

**การหาค่าวิกฤติเพื่อระบุพฤติกรรมการไหลระหว่างทรงกระบอกสั้น
หลายร่องหมุนร่วมศูนย์**

**Identification of Critical Parameters of Flows in Multi-Narrow Gap
Coaxial Short Cylinder**

ชเนตร มาตรฐาน¹ และ อุดมเกียรติ นนทแก้ว^{1*}

¹ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลและการบิน-อวกาศ คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ บางซื่อ กรุงเทพฯ 10800

*ติดต่อ: unk@kmutnb.ac.th, โทรศัพท์: (662) 913-2500 ต่อ 8101, โทรสาร: (662) 586-9541

บทคัดย่อ

การไหลซับซ้อนระหว่างทรงกระบอกหลายร่องหมุนร่วมศูนย์เป็นการประกอบกันของการไหลแบบคูเอ็ตต์ระหว่างทรงกระบอกร่วมศูนย์จำนวน 4 คู่ ที่มีรัศมีต่างกัน ซึ่งนับรวมอิทธิพลของเงื่อนไขขอบเขตในแนวแกนที่เชื่อมต่อกันในแต่ละผิวผนังของชุดทรงกระบอก ระหว่างทรงกระบอกทั้งสอง ชุดบรรจุของไหลนิวโตเนียนอัดตัวไม่ได้ไว้จนเต็ม เมื่อทรงกระบอกชุดที่หนึ่งหมุนด้วยความเร็วรอบคงที่ในขณะที่ตัวทรงกระบอกอีกชุดถูกตรึงให้อยู่นิ่ง คุณลักษณะสำคัญของการไหลชนิดนี้คือความไร้เสถียรภาพของการไหลเมื่อความเร็วรอบของทรงกระบอกชุดที่หนึ่งถึงค่าวิกฤติ ในงานวิจัยนี้ศึกษาค่าความเร็วรอบของทรงกระบอกชุดที่หนึ่งที่สอดคล้องกับวิวัฒนาการของระบอบการไหลราบเรียบไปสู่ระบอบเปลี่ยนผ่านจนกระทั่งการไหลเข้าสู่ระบอบปั่นป่วน การวิเคราะห์พฤติกรรมของการไหลใช้การจำลองเชิงตัวเลขเพื่อหาผลเฉลยจากระบบสมการอนุกรมมวล และโมเมนต์ตามแบบจำลองปั่นป่วนลาร์จเอ็ดดี ของโปรแกรมคำนวณพลศาสตร์ของไหล ผลที่ได้แสดงให้เห็นสนามความเร็วในขณะที่การไหลเปลี่ยนจากคูเอ็ตต์เป็นกระแสวนเทเลอร์เมื่อทรงกระบอกชุดที่หนึ่งมีความเร็วเชิงมุมวิกฤติอันดับที่หนึ่งเท่ากับ 290 รอบต่อนาที และการไหลเปลี่ยนจากกระแสวนเทเลอร์เป็นคลื่นกระแสวน เมื่อทรงกระบอกชุดที่หนึ่งมีความเร็วเชิงมุมวิกฤติอันดับที่สองเท่ากับ 320 รอบต่อนาที

คำหลัก: ทรงกระบอกร่วมศูนย์, ความเร็ววิกฤติ, ความไร้เสถียรภาพ, ลาร์จเอ็ดดี, พลศาสตร์ของไหล, การไหลแบบคูเอ็ตต์, การไหลแบบกระแสวนเทเลอร์, การไหลแบบคลื่นกระแสวน

Abstract

The complex flows in Multi-Narrow Gap Coaxial Short Cylinder are the combination of Couette flow in a four-couple coaxial short cylinders with different radius that comprise the axial bound influences

along each set of cylinder. The first set of Multi-Narrow Gap Coaxial Short Cylinder turns with constant angular velocity while the second set is kept unmoving. The characteristics of this flow are the instability of flow pattern which occur when the angular velocity of the first set of Multi-Narrow Gap Coaxial Short Cylinder reaches some critical values. This research studies the critical angular velocity takes place from the evolution of the laminar regime to the transition and from the transition regime to the turbulence regime. With the help of finite volume method, the system of continuity and momentum equation is solved and the flow behavior based on the turbulence model, Large Eddy Simulation, in Computational Fluid Dynamic commercial software is visualized through the numerical simulation. Purposely, this research can be identified the subcritical angular velocity and the supercritical angular velocity which are equal to 290 rpm and 320 rpm, respectively. In addition, the flow also changes from Couette flow to Taylor vortices and from Taylor vortices to wavy vortices when the angular velocities reach the critical values.

Keywords: Coaxial Cylinder, Critical Velocity, Instability, LES, CFD, Couette flow, Taylor vortices flow, wavy vortices flow

1. บทนำ

การไหล มีความสำคัญในงานอุตสาหกรรมเป็นอย่างมากโดยเฉพาะอย่างยิ่งการไหลภายในบริเวณจำกัดภายในอุปกรณ์ต่างๆ เช่น การไหลภายใน ร่องไอรังกับเพลลา การไหล ภายในร่องตลับลูกปืน และการไหลภายในของไหลส่งกำลัง ในฟลูอิดคัปปลิง เป็นต้น การศึกษาถึงความซับซ้อนของการไหลเป็นสิ่งจำเป็น เนื่องจากเมื่อการไหลดังกล่าวไม่เป็นไปตามแบบแผน (การไหลอย่างง่าย) การไหลนั้นอาจจะนำไปสู่การสิ้นเปลืองพลังงาน โดยใช้เหตุหรือความไร้ซึ่งคุณสมบัติที่ต้องการของอุปกรณ์นั้นๆ โดยในการศึกษาความซับซ้อนของการไหลขึ้นอยู่กับรูปทรงรวมทั้งลักษณะการทำงานของอุปกรณ์นั้นๆ ด้วย

การไหลที่ได้กล่าวมาตอนต้นนั้นเป็นการไหลที่เรียกว่า การไหลเฉือนอย่างง่าย หรือการไหลแบบ "คูเอตต์"ตามชื่อของ ศาสตราจารย์ *Maurice Marie Alfred Couette* ซึ่งศึกษาการไหลเฉือนระหว่างทรงกระบอกร่วมศูนย์ที่มีรัศมีต่างกันโดยใช้ทรงกระบอกในหมุนด้วยความเร็วคงที่ในขณะที่ทรงกระบอกนอกถูกตรึงให้อยู่นิ่ง ผลที่ได้จากการทดลองแสดงให้เห็นรูปแบบการไหลซึ่งสอดคล้องกับ

ผลเฉลยที่ได้จากการแก้สมการนาเวียร์-สโตกส์และสมการความต่อเนื่อง โดยรูปแบบการไหลนี้ ได้แสดงถึงความสัมพันธ์แบบเส้นตรงกับสัดส่วนของความเร็วเชิงมุมของทรงกระบอกต่อระยะห่างระหว่างทรงกระบอกทั้งสอง ในการทดลองแบบเดียวกัน ประกอบกับการวิเคราะห์เชิงตัวเลขของ Sir Geoffrey Ingram Taylor ได้ทำการศึกษาการไหลในมุมมองของเสถียรภาพ โดยทดลองเพิ่มความเร็วยุทธของทรงกระบอกในจนถึงความเร็วรอบค่าหนึ่ง ปรากฏว่าเสถียรภาพของรูปแบบการไหลถูกเอื้อตลสูญเสียไป เนื่องจากการไม่สามารถรักษาสมดุลเดิมไว้ได้จากแรงเหวี่ยงที่เพิ่มขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากความเร็วรอบของทรงกระบอกใน ที่เพิ่มขึ้นถึงค่าๆหนึ่ง โดยแรงเหวี่ยงจะผลักดันให้อนุภาคในชั้นขีดผิวของทรงกระบอกในเคลื่อนที่ออกจากชั้นขีดผิวไปในแนวรัศมีในขณะเดียวกันอนุภาคของของไหลในบริเวณใกล้เคียงก็จะเคลื่อนที่เข้ามาแทนการเคลื่อนที่เข้าและออกชั้นขีดผิวเหนี่ยวนำให้อนุภาคอื่นๆ ในบริเวณนั้นเกิดการหมุน ก่อให้เกิดกระแสวนในสนามการไหลเรียงตัวในแนวแกนของทรงกระบอกร่วมศูนย์ จึงเรียกกระแสวนนั้นตามผู้ค้นพบว่า "กระแสวนเทเลอร์ (Taylor vortices)" แล้วเรียกความเร็วนั้นว่า "ความเร็ววิกฤตอันดับที่หนึ่ง

(subcritical velocity)" เมื่อเพิ่มความเร็วรอบกระบอก ในขั้นนี้อีกจนถึงความเร็วอีกค่าหนึ่งพบว่ากระแสเริ่มเกิดการสั่นในแนวแกนจึงเรียกการไหลนั้นว่าการไหลแบบ "คลื่นกระแสนวน(Wavy vortices)"

นับแต่นั้นมา มีนักวิจัยเป็นจำนวนมากที่ให้ความสนใจศึกษา ถึงปรากฏการณ์ ที่เกิดกับสนามความเร็ว ระหว่างทรงกระบอกร่วมศูนย์ในหลากหลายแง่มุมและให้คำอธิบายที่กระจ่างมากขึ้นอาทิ การทดลองของ S.T.Wereley[2,3] ได้ใช้ particle image velocimetry (PIV) วัดความเร็วของของไหลในแนวแกน และแนวรัศมีในทรงกระบอกหมุนร่วมศูนย์ในขณะที่การไหลเป็นแบบกระแสนวนเทเลอร์ และคลื่นกระแสนวน เพื่อสร้างสนามความเร็ว การจำลองเชิงตัวเลขเป็นทางหนึ่งในการอธิบายสนามความเร็วระหว่างทรงกระบอกร่วมศูนย์ ซึ่ง P.S.Marcus[4] ได้อธิบายปรากฏการณ์ shift and reflect ระหว่างคู่กระแสนวนเพื่อสร้างแบบจำลองการไหลแบบคลื่นกระแสนวน ส่วนงานของ D. Pirrò[5] ทำการจำลองเชิงตัวเลขโดยตรง (DNS) เพื่ออธิบายการไหลแบบกระแสนวนเทเลอร์ที่ปั่นป่วนเต็มรูปภายในทรงกระบอกสั่นหมุนร่วมศูนย์ เช่นเดียวกับ O.Czarny [6,7] ได้จำลองการไหลแบบสามมิติสำหรับการไหลแบบคลื่นกระแสนวนและกระแสนวนเทเลอร์ในทรงกระบอกร่วมศูนย์ที่ยาวต่างกัน และ J.Y.Hwang [8] ได้จำลองการไหลเชิงตัวเลขระหว่างทรงกระบอกร่วมศูนย์เพื่อยืนยันการทดลองของ Wereley and Lueptow ในเรื่องสนามความเร็วและเลขเทเลอร์ในการวิวัฒนาการจากระบบกระแสนวนเทเลอร์ไปสู่คลื่นกระแสนวน และ I. Raspo [9] ได้ศึกษาพฤติกรรมของการไหลแบบกระแสนวนเทเลอร์ ที่เปลี่ยนไปกับเวลา ในงานที่เป็นการศึกษาการไหลระหว่างทรงกระบอกหมุนร่วมศูนย์ในอุปกรณ์อุตสาหกรรมที่หน้าสนใจ อาทิเช่น L.A. Bordag [10] จำลองการไหลแบบสองมิติในช่องว่างขนาดเล็กของซีล เช่นเดียวกับงานของ S.Kumar [11] ที่ศึกษากระแสนวนเทเลอร์ที่มีผลต่อการส่งกำลัง

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยฉบับนี้คือ การทำความเข้าใจปรากฏการณ์การไหลเฉือนที่เกิดขึ้นระหว่าง

ทรงกระบอกหลายร่องหมุนร่วมศูนย์ด้วยการจำลองการไหลด้วยโปรแกรมคำนวณพลศาสตร์การไหลเพื่อระบุความเร็วเชิงมุมวิกฤตอันดับที่หนึ่งและอันดับที่สองของทรงกระบอกชุดที่หนึ่งนำไปสู่การออกแบบรูปทรงใหม่ของผิวผนังของทรงกระบอกชุดที่หนึ่งและสองเพื่อรักษาไว้ซึ่งระบอบการไหลที่แบบกูเอ็ต

บัญชีศัพท์เฉพาะ

\bar{U}	คือ	เวกเตอร์ความเร็ว m/s
\bar{P}	คือ	เวกเตอร์ความดัน m/s
\bar{U}	คือ	ความเร็วเฉลี่ย m/s
u'	คือ	ความดันกระเพื่อม m/s
v	คือ	ความหนืดจลน์ m^2/s
μ	คือ	ความหนืดพลวัต $kg/m \cdot s$
ρ	คือ	ความหนาแน่น kg/m^3
Ω	คือ	ความเร็วเชิงมุม rpm .
y^+	คือ	ตัวแปรผิวผนังไร้หน่วย
y_p	คือ	ระยะจากผิวผนัง m
τ_w	คือ	แรงเฉือนที่ผนัง N/m^2

2. นิยามของปัญหา

2.1 คณิตศาสตร์สำหรับการวิเคราะห์

พลศาสตร์การไหลเฉือนในพิกัดทรงกระบอก (r, θ, z) เกิดขึ้นเมื่อทรงกระบอกในเริ่มหมุนในขณะที่ทรงกระบอกนอกตรึงให้อยู่หนึ่ง ประกอบด้วยองค์ประกอบย่อยของความเร็วจลน์และความดันที่เป็นไปตามสมการที่ 1 และ 2

$$\bar{U} = (U_r, U_\theta, U_z) \quad (1)$$

$$\bar{P} = (P_r, P_\theta, P_z) \quad (2)$$

ซึ่งทั้งสองเป็นผลเฉลยของสมการความต่อเนื่องและสมการนาเวียร์ - สโตกส์ ดังสมการที่ 3 และ 4 ตามลำดับ

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{U} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{d\bar{U}}{dt} + (\bar{U} \cdot \bar{\nabla})\bar{U} = -\frac{1}{\rho}\bar{U} + \nu\bar{\nabla}^2\bar{U} \quad (4)$$

สมการข้างต้นเป็นสมการที่ใช้อธิบาย

ปรากฏการณ์การไหลในระบอบราบเรียบที่เกิดขึ้นใน ห้องปฏิบัติการเท่านั้น แต่ไม่เกิดขึ้นจริงในการไหลในงานอุตสาหกรรม เมื่อความเร็วเชิงมุมของทรงกระบอก ชุดที่หนึ่งเกินความความเร็วเชิงมุมวิกฤติแล้วจะส่งผลให้สมการดังกล่าวไม่สามารถอธิบายปรากฏการณ์การไหลได้อีกต่อไป เนื่องจากการไหลเกิดการไร้เสถียรภาพขึ้น ดังนั้นในการอธิบายจำเป็นต้องทำการเพิ่มพจน์ที่บ่งบอกถึงคุณลักษณะของความไร้เสถียรภาพหรือตัวกระเพื่อม (Fluctuation) ซึ่งเป็นไป ความสมการที่ 5 และ 6

$$\bar{U} = \bar{U} + u' \quad (5)$$

$$\bar{P} = \bar{P} + p' \quad (6)$$

แล้วแทนกลับเข้าไปในสมการที่ 4 และ 5 ทำให้ได้ สมการความต่อเนื่องและสมการนาเวียร์ - สโตกส์ใหม่ ตามสมการที่ 7 และ 8 ตามลำดับ ที่ใช้อธิบาย พฤติกรรมการไหลที่ไร้เสถียรภาพ จากสมการแสดง ให้เห็นบางพจน์ที่ไม่เป็นเชิงเส้น จึงเป็นไปได้เลยที่จะหาผลเฉลยแบบแน่นอนตรง จึงต้องจำลองพจน์นั้นด้วย

$$\bar{\nabla} \cdot (\bar{U} + u') = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{d(\bar{U} + u')}{dt} + \{(\bar{U} + u') \cdot \bar{\nabla}\}(\bar{U} + u') \\ = -\frac{1}{\rho}(\bar{U} + u') + \nu \bar{\nabla}^2 (\bar{U} + u') \end{aligned} \quad (8)$$

ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ แล้วหาผลเฉลยตาม ระเบียบไฟไนต์วอลุ่ม ซึ่งจะกล่าวถึงในหัวข้อต่อไป

ในการคำนวณพลศาสตร์ของไหลตามระเบียบวิธี ไฟไนต์วอลุ่มนั้น ค่า y^+ เป็นค่าที่ระบุถึงระดับของชั้น ขีด สำหรับการไหลแบบผนังปิด (wall bounded flow) ค่า y^+ สามารถคำนวณได้ตามสมการที่ 9 และ 10

$$y^+ = \rho u_\tau y_p / \mu \quad (9)$$

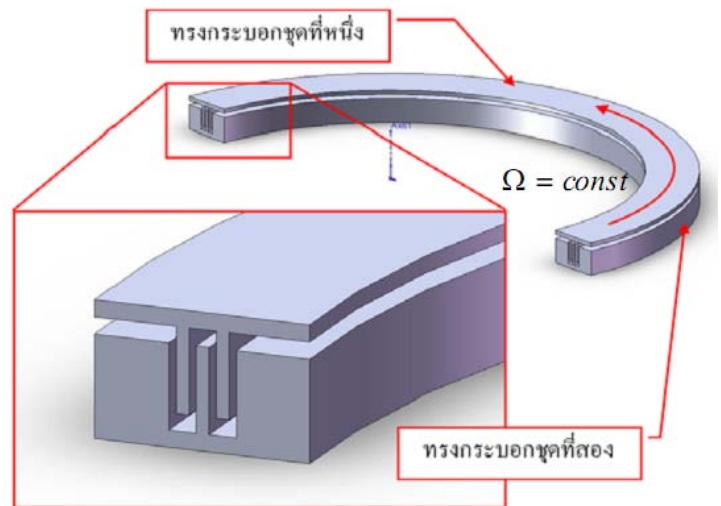
โดยที่

$$u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho} \quad (10)$$

2.2 ปริมาตรควบคุมและปริมาตรย่อย

ขอบเขตของปริมาตรควบคุมที่ใช้วิเคราะห์ในงานวิจัยนี้ประกอบไปด้วยทรงกระบอกสองชุดที่วาง ประกอบร่วมศูนย์และเว้นช่องว่างในแนวแกนและแนวรัศมีไว้ดังรูปที่ 1 โดยช่องว่างนั้นบรรจุของไหลแบบ นิวโตเนียนอัดตัวไม่ [ดู] ที่มีความหนาแน่น $\rho = 998.2 \text{ kg/m}^3$ และความหนืดพลวัต $\mu = 0.001003 \text{ kg/m} \cdot \text{s}$ จนเต็ม

ปัญหาหนึ่งในการจำลองการไหล คือ ขนาดของ ปริมาตรควบคุมที่ใหญ่โตเกินไปทำให้สิ้นเปลือง ทรัพยากรของคอมพิวเตอร์ที่ใช้คำนวณไปโดยเปล่า ประโยชน์ เช่น หน่วยความจำ (RAM) และหน่วย ประมวลผล (CPU) เป็นต้น ในงานวิจัยนี้จึงทำการลด ขนาดของปริมาตรควบคุมในแนวเส้นรอบวงให้เหลือ



รูปที่ 1 แสดงทรงกระบอกชุดที่หนึ่งและสอง

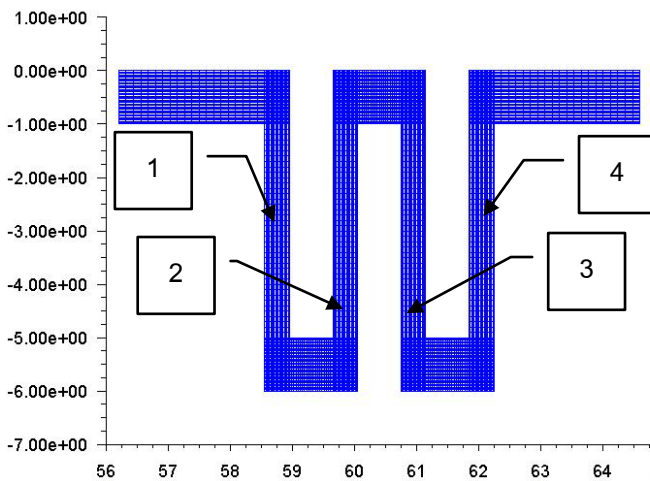
เพียง 45 องศาเท่านั้น แล้วแบ่งปริมาตรควบคุมใน ระนาบ $r-z$ ออกเป็นปริมาตรย่อย 23,200 ส่วน โดย ในช่องว่างระหว่างทรงกระบอกแต่ละคู่แบ่งออกเป็น 40 ส่วนในแนวรัศมี และ 40 ส่วนแนวแกน ในแนว เส้นรอบวงแบ่งเป็น 100 ส่วน จนได้ปริมาตรย่อย แบบกล่อง (Hexahedral) ที่เรียงตัวเป็นแบบแผน (Structure Grid) จำนวน 2,320,000 ส่วน ดังรูปที่ 2 การคำนวณตามแบบจำลองลาร์จเอ็ดดีนั้น เพื่อความ เข้าใกล้ถูกต้องมากที่สุดของผลเฉลย ปริมาตรย่อยที่

ถัดจากผิวผนังชั้นแรกต้องมีค่า y^+ อย่างน้อยเท่ากับ 1 ในงานวิจัยนี้ที่ค่า $y^+ = 1$ เมื่อของทรงกระบอกชุดที่หนึ่งมีความเร็วเชิงมุมเท่ากับ 400 รอบต่อนาที คำนวณระยะ ระหว่างจากผิวผนังเท่ากับ $1.27 \times 10^{-5} m$ ซึ่งมากกว่าขนาดของปริมาตรย่อยชั้นแรกเท่ากับ $1.0 \times 10^{-5} m$ นอกจากนี้รูปที่ 2 ยังแสดงขนาดของปริมาตรควบคุมในระนาบ $r-z$

พลวัตของปริมาตรควบคุมที่พิจารณา คือ ให้ทรงกระบอกชุดที่หนึ่งเริ่มหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่แล้วเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนถึงความเร็ววิกฤติอันดับที่หนึ่ง และความเร็ววิกฤติอันดับที่สองซึ่งจะสังเกตได้จากระบอบการไหลที่เปลี่ยนไป

3. การจำลองการไหลแบบสามมิติ

ในงานวิจัยนี้ใช้โปรแกรม คำนวณพลศาสตร์ของไหล ANSYS 12.0 เพื่อจำลองการไหลแบบสามมิติ บนใช้ตัวคำนวณฐานความดัน (Pressure based solver) และใช้แบบจำลองการเชื่อมต่อความ-เร็วความดัน (Pressure-Velocity Coupling) แบบ PISO



รูปที่ 2 แสดงขนาดของปริมาตรควบคุมและปริมาตรย่อยในระนาบ $r-\theta$

แล้วแปลงระบบสมการอนุพันธ์ย่อยของปัญหาไปเป็นสมการพีชคณิตเชิงเส้น (Discretization) ตามแบบ PRESTO สำหรับความดัน Bounded Central Differencing สำหรับโมเมนตัม ตามแบบจำลองความปั่นป่วน Large Eddy Simulation (LES) ร่วมกับ

SGS แบบ Smagorinsky - Lilly สำหรับเงื่อนไขขอบในการจำลองจากรูปที่ 3 เป็น ดังนี้

ผิวที่ 1 เป็นผนังของทรงกระบอกชุดที่หนึ่ง

$$\bar{U} = (U_r = U_z = 0, U_\theta = \Omega r) \quad (8)$$

ผิวที่ 2 เป็นผนังของทรงกระบอกชุดที่สอง

$$\bar{U} = (U_r = U_z = U_\theta = 0) \quad (9)$$

ทรงกระบอกทั้งสอง ชุดมีเงื่อนไขที่ผิวแบบไม่มีการลื่นไถล (No-slip condition)

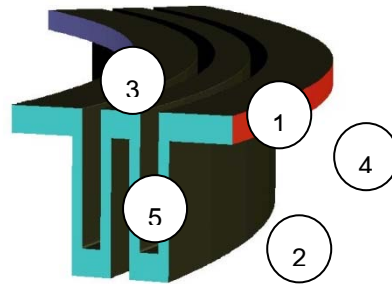
ผิวที่ 3 เป็นความเร็วที่ทางเข้า

$$\bar{U} = (U_r = U_z = U_\theta = 0) \quad (10)$$

ผิวที่ 4 เป็นความดันที่ทางออก

$$\bar{P} = 1 \text{ atm} \quad (11)$$

ผิวที่ 5 เป็นแบบ Periodic

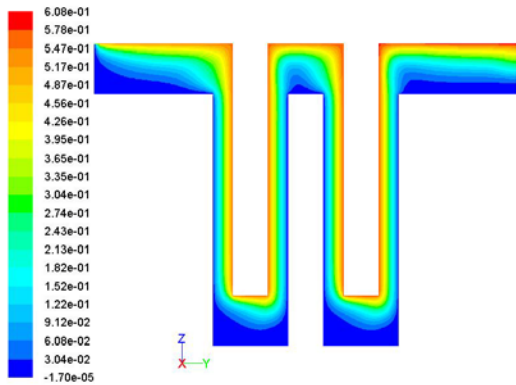


รูปที่ 3 แสดงเงื่อนไขขอบของปริมาตรควบคุมในการวิเคราะห์

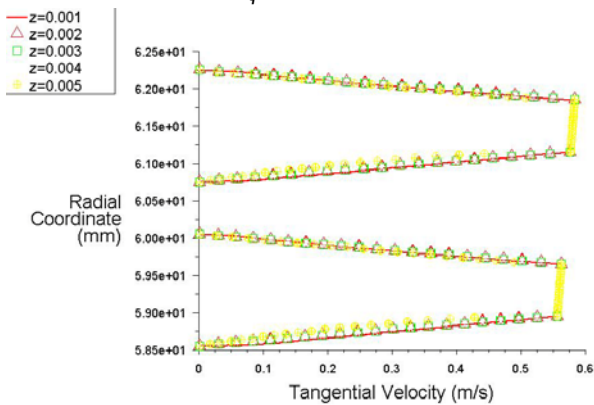
4. ผลจากการจำลองและอภิปรายผล

ผลที่ได้จากการจำลองแบบสามมิติเป็นผลที่มีค่าเศษเหลือ (residuals) จากการทำสมดุลเพื่อหาผลเฉลยของตัวไม่รู้ค่าจากสมการ ความต่อเนื่องและสมการนาเวียร์ - สโตกส์ ที่น้อยกว่า 10^{-3} และเป็นผลเฉลยที่ผ่านช่วง ชั่วครู่ (transient) แล้ว โดยแสดงให้เห็นในรูปของคอนทัวร์ที่มีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก เมื่อเวลาในการจำลองเพิ่มขึ้น รูปที่ 4 เป็นผลการจำลองที่แสดง ในรูปคอนทัวร์ความเร็วในแนวเส้นรอบวงบน ระนาบ $r-z$ ในขณะที่ ความเร็วเชิงมุมของทรงกระบอกชุดที่หนึ่งเท่ากับ 90 รอบต่อนาที เมื่อพิจารณาความเร็วในระนาบ $r-\theta$ ที่ระยะ z

เท่ากับ -0.001, -0.002, -0.003, -0.004, -0.005 เมตร ปรากฏให้เห็นการกระจายความเร็วตามรูปที่ 5 ซึ่งแต่ละผิวมีอัตราส่วนของความเร็วในแนวเส้นรอบวงต่อระยะในแนวรัศมีที่เท่ากัน ซึ่งเป็นกรไหลที่จัดอยู่ในรูปแบบกุกเอ็ด เนื่องจากความเร็วในแนวเส้นรอบวงเป็นฟังก์ชันของรัศมีเท่านั้น



รูปที่ 4 แสดงสนามความเร็วแบบกุกเอ็ดในระนาบ $z-\theta$ ที่ความเร็วเชิงมุมเท่ากับ 90 รอบต่อนาที



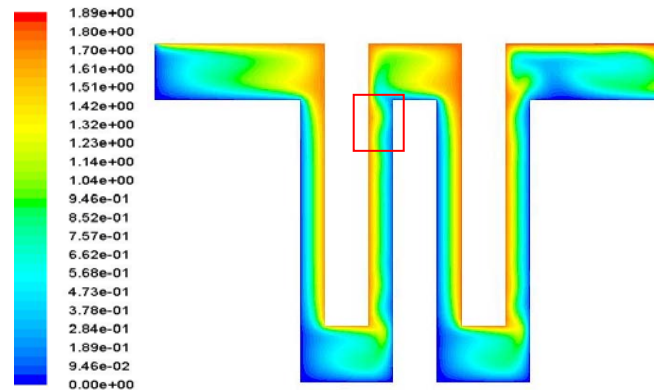
รูปที่ 5 แสดงการกระจายตัวของความเร็วที่ระยะต่างๆ ในแนวแกนในระนาบ $r-\theta$ ที่ความเร็วเชิงมุมเท่ากับ 90 รอบต่อนาที

4.1 วิวัฒนาการจากระบบกุกเอ็ดสู่กระแสวนเทเลอร์

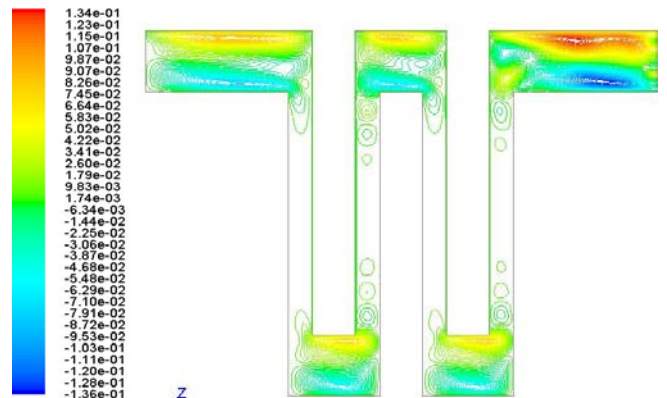
เมื่อความเร็วเชิงมุมของทรงกระบอกในเท่ากับ 290 รอบต่อนาที สนามความเร็วในแบบกุกเอ็ดตามรูปที่ 4 และ 5 ได้เปลี่ยนไปเนื่องจากความไม่สมดุลของแรงเหวี่ยงและแรงหนีตตามที่ได้อธิบายไว้ในตอนต้น สนามความเร็วที่เปลี่ยนไปแสดงให้เห็นในรูปของคอนทัวร์ความเร็วในแนวเส้นรอบวงบนระนาบ $r-z$ ตามรูปที่ 6 จึงเรียกได้ว่าการไหลกำลังเปลี่ยนจากกุกเอ็ดไป

เป็นกระแสวนเทเลอร์ และให้ความเร็วเชิงมุมนี้เป็นความเร็ววิกฤตอันดับที่หนึ่ง

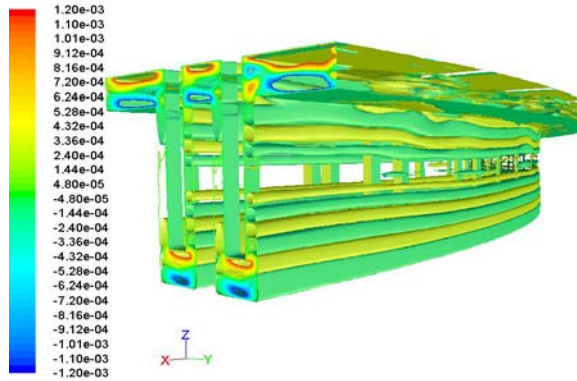
ภายในกรอบสีแดงของรูปที่ 6 คือบริเวณที่เริ่มรักษาเสถียรภาพไว้ไม่ได้ เนื่องจากแรงเหวี่ยงที่เพิ่มขึ้นจากการเพิ่มความเร็วเชิงมุมของทรงกระบอกชุดที่หนึ่งและเป็นบริเวณที่ได้รับผลกระทบจากกระแสวนส่วนบนของปริมาตรควบคุม ทำให้อุณหภูมิของของไหลช่องว่างระหว่างของทรงกระบอกคู่ที่ 2 และ 4 ถูกเหนี่ยวนำจนเกิดเป็นกระแสที่หมุนในทิศทางที่ตรงกันข้ามตามที่แสดงในรูปที่ 7 และ 8 แต่อย่างไรก็ตามกระแสที่ปรากฏมีเพียงเล็กน้อยเท่านั้น เนื่องจากอิทธิพลของแรงเหวี่ยงยังไม่สูงพอจึงไม่สามารถเหนี่ยวนำให้เกิดกระแสเต็มช่องว่างได้ ส่วนในทรงกระบอกคู่ที่ 1 และ 3 นั้นการไหลยังคงรักษาเสถียรภาพไว้ได้จึงไม่เกิดกระแส



รูปที่ 6 แสดงสนามความเร็วในแนวเส้นรอบวงบนระนาบ $r-z$ ที่ความเร็วเชิงมุมเท่ากับ 290 รอบต่อนาที ซึ่งเท่ากับความเร็ววิกฤตอันดับที่หนึ่ง



รูปที่ 7 แสดงสนามความเร็วในแนวรัศมีบนระนาบ $r-z$ ที่ความเร็วเชิงมุมเท่ากับ 290 รอบต่อนาที ซึ่งเท่ากับความเร็ววิกฤตอันดับที่หนึ่ง



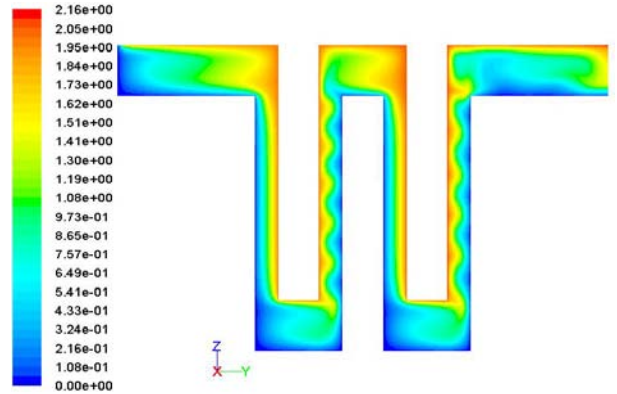
รูปที่ 8 แสดงผิวไอโซของกระแสวนที่ความเร็วเชิงมุมวิกฤตอันดับที่หนึ่ง

4.2 วิวัฒนาการจากระบบกระแสวนเทเลอร์สู่คลื่นกระแสวน

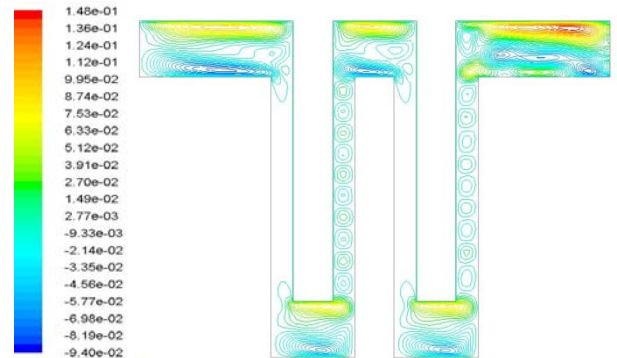
เมื่อเพิ่มความเร็วของทรงกระบอกชุดที่หนึ่งถึง 320 รอบต่อนาที ผลการจำลองปรากฏให้เห็นการกระจายตัวของความเร็วระหว่างคู่ทรงกระบอก 2 และ 4 เป็นดังรูปที่ 9 ซึ่งแสดงให้เห็นสนามความเร็วที่ไม่เป็นฟังก์ชันของความเร็วรอบอย่างเดียวกันเท่านั้นแต่ยังเป็นฟังก์ชันกับระยะในแนวแกน กระแสวนที่ปรากฏในรูปที่ 10 มีขนาดที่ใกล้เคียงกันและโตเต็มช่องว่างทรงกระบอกสื่อให้เห็นว่าการไหลเกิดการ shift and reflect ซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อการไหลเริ่มเปลี่ยนเป็นแบบคลื่นกระแสวนหรือการไหลที่ขึ้นกับเวลาจากรูปที่ 11 แสดงตามผิวไอโซของกระแสวนพบว่ากระแสวนเริ่มเกิดการสั่นในแนวแกนเล็กน้อย โดยเห็นได้อย่างชัดเจนในบริเวณกรอบสีแดง การสั่นของกระแสวนในคู่ทรงกระบอกที่ 4 ปรากฏเกิดขึ้นเนื่องจากการเหนี่ยวนำของกระแสวนที่ซับซ้อนบริเวณทางออก ดังนั้นที่ความเร็วเชิงมุมนี้จึงความเป็นเร็ววิกฤตอันดับที่สอง แต่ขณะที่ทรงกระบอกคู่ที่ 1 และ 3 ยังไม่ปรากฏกระแสวนเนื่องจากการไหลยังคงรักษาเสถียรภาพไว้

5. สรุปผล

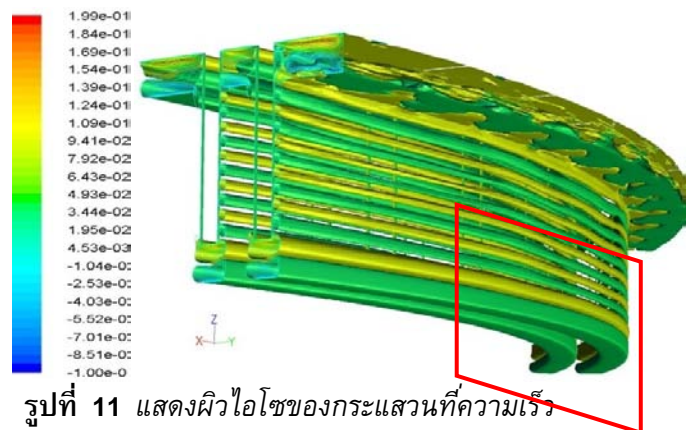
งานวิจัยนี้เป็นการจำลองการไหลระหว่างทรงกระบอกหลายร่องหมุนร่วมศูนย์กลางตามระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุ่มของโปรแกรมคำนวณพลศาสตร์ของไหลตามแบบจำลองปั่นป่วนลาร์จเอ็ดดี เพื่อหาตัวแปร



รูปที่ 9 แสดงสนามความเร็วในระนาบ $r-z$ ที่ความเร็วเชิงมุมเท่ากับ 320 รอบต่อนาที ซึ่งเท่ากับความเร็วเชิงมุมวิกฤตอันดับที่สอง



รูปที่ 10 แสดงสนามความเร็วในแนวรัศมีบนระนาบ $r-z$ ที่ความเร็วเชิงมุมเท่ากับ 320 รอบต่อนาที ซึ่งเท่ากับความเร็ววิกฤตอันดับที่สอง



รูปที่ 11 แสดงผิวไอโซของกระแสวนที่ความเร็วเชิงมุมวิกฤตอันดับที่สอง

ที่ใช่ระบบการเปลี่ยนระบอบการไหลจากราบเรียบเป็นเปลี่ยนผ่านและจากระบบเปลี่ยนผ่านเป็นปั่นป่วน ซึ่งเทียบได้กับการไหลที่เปลี่ยนจากกูเอ็ตเป็นกระแสวนเทเลอร์ และการไหลแบบกระแสวนเทเลอร์เป็นคลื่นกระแสวน ผลจากการจำลองแสดงสนามความเร็ว

แบบกู่เอ็ดที่ความเร็วเชิงมุมของทรงกระบอชุดที่หนึ่ง
เท่ากับ 90 รอบต่อนาที จากนั้นเพิ่มความเร็วของ
ทรงกระบอชุดที่หนึ่งขึ้นจนถึง 290 รอบต่อนาที
สนามการไหลจึงเปลี่ยนไปเป็นแบบกระแสวนเทเลอร์
ดังนั้นความเร็วที่ 290 รอบต่อนาทีจึงเป็นความเร็ว
เชิงมุมวิกฤตอันดับที่หนึ่ง เช่นเดียวกัน เมื่อเพิ่ม
ความเร็วของทรงกระบอชุดที่หนึ่งขึ้นจนถึง 320
รอบต่อนาที ผลจากการจำลองแสดงให้เห็นกระแส
วนเทเลอร์เปลี่ยนเป็นคลื่นกระแสวน ดังนั้นที่ความเร็ว
เชิงมุม 320 รอบต่อนาทีจึงเป็นความเร็วเชิงมุม
วิกฤตอันดับที่สอง

6. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยเรื่องการหาค่าวิกฤตเพื่อระบุพฤติกรรม
การไหลระหว่างทรงกระบอชุดหลายร่องหมุนร่วมศูนย์ ได้รับ
การสนับสนุนจาก สำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย
(สกว.) และศูนย์วิจัย พัฒนาเครื่องจักรกลและอุปกรณ์
อุตสาหกรรม(DMIE)

7. เอกสารอ้างอิง

- [1] G.I.Taylor,(1923). Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders. **Philos. Trans. R Soc. London, Ser. A** 223,289 – 343.
- [2] S.T.Wereley and R.M.Lueptow. (1998). Spatio-temporal character of non-wavy and wavy Taylor-Couette flow, **J. Fluid Mech**, Vol. 364, pp. 59 – 80.
- [3] A.Akonur and R.M.Lueptow.(2003). Three-dimensional velocity field for wavy Taylor–Couette flow, **Phys. Fluids**, Vol. 15, April 2003, No. 4.
- [4] P.S.Marcus.(1984) Simulation of Taylor Couette flow.Part 2 Numerical results for wavy cortex flow with one traveling wave. **J.Fluid Mech**.Vol.1466,pp.65-113
- [5] D.Pirró and M.Quadrio.(2008). Direct numerical simulation of turbulent Taylor–Couette flow, **European Journal of Mechanics B/Fluids**, vol. 27, pp. 552–566.
- [6] O.Czarny, E.Serre, P.Bontoux and R.M.Lueptow.(2001). Identification of complex flows in Taylor–Couette counter-rotating cavities, **C R Acad. Sci. Paris**, t. 329, Série II b, pp. 727–733.
- [7] O.Czarny, E.Serre, P.Bontoux and R.M.Lueptow (2002). Spiral and Wavy Vortex Flows in Short Counter-Rotating Taylor–Couette Cells, **Theoretical and Computational Fluid Dynamics**, Vol. 16, pp.5 – 15
- [8] J. Y. Hwang and K. S. Yang. (2004). Numerical study of Taylor–Couette flow with an axial flow, **Computers & Fluids** Vol. 33, pp. 97 – 118
- [9] I. Raspo, E. Crespo del Arco. (2003). Instability in a rotating channel–cavity system with an axial through-flow, **International Journal of Heat and Fluid Flow**Vol. 24, pp. 41 – 53.
- [10] L. A. Bordag, O. G. Chkhetiani, M.Frohner and V. Myrnyy. (2005). Interaction of a rotational motion and an axial flow in small geometries for a Taylor–Couette problem, **Fluids and Structures**, Vol. 20, pp. 621 – 641
- [11] S.Kumar, J.M.Bergada and J.Watton, (2009). Axial piston pump grooved slipper analysis by CFD simulation of three-dimensional NVS equation in cylindrical coordinates, **Computers & Fluids**, vol. 38, pp. 648 – 663.