่ใช้ scheme 2 แบบ คือ first order upwind (FOU) และ second order upwind (SOU) schemes เพื่อทำการศึกษาผลลัพธ์การทำนายการกระจาย รูปร่างของความเร็วในแนวแกนและรัศมีถูกนำมาเปรียบเทียบกับข้อมูลจากการทดลองที่มีอยู่แล้วซึ่งวัดโดย particle-tracking velocimetry (PTV) ผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่ามีความสอดคล้องค่อนข้างดีเมื่อมองโดยภาพรวม FOU scheme ทำนายได้ดีกว่า SOU scheme เล็กน้อย

Abstract

The paper presents the numerical simulation of steady incompressible turbulent flow of an axisymmetric impinging jet. A finite volume approach with the standard $k - \epsilon$ turbulence model is used in predicting the flow. Two differencing numerical schemes; first order upwind (FOU) and second order upwind (SOU) are introduced to investigate the effect of numerical diffusion on the flow field. The predicted results of axial and radial velocity profiles with both schemes are compared with available particle-tracking velocimetry (PTV) experimental data. The computations show that the predicted results generally are in good agreement with the measurements for both schemes. Prediction with FOU gives slightly better agreement with measurements than that with SOU, however.

1. บทนำ

การไหลแบบปั่นป่วนเป็นปัญหาที่เกิดขึ้นได้รับความสนใจมาตลอดหลายปีที่ผ่านมา เพื่อศึกษาการมีผลต่อการถ่ายเทมวล ความร้อนและการหล่อเย็นแล้วยังถูกนำไปประยุกต์ใช้ในอุตสาหกรรมที่เรา

ต้องการรอบรู้ขึ้นส่วนอุปกรณ์ต่างๆ เช่น ชิ้นส่วนอิเล็กทรอนิกส์ ใบพัดกังหันและอื่นๆ โดยมีนักวิทยาศาสตร์ได้ทำการทดลองหรือการทำนายการไหลด้วยวิธีเชิงตัวเลข เพื่อสร้างความเข้าใจปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นได้อย่างถูกต้อง โดยในที่นี้จะเป็นการศึกษาการทำนายการไหลแบบปั่นป่วนที่มีการฉีดกระทบเพื่อเปรียบเทียบกับผลจากการทดลอง ซึ่งก่อนหน้านี้นี้ได้ทำนายกรณีการฉีดของไหลกระทบโดยมีแผ่นผนังด้านล่างและบนเมื่อทำการฉีดของไหลกระทบกับผนังด้านล่างจากนั้นของไหลก็จะกระจายไหลออกไปทางด้านข้างซึ่งเป็นช่องการไหลเพื่อให้ของไหลออกทางด้านนี้เพื่อศึกษาพฤติกรรมและการแพร่กระจายของการไหลโดยใช้ FOU และ SOU schemes ของแต่ละ model คือ $k - \epsilon$ model และ Reynolds stress model (RSM) และเปรียบเทียบกับผลจากการทดลอง [6] ผลที่ได้มาอยู่ในระดับที่ค่อนข้างดี [1,2,3,4] และเป็นผลให้มีความสนใจศึกษาต่อไปอีกปัญหากรณีหนึ่งซึ่งในที่นี้ยังไม่เคยทำนายและเปรียบเทียบกับผลการทดลองมาก่อนโดยมีแผ่นผนังด้านล่างและบนโดยมีการปิดช่องการไหลด้านข้างเพื่อบังคับทิศทางของไหล และเปิดช่องการไหลออก 1 ช่อง ที่ด้านข้างของผนังด้านบน เพื่อให้ของไหลเกิดการไหลออก จะเป็นการฉีดของไหลเข้าไปกระทบในแนวตั้งฉากกับผนังด้านล่างจากนั้นของไหลจะกระจายไหลออกไปด้านข้างและไหลย้อนขึ้นไปข้างบนเมื่อปะทะกับผนังด้านข้างหลังจากนั้นก็ไหลออกทางช่องเปิดด้านบน ในบทความนี้จะเป็นการศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลแบบปั่นป่วนที่มีการฉีดกระทบและเปรียบเทียบผลการทำนายความปั่นป่วน $k - \epsilon$ model ที่ใช้ scheme 2 แบบ คือ FOU และ SOU schemes ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จะนำไปเปรียบเทียบกับผลจากการทดลองที่มีอยู่แล้ว [5]

2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 สมการพื้นฐานของการไหล

สมการพื้นฐานในการวิเคราะห์การไหลสำหรับการฉีดของไหลกระทบแผ่นเรียบนี้ ซึ่งอยู่ภายใต้เงื่อนไขแบบอัดตัวไม่ได้, ไม่มีการถ่ายเทความร้อน, เป็นการไหลแบบมีความหนืด มีสมการเชิงอนุพันธ์ที่ใช้อยู่คือสมการอนุกรมมวล กับสมการโมเมนตัม โดยสมการดังกล่าวเขียนอยู่ในรูปของค่าเฉลี่ยของเวลา (time-averaged) ซึ่งแสดงในรูปแบบ tensor ดังนี้

สมการอนุรักษ์มวล

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (1)$$

สมการโมเมนตัม

$$\frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\tau}_{ij} + \tau_{ij}) \quad (2)$$

ค่าความเค้นเฉลี่ยเนื่องจากความหนืด, $\bar{\tau}_{ij}$ จะประมาณเป็น

$$\bar{\tau}_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

โดย μ คือ laminar viscosity ส่วนค่าความเค้นเฉลี่ยของ Reynolds stress, τ_{ij} จะเขียนอยู่ในรูป

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u_i u_j} \quad (4)$$

ค่า τ_{ij} ซึ่งยังไม่ทราบค่า ดังนั้นจำเป็นต้องอาศัยแบบจำลอง $k - \varepsilon$ model ในการหาค่า τ_{ij}

ใน $k - \varepsilon$ model เทอม Reynolds stresses จะถูกสร้างเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นกับ mean strain rate โดย eddy-viscosity ที่ซึ่งค่า eddy-viscosity จะกำหนดให้มีความสัมพันธ์กับ turbulent kinetic energy (k) และ ε dissipation rate (ε) โดยใช้ Boussinesq's approximation [9,10] คือ

$$\tau_{ij} = -\frac{2}{3} \delta_{ij}(\rho k) + \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

โดยที่ $\mu_t = \rho C_\mu k^2 / \varepsilon$ คือ turbulent eddy-viscosity

สมการของ turbulent kinetic energy (TKE) k จะอยู่ในรูป [9,10]

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G - \rho \varepsilon \quad (6)$$

สมการ dissipation rate ของ turbulent kinetic energy [9,10] จะได้

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} G - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) \quad (7)$$

ซึ่ง G แทน generation rate of turbulent kinetic energy ขณะที่ $\rho \varepsilon$ เป็น destruction rate โดย G จะเป็น

$$G = \mu_e \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] \quad (8)$$

ค่าขอบเขตสำหรับค่าต่างๆ ของ turbulent ที่ใกล้เคียงสามารถหาได้จาก wall function โดยมีค่าคงที่ที่เกี่ยวข้องกับสมการต่างๆที่ผ่านมามีดังนี้คือ $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$, $C_{\varepsilon 1} = 1.44$, $C_{\varepsilon 2} = 1.92$ และ $C_\mu = 0.09$ เป็นค่าคงที่ [8] ซึ่งโดย $\mu_e = \mu_t + \mu$

2.2 รูปแบบทั่วไปของสมการควบคุม

จากสมการเชิงอนุพันธ์ที่กล่าวมาข้างต้นทุกสมการสามารถเขียนในรูปแบบมาตรฐานที่ประกอบด้วยเทอม Convection, Diffusion และ Source terms [7,8] สำหรับการไหลในสองมิติได้ดังต่อไปนี้

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{1}{r}(r \rho v \phi) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{\phi x} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_{\phi r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = S_\phi \quad (9)$$

โดยที่ ϕ เป็นค่าตัวแปรใดๆตามสมการ $\Gamma_{\phi x}$ และ $\Gamma_{\phi r}$ จะเปลี่ยนแปลงตามค่า ϕ และ S_ϕ เป็น source term

สำหรับรายละเอียดของค่า $\Gamma_{\phi x}$, $\Gamma_{\phi r}$ และ S_ϕ ที่ค่า ϕ ต่างๆ จะหาได้จากเอกสารอ้างอิง [1,2,3,4]

2.3 Discretization ของสมการ

Discretization สมการข้างต้นได้โดยการอินทิเกรตสมการควบคุมตลอดทั้งปริมาตรควบคุมที่มีการแบ่งออกเป็นกริด ทำให้ได้ระบบสมการอย่างง่ายดังต่อไปนี้

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + S \quad (10)$$

สมการที่(10) นี้จะได้มาจากการ discretised diffusion term ของสมการควบคุม โดยใช้ central differencing scheme เทอม convection ของสมการควบคุมนั้นจะไม่สามารถ discretise ได้โดยตรงในการวิเคราะห์นี้ต้องอาศัย scheme 2 schemes เข้าช่วยคือ FOU และ SOU schemes

2.3.1 กระบวนการหาคำตอบ

การคำนวณในที่นี้ สมการค่าเฉลี่ยของเวลา (time averaged Navier-Stokes) ในสมการที่ (1), (2) สมการ turbulent kinetic energy (TKE) ในสมการที่ (6), สมการ dissipation rate ของ turbulent kinetic energy ในสมการ (7) จะถูกแก้สมการโดยอาศัยวิธีการเชิงตัวเลขที่เรียกว่า วิธีการปริมาตรสี่เหลี่ยม โดยจะใช้ SIMPLE algorithm [7,8] ในการแยกความสัมพันธ์ที่มีต่อกันระหว่างความดันกับความเร็วและยังใช้ในกระบวนการทำซ้ำ ส่วน FOU และ SOU schemes จะใช้ในการ discretise เทอม convection และ เทอม diffusion จะถูก discretise โดย central differencing scheme บนกริดที่แบ่งแบบ staggered ในการแก้ระบบสมการที่เกิดขึ้นจะใช้เทคนิคของวิธีการ TDMA (tri diagonal matrix algorithm) แบบ line by line sweeping ในการหาคำตอบ [7,8]

2.3.2 FOU scheme

เป็นการประมาณค่า convection flux ที่ผิวของปริมาตรควบคุม โดยการใช้ค่าที่ upstream สามารถเขียนเป็นรูปของสมการเชิงเส้นได้เป็น

$$\phi_e = \begin{cases} \phi_P & \rho u_e > 0 \\ \phi_E & \rho u_e < 0 \end{cases} \quad (11)$$

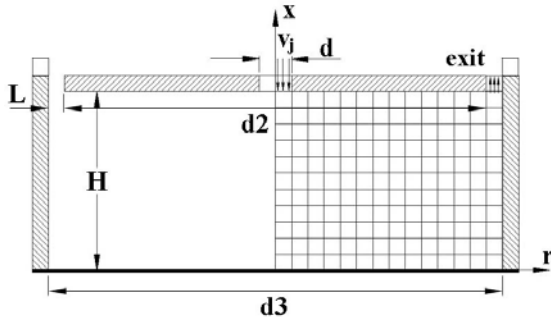
2.3.3 SOU scheme

SOU scheme จะทำการประมาณ convection term โดยใช้การประมาณแบบเชิงเส้นของค่าที่ upstream จำนวน 2 จุด

$$\phi_e = \begin{cases} \phi_P + \frac{(\phi_P - \phi_W)}{dx_{P-W}} dx_{e-P} & \text{if } \rho u_e > 0 \\ \phi_E + \frac{(\phi_E - \phi_{EE})}{dx_{EE-E}} dx_{e-E} & \text{if } \rho u_e < 0 \end{cases} \quad (12)$$

3. ลักษณะของปัญหา

ปัญหาที่นำมาวิเคราะห์นี้ได้มาจากการทดลอง ซึ่งเป็น การทดลองโดยการฉีดของไหลกระแทบของ N. Koichi, S.Masanori, K.Keiichi และ T.Kahoru (1996) [5] และในรูปที่ 1 จะแสดงค่าขนาด พิกัดต่างๆมีดังนี้คือ $H = 234.4 \text{ mm}$. $d = 40 \text{ mm}$. $d_2 = 800 \text{ mm}$. $d_3 = 950 \text{ mm}$. $L = 75 \text{ mm}$. และ r คือความยาวรัศมี



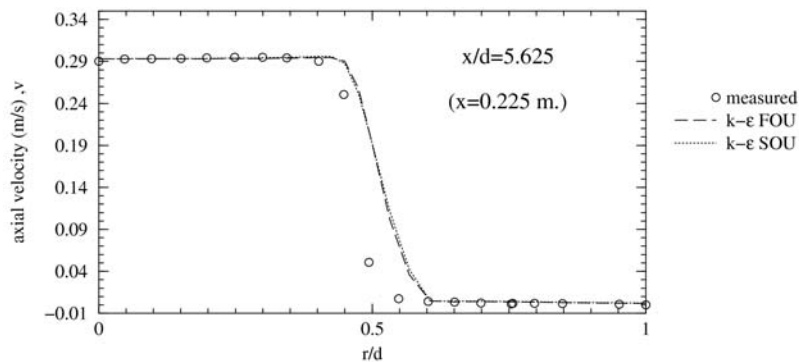
รูปที่ 1. ลักษณะของการฉีดกระแทบ และ Computational domain

จากรูปที่ 1 โดยของไหลที่ใช้ฉีดคือน้ำ ความเร็วเฉลี่ยของการฉีด $V_j = 0.2926 \text{ m/s}$ ($\rho = 997 \text{ kg/m}^3, \nu = 0.895 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) ที่ อุณหภูมิที่ 26°C และใช้ $Re_D = 13100$

ในการวิเคราะห์จำลองการไหลในที่นี้จะใช้เงื่อนไขของ axisymmetric ฉะนั้น computational domain จะใช้เพียงครึ่งเดียว โดยในการคำนวณแบ่งโดเมนออกเป็นกริดขนาด 90×110 จุดต่อ (90 ตามแนวแกน x และ 110 ตามแนวแกน y) ในที่นี้จะสนใจการจำลอง ในช่วงจุด $r/d = 0$ ถึง 1 ที่ $x/d = 0$ ถึง 5.86 และช่วง $x/d = 0$ ถึง 1.8 ที่ $r/d = 3.66$ และเปรียบเทียบกับผลจากการทดลอง ในการวัด ความเร็วในแนวแกนและรัศมี โดยใช้ particle-tracking velocimetry (PTV)

4. ผลการคำนวณและวิเคราะห์

จากการศึกษาที่ได้แสดงในรูปกราฟการเปลี่ยนแปลงความเร็ว ในแนวแกนคือ V_j หรือ (v) และรัศมี r/d คือ (u) ในรูปที่ 2,3 และ 4 รวมถึงรูป contour plot และ vector plot ในรูปที่ 5,6,7 และ 8 ดังนั้น ในรูปที่ 2 จะแสดงกราฟการเปลี่ยนแปลงความเร็วในแนวแกนที่ ตำแหน่ง $x/d = 5.625$ ที่ช่วง $r/d = 0$ ถึง 1 จากการทำนายของทั้ง 2 schemes คือ FOU และ SOU schemes จะเห็นว่าจากรูปกราฟ เมื่อความเร็วของของไหลที่ออกจากหัวฉีดมีค่า $v = 0.2926 \text{ m/s}$ และ



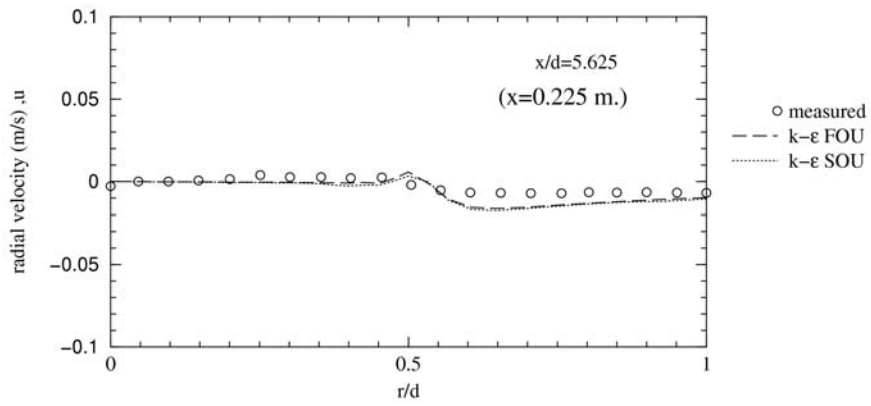
รูปที่ 2 กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงความเร็วในแนวแกนในช่วง $r/d = 0$ ถึง 1 ที่ $x/d = 5.625$

เบี่ยงเบนกระจายออกไปทางด้านข้างที่รัศมี r/d ค่าของความเร็วจะ ค่อยๆลดลงตามลำดับจนมีค่าเข้าใกล้ 0 m/s เมื่อเปรียบเทียบกับเส้น กราฟของทั้ง 2 schemes กับผลจากการทดลองพบว่าในช่วง $r/d = 0$ ถึง 0.35 ค่าความเร็วจากทั้ง 2 schemes และของการทดลองมีค่า คงที่เท่ากันและเมื่อเลยตำแหน่งช่วงนี้ไปความเร็วจะลดลงเปลี่ยนแปลง อย่างรวดเร็วในช่วง $r/d = 0.4$ ถึง 0.6 หลังจากผ่านช่วงนี้ไป แล้วในช่วง $r/d = 0.6$ ถึง 1 ความเร็วจะมีค่าเข้าใกล้ 0 m/s รูปที่ 3 แสดงกราฟการเปลี่ยนแปลงความเร็วในแนวรัศมีที่ตำแหน่ง $x/d = 5.625$ ที่ช่วง $r/d = 0$ ถึง 1 จากในรูปกราฟพบว่าเส้นกราฟความเร็ว ช่วง $r/d = 0$ ถึง 0.45 ความเร็วจะมีค่าเป็นลบจนถึงช่วง $r/d = 1$ ซึ่งค่าที่ได้จาก การคำนวณทั้ง 2 schemes ให้ผลการทำนายใกล้เคียงกันกับการ ทดลองในช่วง $r/d = 0$ ถึง 0.15 และเมื่อเลยช่วงนี้ไปผลจากการ ทำนายให้ความผิดพลาดต่ำกว่าการทดลองและพอเข้าใกล้ช่วงที่ $r/d = 1$ ทั้ง 2 schemes เริ่มแนวโน้มเข้าใกล้ผลการทดลองมากขึ้น รูปที่ 4 แสดงกราฟการเปลี่ยนแปลงความเร็วในแนวรัศมีที่ตำแหน่ง $r/d = 3.66$ ที่ช่วง $r/d = 0$ ถึง 1.8 พบว่าทั้ง 3 schemes ให้ผลการทำนาย ต่ำกว่า (under predict) ผลจากการทดลองในช่วง $x/d = 0.05$ ถึง 0.25 หลังจากผ่านช่วงบริเวณนี้ไปจนถึงช่วง $x/d = 1.5$ จะให้ผลการ ทำนายเกินกว่า (over predict) ผลจากการทดลอง จะเห็นได้ว่าโดย เฉพาะที่บริเวณในช่วง $x/d = 0.275$ ถึง 1 FOU scheme ทำนายได้ ใกล้เคียงกว่า SOU scheme และในช่วงตั้งแต่ $x/d = 0.85$ ถึง 1.8 SOU scheme ทำนายได้ดีกว่า FOU scheme

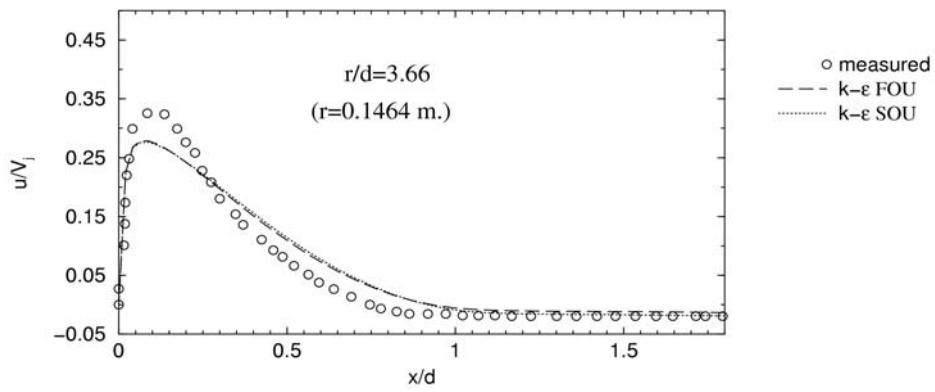
ส่วน contour plot ทั้ง 2 schemes ในรูปที่ 5 และ 6 จะมีลักษณะ เกิด recirculation ที่ตำแหน่ง $x/d = 2.85$ และ $r/d = 9.25$

ส่วน vector plot ในรูปที่ 7 และ 8 จะสังเกตเห็นได้ว่าทิศทาง ของความเร็วการไหลที่ออกจากหัวฉีดพุ่งเข้ากระแทบผนังด้านล่าง ช่วงบริเวณ $r/d = 0.5$ และจากนั้นความเร็วจะกระจายออกไปทาง ด้านข้างตามความยาวผนังจนไปปะทะกับผนังด้านข้างที่จะบังคับทิศทางของ vector ความเร็วให้ไหลออกที่ช่องด้านข้างผนังด้านบนซึ่งมี ทิศทางการไหลย้อนส่วนทางกับความเร็วที่ออกจากหัวฉีด

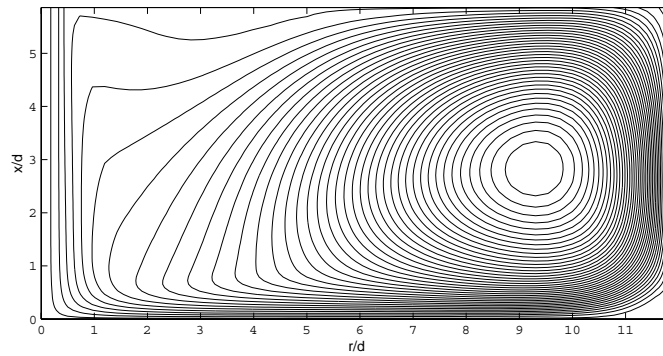
และเมื่อสังเกตขนาดของ vector ความเร็วจะมีขนาดเล็กซึ่ง แสดงว่ามีความเร็วออกที่บริเวณตำแหน่งช่วงนี้น้อยและจากนั้นจะ เกิด recirculation ย้อนกลับไปยังผนังด้านบนของหัวฉีดจนถึง ตำแหน่งที่ทางออกของความเร็วหัวฉีด



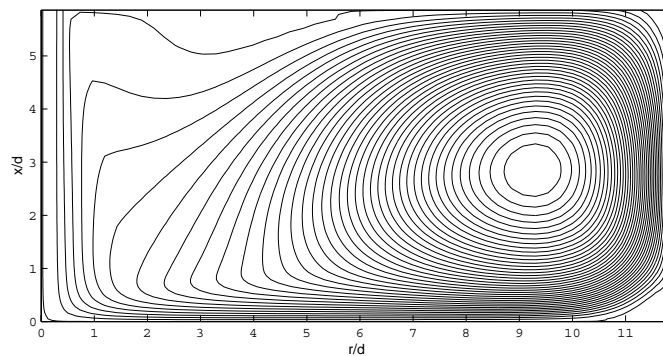
รูปที่ 3 กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงความเร็วในแนวรัศมีในช่วง $r/d = 0$ ถึง 1 ที่ $x/d = 5.625$



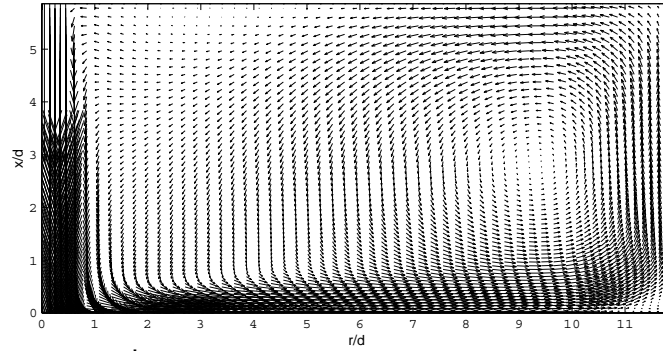
รูปที่ 4 กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงความเร็วในแนวรัศมีในช่วง $x/d = 0$ ถึง 1.8 ที่ $r/d = 3.66$



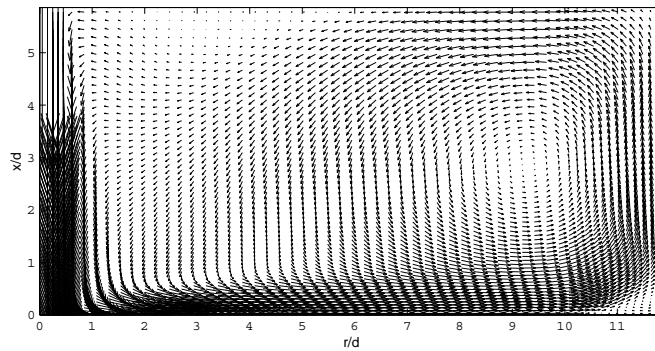
รูปที่ 5. contour plot ของ stream function ทำนายโดย FOU scheme



รูปที่ 6. contour plot ของ stream function ทำนายโดย SOU scheme



รูปที่ 7. vvector plot ของความเร็ว ทำนายโดย FOU scheme



รูปที่ 8. vvector plot ของความเร็ว ทำนายโดย SOU scheme

5. สรุป

ผลจากการทำนายของทั้ง 2 schemes ที่มีการฉีดของไหลกระทบเมื่อเทียบกับผลจากการทดลองจะเห็นได้ว่าจะมีความคลาดเคลื่อนมากพอสมควรที่ตำแหน่งต่างๆของความเร็วในแนวแกนและรัศมี จากนั้นแล้วจะพบว่า FOU scheme จะให้ผลลัพธ์การคำนวณได้ดีกว่า SOU scheme เล็กน้อยเมื่อมองโดยภาพรวมจากรูปกราฟของความเร็วในแนวแกนที่ตำแหน่ง $x/d = 5.625$ ในช่วง $r/d = 0.4$ ถึง 0.6 และในแนวรัศมีที่ $r/d = 3.66$ ในช่วง $x/d = 0$ ถึง 1

6. เอกสารอ้างอิง

- [1] พงษ์เจต พรหมวงศ์ และ ปริญญา รามภักดีกุล, "การศึกษาสนามการไหลเชิงตัวเลขของการฉีดกระทบ", สัมมนาวิชาการวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 13, 2542, เล่ม 1, หน้า 146-151
- [2] เมืองแก้ว ยูตัน และ พงษ์เจต พรหมวงศ์, "การศึกษาสนามการไหลเชิงตัวเลขของการฉีดกระทบ", การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 16, 2545, หน้า 217-222
- [3] เมืองแก้ว ยูตัน และ พงษ์เจต พรหมวงศ์, "การทำนายการไหลแบบปั่นป่วนที่มีการฉีดกระทบ", การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 17, 2546
- [4] P. Promvonge, S. Sripattanapipat, M. Yutan, "Numerical Simulation of Turbulent Flow of a Confined Impinging Jet", The 7th ANSCSE, 24–26 March 2003, pp. 54-59
- [5] Koichi N, Masanori S, Keiichi K, and Kahori T. "Turbulence statistics in the stagnation region of an axisymmetric impinging jet flow", int. J. Heat and Fluid Flow, vol 17, (1996), pp. 193-201
- [6] J.A. Fitzgerald and S.V. Garmella, "A Study of the flow field of a confined and submerged impinging jet", Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 41, (1997), pp. 1025-1034
- [7] Patankar S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere, (1980), Washington, D.C.
- [8] Versteeg H.K. and Malalasekera W., "An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method", Longman Scientific & Technical, Longman Group Limited, (1995), England
- [9] Wilcox C.D., "Turbulent Modelling for CFD", DCW Industries, Inc., (1993), California
- [10] Gatski T.B., "Turbulent Flows: Model Equations and Solution Methodology", in Handbook of Computational Fluid Mechanics, Edited by Roger Peyret, Academic Press Ltd, (1986), London