

**ผลของความหยาบผิวต่อพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิก  
ด้วยอากาศของวัสดุอ่อน**

**Effect of surface roughness on elastohydrodynamic lubrication in line contact  
of soft material**

ยุพาภรณ์ นวลเพ็ง

สาขาวิศวกรรมยานยนต์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีไทย-ญี่ปุ่น กรุงเทพฯ 10250  
โทร 02-7632600 ต่อ 2921 โทรสาร 02-7632600 ต่อ 2900 E-mail : [yupaporn@tni.ac.th](mailto:yupaporn@tni.ac.th)

**บทคัดย่อ**

งานวิจัยนี้นำเสนอพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกด้วยอากาศของทรงกระบอกวัสดุอ่อนที่สัมผัสเป็นเส้นเมื่อคิดผลจากความหยาบผิวของวัสดุในสภาวะคงตัว โดยใช้ระเบียบวิธีคณิตศาสตร์เชิงตัวเลขร่วมกับระเบียบวิธีมัลติกริด แก๊สมการโมดิไฟด์เรย์โนลด์และสมการการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง เพื่อหาการกระจายของความดันฟิล์มและความหนาฟิล์มของสารหล่อลื่น เมื่อทำการเปลี่ยนแปลงขนาดความหยาบของผิววัสดุ ภาวะที่กระทำ ความเร็ว และขนาดของทรงกระบอก พบว่าเมื่อขนาดความหยาบของผิวสัมผัสมีค่าเพิ่มขึ้นส่งผลให้ความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น ความหนาฟิล์มของสารหล่อลื่นมีค่าลดลง เมื่อเพิ่มภาวะที่กระทำเป็นผลให้ความดันฟิล์มของสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้นแต่ความหนาฟิล์มของสารหล่อลื่นมีค่าลดลง ความดันฟิล์มของสารหล่อลื่นมีค่าลดลงแต่ความหนาฟิล์มของสารหล่อลื่นจะมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อความเร็วและขนาดของทรงกระบอกมีค่าเพิ่มขึ้น

**คำหลัก:** อีลาสโตไฮโดรไดนามิก, การหล่อลื่นด้วยอากาศ, การสัมผัสเป็นเส้น, สมการโมดิไฟด์เรย์โนลด์, วัสดุอ่อน

**Abstract**

This paper investigated the effect of surface roughness on elastohydrodynamic lubrication with air lubricant in line contact. The time independent modified Reynolds equation and elastic equations were formulated for compressible fluid. The Newton-Raphson method and multigrid method were implemented to obtain the film pressure and film thickness profiles in the contact region at various loads, speeds and radii. The simulation results showed the film pressure increased but thickness decreased as either the roughness amplitude or the load increased. On the other hand, the film pressure decrease but thickness increased as either the velocity or the radii of the cylinder increased.

**Keywords:** elastohydrodynamic, air lubrication, line contact, modified Reynold equation, soft material

## 1. บทนำ

ปัจจุบันในงานบางอย่าง เช่น การม้วนแผ่นฟิล์มหรือกระดาษหนังสือพิมพ์ ซึ่งในการทำงานตัวกระดาษหรือแผ่นฟิล์ม จะไม่สัมผัสกับตัวลูกกลิ้งเพราะจะมีฟิล์มอากาศเป็นสารหล่อลื่น ซึ่งในลักษณะการทำงานแบบนี้ ฟิล์มอากาศจะทำงานโดยมีพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบฮิสเทรีซิสไฮโดรไดนามิกของวัสดุอ่อน

โดยในปี ค.ศ. 1994 J.K. Good, Z. Wu และ M.W.R. Fikes[1] ทำการศึกษาผลกระทบจากการเพิ่มแรงในการกดของแผ่นฟิล์มเปรียบเทียบกับกรณีไม่เพิ่มแรงกด พบว่าผลจากการเพิ่มแรงกดของแผ่นฟิล์มและความเค้นที่เกิดขึ้นตามแนวรัศมีทำให้สัมประสิทธิ์ความเสียดทานเพิ่มขึ้น ปี ค.ศ. 1996 Chang, Chambers และ Shekton[2]. ได้ทำการศึกษาระยะห่างของอากาศระหว่างระหว่างแผ่นฟิล์มกับโรลเลอร์พบว่าความหนาของฟิล์มอากาศมีค่าอยู่ระหว่าง 1-10 ไมโครเมตร ซึ่งพฤติกรรมดังกล่าวเรียกว่า Air Elastohydrodynamic Lubrication (Air-EHL) ปี ค.ศ. 2003 K. Tanimoto, K. Kohno, S. Takahashi, M. sasaki, and F. Yoshida[3] ได้ทำการศึกษาจากการจำลองผลเมื่อพิจารณาผลกระทบการจากทางเข้าของอากาศ ในการม้วนแผ่นฟิล์มกับเปรียบเทียบผลที่ได้จากการทดลอง ปี ค.ศ. 2003 Hiromu Hashimoto[4] ได้ทำการศึกษารวมของแผ่นฟิล์มด้วยความเร็วสูงจนเกิดสถานะที่ไม่เสถียรระหว่างแผ่นฟิล์มกับโรลเลอร์

ดังนั้นในบทความนี้เป็นการศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบฮิสเทรีซิสไฮโดรไดนามิกจำเมื่อสมมติให้อากาศเป็นก๊าซในอุดมคติ โดยคิดผลจากการเลื่อนไหลของโมเลกุลของชั้นอากาศด้วยการใช้ สมการเรโนลด์์ประยุกต์ ร่วมกับสมการการเสียดรูปของวัสดุอ่อน เมื่อพิจารณาผลจากความหนายับผิวของลูกกลิ้งและแผ่นเรียบ

## 2. ทฤษฎี

การจำลองผลพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบฮิสเทรีซิสไฮโดรไดนามิกของวัสดุอ่อนเมื่อใช้อากาศเป็นสารหล่อลื่น สมมติให้อากาศเป็นก๊าซในอุดมคติและไม่คิดผล

จากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของอากาศเมื่อพิจารณาผลจากการเลื่อนไหลของโมเลกุลของชั้นอากาศ

### 2.1 สมการเรย์โนลด์์

สมการโมดิไฟด์เรย์โนลด์์ในสภาวะคงตัวสำหรับการสัมผัสเป็นเส้นเมื่อคิดผลจาก Molecular slip ในรูปแบบไร้มิติ

$$\frac{\partial}{\partial X} \left( Q \frac{\partial P}{\partial X} \right) = K \frac{\partial}{\partial X} (PH) \quad (1)$$

เมื่อ

$$K = \frac{12\mu\bar{u}R_x^2}{b^3 p_a} \quad (2)$$

$$Q = H^3 \left( P + \left( \frac{6\lambda_a R_x}{b^2} \right) \left( \frac{1}{H} \right) \right) \quad (3)$$

โดยที่เงื่อนไขขอบสำหรับสมการเรย์โนลด์์

$$P(X_{IN}) = 0 \text{ และ } P(X_{OUT}) = \left( \frac{\partial P}{\partial X} \right)_{X=X_{OUT}} = 0$$

### 2.2 สมการความหนาฟิล์มของสารหล่อลื่น

สมการความหนาฟิล์มแบบไร้มิติขึ้นอยู่กับลักษณะกายภาพของผิวสัมผัสและการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของของผิวสัมผัส

$$H = H_0 + \frac{X^2}{2} + \bar{\delta}(X) + \bar{\lambda}_{SB} - \bar{\lambda}_{SA} \quad (4)$$

เมื่อ

$$\bar{\delta}(X) = -\frac{2p_a R_x}{\pi E' b} \left\{ \int_{X_{IN}}^{X_{OUT}} (P' - 1) \ln(X - X')^2 dX \right\} \quad (5)$$

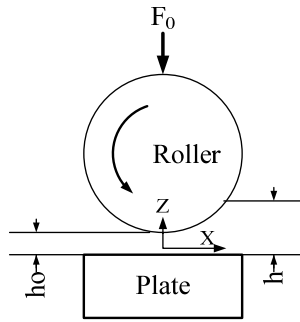
### 2.3 สมการสมดุลแรง

ภาระแบบไร้มิติ ที่ทรงกระบอกกับแผ่นเรียบได้รับเท่ากับผลรวมของแรง ที่กระทำผ่านฟิล์มของสารหล่อลื่น

$$\int_{X_{IN}}^{X_{OUT}} (P - 1) dX = \frac{F_0}{p_a b} \quad (6)$$

## 3. ผลการคำนวณ

ลักษณะของทรงกระบอกและพิกัดที่ใช้ ในการจำลองผลแสดงตามรูปที่ 1 คุณสมบัติของทรงกระบอกและอากาศแสดงตาม ตารางที่ 1

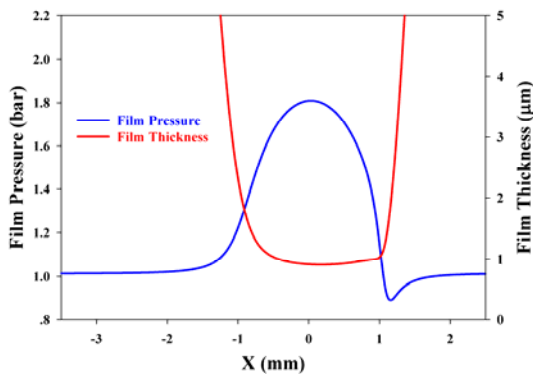


รูปที่ 1 ลักษณะของทรงกระบอกและพิกัดที่ใช้ในการจำลองผล

ตารางที่ 1 คุณสมบัติของวัสดุ

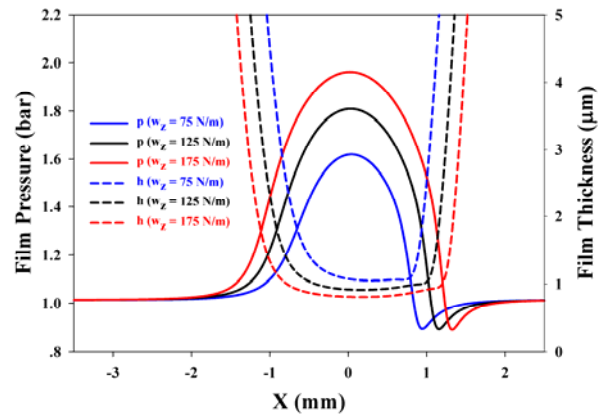
คุณสมบัติของวัสดุ	ทรงกระบอก	แผ่นเรียบ
Elasticity Modulus,GPa	0.7	200
Poison ratio	0.4	0.3
Density, kg/m <sup>3</sup>	1150	7850

การจำลองผลพฤติกรรมการหล่อลื่นของวัสดุอ่อนเมื่อใช้อากาศเป็นสารหล่อลื่น เมื่อไม่คิดผลจากความหนายของผิวสัมผัส การกระจายความดันของฟิล์มอากาศและความหนาของฟิล์มอากาศแสดงดังรูปที่ 2



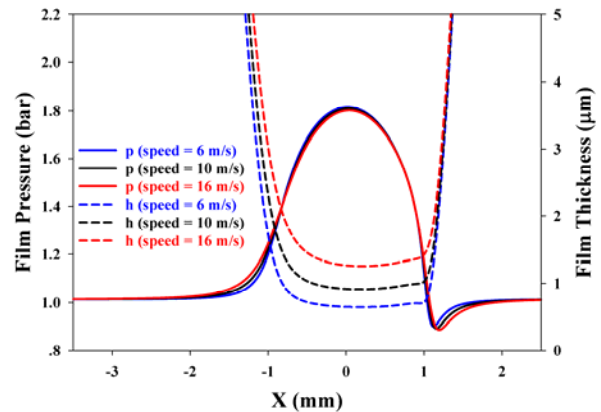
รูปที่ 2 การกระจายความดันของฟิล์มอากาศและความหนาของฟิล์มอากาศ

เมื่อทำการเปลี่ยนแปลง ภาวะที่ทรงกระบอกได้รับพบว่าความดันฟิล์มอากาศมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ความหนาของฟิล์มอากาศมีค่าลดลง การกระจายตัวของความดันของฟิล์มอากาศ และความหนาของฟิล์มอากาศแสดงดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 การกระจายของความดันของฟิล์มอากาศและความหนาของฟิล์มอากาศที่ภาวะต่างๆ

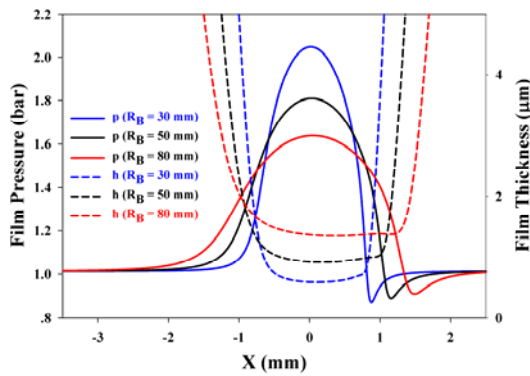
เมื่อเปลี่ยนแปลงความเร็วของทรงกระบอก ความหนาของฟิล์มอากาศมีค่าเพิ่มขึ้น การกระจายของความดันของฟิล์มอากาศ และความหนาของฟิล์มอากาศแสดงดังรูปที่ 4



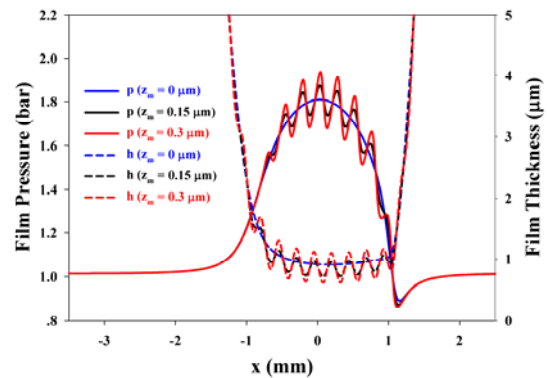
รูปที่ 4 การกระจายตัวของความดันของฟิล์มอากาศและความหนาของฟิล์มอากาศเมื่อทรงกระบอกมีความเร็วต่างๆ

เมื่อทำการเปลี่ยนแปลงขนาดของทรงกระบอกพบว่าความดันของฟิล์มอากาศมีค่าลดลง แต่ความหนาของฟิล์มอากาศมีค่าเพิ่มขึ้นแสดงดังรูปที่ 5

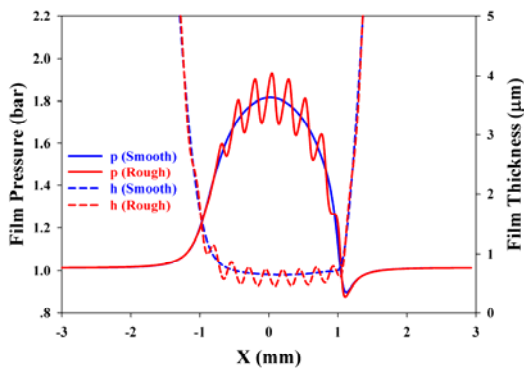
เมื่อพิจารณาผลความหนายของแผ่นเรียบพบว่าความดันของฟิล์มอากาศ และความหนาของฟิล์มอากาศมีการเปลี่ยนแปลงตามความหนายของผิวแผ่นเรียบค่อนข้างมากแสดงดังรูปที่ 6



รูปที่ 5 การกระจายของความดันของฟิล์มอากาศและความหนาของฟิล์มอากาศ เมื่อทรงกระบอกมีขนาดต่างๆ



รูปที่ 7 ความดันของฟิล์มอากาศและความหนาของฟิล์มอากาศที่ความหยาบของผิวสัมผัสต่างๆ



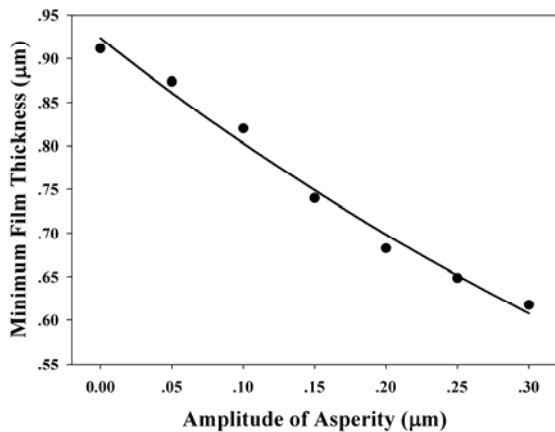
รูปที่ 6 การกระจายของความดันของฟิล์มอากาศและความหนาของฟิล์มอากาศเมื่อคิดผลจากความหยาบของผิวสัมผัส

เมื่อพิจารณาผลจากความหยาบของผิวสัมผัสที่ความหยาบของผิวสัมผัสต่างๆ พบว่าเมื่อความหยาบของผิวสัมผัสมีค่าเพิ่มขึ้น การเปลี่ยนแปลงของความดันของฟิล์มอากาศ มีการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้น และความดันของฟิล์มอากาศสูงสุดมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ความหนาของฟิล์มอากาศมีค่าลดลง เมื่อความหยาบของผิวสัมผัสเพิ่มขึ้น และการเปลี่ยนแปลงของความหนาของฟิล์มอากาศจะมีค่าเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้น เมื่อความหยาบของผิวสัมผัสเพิ่มขึ้นแสดงดังรูปที่ 7 และรูปที่ 8

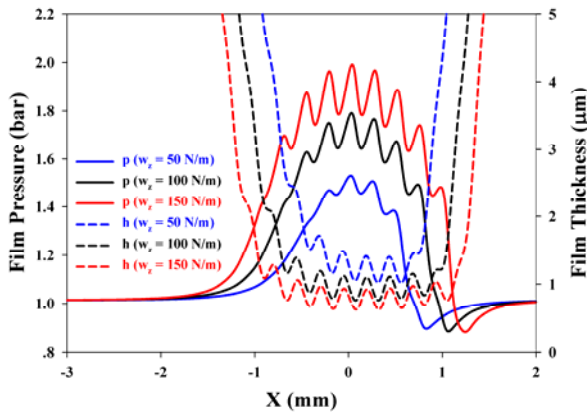
เมื่อทำการเปลี่ยนแปลงภาวะที่ทรงกระบอกได้รับในกรณีที่แผ่นเรียบมีความหยาบผิว 0.15 ไมโครเมตร พบว่าความดันของฟิล์มอากาศมีค่าเพิ่มขึ้นการเปลี่ยนแปลงของความดันฟิล์มอากาศเป็นไปตามความหยาบของผิวสัมผัส การเปลี่ยนแปลงความดันของฟิล์มอากาศจะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อทรงกระบอกรับภาวะเพิ่มขึ้น แต่ความหนาของฟิล์มอากาศจะมีค่าลดลงเมื่อภาวะที่ทรงกระบอกได้รับเพิ่มขึ้น ความหนาของฟิล์มอากาศมีค่าเปลี่ยนแปลงตามความหยาบของผิวสัมผัสแสดงดังรูปที่ 9

เมื่อพิจารณาผลเปรียบเทียบ ความหนาของฟิล์มอากาศน้อยสุด ในกรณีที่ไมคิดความหยาบของผิวสัมผัสเทียบกับกรณีที่คิดความหยาบของผิวสัมผัสเมื่อภาวะที่ทรงกระบอกได้รับเพิ่มขึ้น พบว่าความหนาของฟิล์มอากาศน้อยสุดมีค่าลดลง แต่ความหนาของฟิล์มอากาศน้อยสุด ในกรณีที่คิดความหยาบของผิวสัมผัสมีค่าน้อยกว่ากรณีผิวสัมผัสเป็นผิวเรียบแสดงดังรูปที่ 10

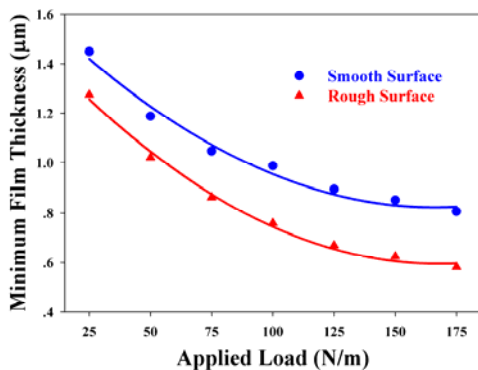
เมื่อความเร็วของทรงกระบอกเพิ่มขึ้น พบว่าในกรณีผิวสัมผัสเป็นผิวหยาบ ความดันของฟิล์มอากาศมีค่าเปลี่ยนแปลงน้อยมากแต่ความดันของฟิล์มอากาศยังเปลี่ยนแปลงตามความหยาบของผิวสัมผัส ความหนาของฟิล์มอากาศมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อความเร็วของผิวสัมผัสเพิ่มขึ้น และการเปลี่ยนแปลงของความหนาของฟิล์มอากาศจะเปลี่ยนแปลงตามความหยาบของผิวสัมผัสแสดงดังรูปที่ 11



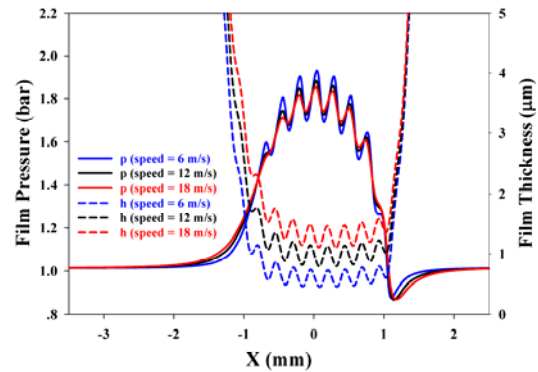
รูปที่ 8 ความหนาฟิล์มอากาศน้อยสุดที่ความหยาบของผิวสัมผัสต่างๆ



รูปที่ 9 การกระจายของความดันของฟิล์มอากาศและความหนาของฟิล์มอากาศ เมื่อทรงกระบอกรับภาระต่างๆในกรณีคิดความหยาบของผิวสัมผัส

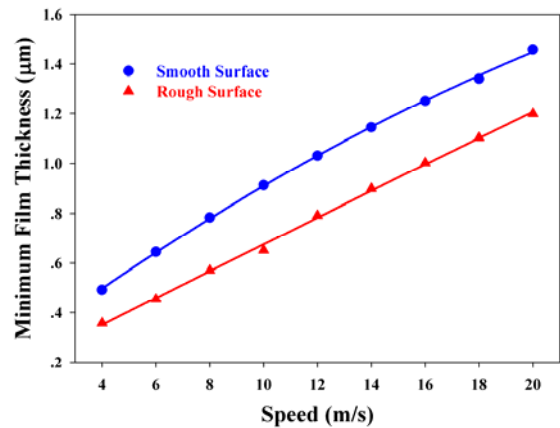


รูปที่ 10 ความหนาของฟิล์มอากาศน้อยสุดเมื่อ ทรงกระบอก รับภาระต่างๆเปรียบเทียบกับกรณีผิวเรียบและผิวหยาบ



รูปที่ 11 การกระจายของความดันของฟิล์มอากาศและความหนาของฟิล์มอากาศเมื่อทรงกระบอกมีความเร็วต่างๆในกรณีคิดความหยาบของผิวสัมผัส

ความหนาของฟิล์มอากาศน้อยสุด มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อความเร็วของผิวสัมผัสมีค่าเพิ่มขึ้น โดยที่ความหนาของฟิล์มอากาศน้อยสุด ในกรณีผิวสัมผัสเป็นผิวหยาบ จะมีค่าน้อยกว่ากรณีที่ผิวสัมผัสเป็นผิวเรียบ แสดงดังรูปที่ 12

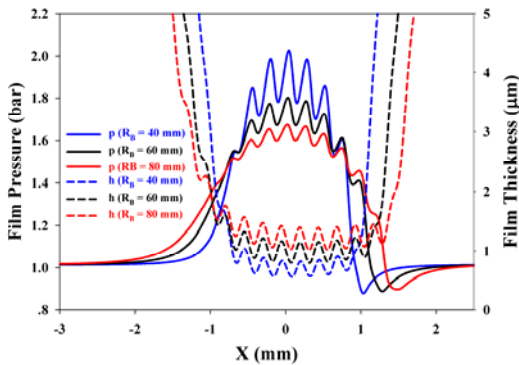


รูปที่ 12 ความหนาของฟิล์มอากาศน้อยสุดเมื่อทรงกระบอกรับภาระต่างๆเปรียบเทียบกับกรณีผิวเรียบและผิวหยาบ

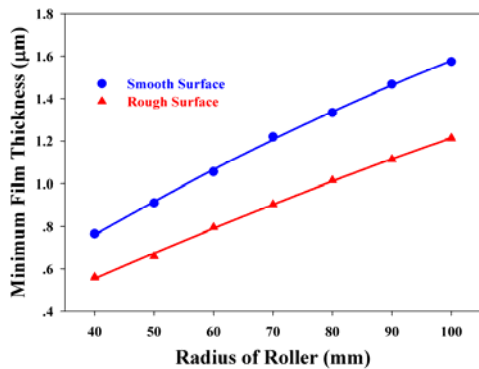
เมื่อขนาดของทรงกระบอกมีค่าเพิ่มขึ้น พบว่ากรณีผิวสัมผัสเป็นผิวหยาบความดันของฟิล์มอากาศมีค่าลดลง โดยการเปลี่ยนแปลงความดันของฟิล์มอากาศจะมีค่าลดลง เมื่อขนาดของทรงกระบอกมีค่าเพิ่มขึ้น ความหนาของฟิล์มอากาศมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดทรงกระบอกมีค่าเพิ่มขึ้น และการเปลี่ยนแปลง

ความหนาของฟิล์มอากาศ จะเปลี่ยนแปลงตามความ  
หยาบของผิวสัมผัสแสดงดังรูปที่ 13

เมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงขนาดของทรงกระ  
บอกในกรณีผิวเรียบและผิวหยาบพบว่าความหนาของ  
ฟิล์มอากาศน้อยสุด ในกรณีผิวหยาบมีค่าน้อยกว่าผิว  
เรียบแสดงดังรูปที่ 14



รูปที่ 13 การกระจายของความดันของฟิล์มอากาศและ  
ความหนาของฟิล์มอากาศ เมื่อทรงกระบอกมีขนาด  
ต่างๆในกรณีคิดความหยาบของผิวสัมผัส



รูปที่ 14 ความหนาของฟิล์มอากาศน้อยสุดเมื่อทรงกระ  
บอกมีขนาดต่างๆเปรียบเทียบกับกรณีผิวเรียบและผิวหยาบ

#### 4. สรุป

จากการจำลองผลพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบอ  
ลาสโตไฮโดรไดนามิกของวัสดุอ่อนเมื่อใช้อากาศเป็น  
สารหล่อลื่นโดยพิจารณาผลกระทบจากผิวสัมผัส

4.1 ความหยาบของผิวสัมผัสส่งผลต่อการ  
เปลี่ยนแปลงความดันของฟิล์มอากาศอย่างมากเมื่อ

ความหยาบของผิวสัมผัสเพิ่มขึ้น การเปลี่ยนแปลง  
ความดันของฟิล์มอากาศมีค่าเพิ่มขึ้นแต่ความหนา  
ฟิล์มอากาศน้อยสุดมีค่าลดลง

4.2 เมื่อภาระที่ผิวสัมผัสได้รับเพิ่มขึ้นการ  
เปลี่ยนแปลงความดันของฟิล์มอากาศเพิ่มขึ้น แต่  
ความหนาของฟิล์มอากาศลดลง

4.3 เมื่อความเร็วของผิวสัมผัสเพิ่มขึ้นการ  
เปลี่ยนแปลงความดัน และความหนาของฟิล์มอากาศ  
มีค่าเพิ่มขึ้น

4.4 เมื่อขนาดของทรงกระบอกเพิ่มขึ้นการ  
เปลี่ยนแปลงความดันของฟิล์มอากาศมีค่าลดลง แต่  
ความหนาของฟิล์มอากาศมีค่าเพิ่มขึ้น

#### 5. สัญลักษณ์ที่ใช้ในบทความ

$b$  semi-width of Hertzian contact, m,

$$b = R_x \left( \frac{8W'}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$E_A$  Elastic Modulus of Plate, Pa

$E_B$  Elastic Modulus of Roller, Pa

$E'$  Equivalent modulus of elasticity, Pa,

$$E' = \frac{2}{\left( \frac{1-\nu_B^2}{E_B} \right) + \left( \frac{1-\nu_A^2}{E_A} \right)}$$

$h$  lubricant film thickness, m

$H$  dimensionless film thickness,

$$H = h / \left( \frac{b^2}{R_x} \right)$$

$p$  film pressure, Pa

$P$  dimensionless pressure,  $P = p/p_a$

$p_a$  Ambient Pressure, Pa

$r_A$  รัศมีของแผ่นเรียบ, m

$r_B$  รัศมีของทรงกระบอก, m

$R_x$  radii of curvature, m,  $\frac{1}{R_x} = \frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_A}$

- $u_A$  ความเร็วผิวสัมผัสของแผ่นเรียบ, m/s
- $u_B$  ความเร็วผิวสัมผัสของทรงกระบอก, m/s
- $\bar{u}$  ความเร็วเฉลี่ยของผิวสัมผัส, m/s,  $\bar{u} = \frac{u_B + u_A}{2}$
- $w'_z$  Applied load, N/m
- $W'$  Dimensionless load,  $W' = w'/E'R_x$
- $x$  coordinate x-axial, m
- $X$  dimensionless coordinates,  $X = x/b$
- $z_M$  Amplitude of Asperity
- $\nu_A$  Poison ratio of Plate
- $\nu_B$  Poison ratio of cylinder
- $\lambda_{SA}$  ความหยาบของผิวสัมผัสของแผ่นเรียบ, m,

$$\lambda_{SA} = z_M \sin\left(\left(\frac{2\pi}{\lambda_{WA}}\right)x\right)$$

- $\lambda_{SB}$  ความหยาบของผิวสัมผัสของทรงกระบอก, m,

$$\lambda_{SB} = z_M \sin\left(\left(\frac{2\pi}{\lambda_{WB}}\right)x\right)$$

- $\lambda_{WA}$  Amplitude wave length ของผิวทรงกระบอก, m

- $\lambda_{WB}$  Amplitude wave length ของผิวแผ่นเรียบ, m

- $\bar{\lambda}_{SA}$  ความหยาบของผิวแผ่นเรียบแบบไร้มิติ,

$$\bar{\lambda}_{SA} = \lambda_{SA} / \left(\frac{b^2}{R_x}\right)$$

- $\bar{\lambda}_{SB}$  ความหยาบของผิวทรงกระบอกแบบไร้มิติ,

$$\bar{\lambda}_{SB} = \lambda_{SB} / \left(\frac{b^2}{R_x}\right)$$

## 6. เอกสารอ้างอิง

1. J.K. Good, Z. Wu and M.W.R. Fikes., 1994, " The Internal Stresses in Wound Rolls With The Presence of a Nip Roller," ASME J. Appl.Mech., pp 182-185.
2. Chang, Chambers and Shekton., " Elasto-hydrodynamic Lubrication of Air-Lubricated Rollers," ASEM J. Tribology., pp 623-628.
3. Tanimoto, K. Kohno, S. Takahashi, M. sasaki, and F. Yoshida.,2003, "Wound stress of permeable papers with air-entrainment," Springer Applied Mechanics., pp 160-170.
4. Masashi, Kazukiyo, Koshi, Sadamu, Setsuo and Hiromu.,2007, "Traction force between rotating rolls and moving web considering the effect of airentrainment," Microsyt Technol Springer., pp 1161-1167.
5. H. Lei, K.A.Cole and S.J. Weinstein.,2003 "Modeling Air-entrainment and Temperature Effect in Winding," ASME J. Appl. Mech., pp902-914.
6. Christopher E. Goodyer , Roger Fairlie , Martin Berzins, Laurence E. Scales, 2001, "Adaptive Mesh Methods for Elasto-hydrodynamic Lubrication", ECCOMAS Computational Fluid Dynamics Conference 2001, Swansea, Wales, UK
7. Bernard J. Hamrock , 1994 , Fundamental of fluid film lubrication , McGraw-Hill , Singapore
8. Steven C. Chapra and Raymond P. Canale , 2002 , Numerical Methods for Engineers , McGraw-Hill , Singapore