

การจำลองสภาพการผสมระหว่างแก๊สและของเหลวในเครื่องผสมรูปตัวที Computational Fluid Dynamics Model for Predicting Mixing Behaviors of T-Mixer

จิรพงษ์ จรเด่น และ วันชัย อัสวภูษิตกุล

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
91 ถ.ประชาอุทิศ(สุขสวัสดิ์ 48) แขวงบางมด เขตทุ่งครุ กรุงเทพฯ 10140 Email: jirapium@yahoo.com

Jirapong Joraden and Wanchai Asvapoositkul

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkut's University of Technical Thonburi
91 Prachauthit Road (Suksawad 48) Bangmod, Thung Kharu District, Bangkok 10140. Email: jirapium@yahoo.com

บทคัดย่อ

บทความนี้จะกล่าวถึงการจำลองการผสมระหว่างแก๊สกับของเหลวคือน้ำกับอากาศในลักษณะการไหลแบบสองสถานะในเครื่องผสมรูปตัวที ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของเครื่องกลเติมอากาศแบบอัดอากาศและดูดน้ำ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ CFX-5 ในการวิเคราะห์ ซึ่งจะกำหนดให้หน้าเป็นของไหลที่ความต่อเนื่องและอากาศเป็นของไหลที่กระจายไปในของไหลต่อเนื่อง โดยการวิเคราะห์จะใช้สมการความต่อเนื่อง และสมการโมเมนตัมในการคำนวณหาความเร็วและสัดส่วนโดยปริมาตรของของไหลทั้งสอง ซึ่งจะพิจารณาการไหลเป็นแบบ 3 มิติ โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบปริมาตรจำกัด(Finite volume) ในการแก้สมการข้างต้น แบบจำลองการไหลเทอร์บิวเลนที่ใช้งานในงานวิจัยนี้คือ k-ε สำหรับของไหลที่ต่อเนื่อง และ zero equation สำหรับของไหลที่กระจาย จากงานวิจัยนี้พบว่า ประสิทธิภาพการผสมซึ่งจะพิจารณาจากค่า mixing parameter (ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสัดส่วนโดยปริมาตรของอากาศ) พบว่าจะมีค่ามากขึ้นเมื่อค่าอัตราส่วนระหว่างอัตราการไหลของอากาศต่ออัตราการไหลของน้ำ(Qa/Qw) เพิ่มขึ้นและระยะความยาว(H)ของท่อในเครื่องผสมรูปตัวที

Abstract

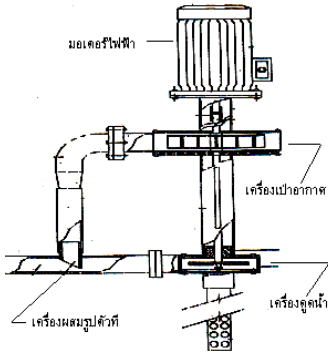
The present paper concerns the simulation of mixing flow between air and water in the T-mixer. It is a part of aerator. The flow considered in this work is continuous fluid for water and dispense fluid for air(two-phase flow). The conservation of mass and momentum equation are solved by using commercial software (CFX-5). The k-ε turbulent model is used to simulate for the water and the zero equation is used to simulate for the

air. The flow field and volume fraction of the mixing are presented. The mixing efficiency of the flow is considered in term of mixing parameter (Standard Deviation of air volume fraction). It found that the mixing parameter increases when the volumetric flow rate ratio of air to that of water and H are increased.

1.บทนำ

เครื่องผสมรูปตัวทีนั้นเป็นอุปกรณ์อย่างหนึ่งของเครื่องกลเติมอากาศแบบอัดอากาศและดูดน้ำ ซึ่งจะใช้ในกระบวนการบำบัดน้ำเสีย โดยเครื่องกลเติมอากาศแบบนี้ประกอบไปด้วยอุปกรณ์สำคัญ ๆ คือ มอเตอร์ไฟฟ้า, เครื่องดูดน้ำ, เครื่องเป่าอากาศ และ เครื่องผสมรูปตัวที โดยมีหลักการทำงานคือ แกนของเพลลาที่ใช้ขับเคลื่อนเครื่องดูดน้ำและเครื่องอัดอากาศนั้นจะอยู่บนแกนเดียวกัน เมื่อมอเตอร์ไฟฟ้าทำงานจะทำให้เพลลาดังกล่าวหมุน เครื่องดูดน้ำจะดูดน้ำและจ่ายออกไปผสมกับอากาศที่ไหลมาจากเครื่องเป่าอากาศที่เครื่องผสมรูปตัวทีตั้งรูปที่ 1 ซึ่งจุดมุ่งหมายของการออกแบบเครื่องกลแบบนี้ก็คือ ต้องมีอุปกรณ์ที่ไม่สลับซับซ้อน สามารถสร้างได้ง่าย และดูแลรักษาาง่าย ดังนั้นเครื่องผสมรูปตัวทีที่ใช้ในการวิจัยนั้นจึงมีลักษณะทางกายภาพเป็นดังรูปที่ 2

งานวิจัยนี้ได้ทำการจำลองการผสมระหว่างน้ำกับอากาศภายในเครื่องผสมรูปตัวทีเพื่อศึกษาผลของพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่มีผลต่อการผสมกันระหว่างน้ำกับอากาศ โดยใช้ mixing parameter เป็นตัวบ่งชี้การผสม[2] เพื่อจะได้นำข้อมูลเหล่านี้ไปใช้ในการปรับปรุงความสามารถของเครื่องผสมรูปตัวทีนี้ โดยพารามิเตอร์ที่ทำการศึกษามีดังนี้ ค่าอัตราส่วนระหว่าง Qa/Qw , ระยะความลึก H และ mixing parameter



รูปที่ 1 เครื่องกลเติมอากาศแบบอัดอากาศและดูดน้ำ[1]

2. ทฤษฎี

2.1 สมการพื้นฐานที่เกี่ยวข้อง

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาการไหลแบบสองสถานะที่มีลักษณะการไหลแบบฟอง (Bubble flow) ซึ่งจะกำหนดให้น้ำเป็นของไหลที่ความต่อเนื่อง (continuous fluid) และอากาศเป็นของไหลที่กระจาย (dispense fluid) ไปในของไหล โดยสมการที่ใช้ในการพิจารณา จะประกอบไปด้วยสมการอนุรักษ์มวล และสมการอนุรักษ์โมเมนตัม จะเขียนได้เป็น [4,5]

$$\nabla \cdot (r_\alpha \rho_\alpha U_\alpha) = 0 \quad (1)$$

และ

$$\nabla \cdot (r_\alpha (\rho_\alpha U_\alpha U_\alpha)) = -r_\alpha \nabla p_\alpha + \nabla \cdot (r_\alpha \mu_{\alpha eff} (\nabla U_\alpha + (\nabla U_\alpha)^T)) + S_{M\alpha} + M_\alpha \quad (2)$$

โดย U เป็นขององค์ประกอบความเร็วในทิศทางต่าง ๆ (x,y,z), $\mu_{\alpha eff}$ = effective viscosity, p เป็นความดันที่ตำแหน่งต่าง ๆ, $S_{M\alpha}$ เป็นแหล่งของโมเมนตัม (Momentum source) ได้แก่ แรงเนื่องจากน้ำหนัก (body force), M_α เป็นแรงที่กระทำระหว่างสถานะ (interphase force acting on phase α), r เป็น สัดส่วนโดยปริมาตร (Volume fraction), subscript α ปริมาณใน phase α โดยที่

$$\sum_{\alpha=1}^N r_\alpha = 1 \quad (3)$$

ในการพิจารณาแบบจำลองสำหรับการไหล ของไหลที่ต่อเนื่อง (น้ำ) จะใช้แบบจำลองเทอร์โมวอลูมแบบ k- ϵ ซึ่ง k คือ turbulent kinetic energy และ ϵ คือ turbulent eddy dissipation ซึ่งค่า $\mu_{\alpha eff}$ จะมีค่าเป็น

$$\mu_{\alpha eff} = \mu_\alpha + \mu_{t\alpha} \quad (4)$$

เมื่อ μ_α เป็น Dynamic viscosity ของสถานะ α

$\mu_{t\alpha}$ เป็น Eddy- viscosity ของสถานะ α ซึ่งมีค่าเป็น

$$\mu_{t\alpha} = C_\mu \rho_\alpha \left(\frac{k_\alpha^2}{\epsilon_\alpha} \right) \quad (5)$$

โดยที่ค่า C_μ คือค่าคงที่ใน k- ϵ Turbulent model สมการของ turbulent kinetic energy k จะอยู่ในรูป

$$\nabla \cdot \left(r_\alpha \left(\rho_\alpha U_\alpha k_\alpha - \left(\mu + \frac{\mu_{t\alpha}}{\sigma_k} \right) \nabla k_\alpha \right) \right) = r_\alpha (P_\alpha - \rho_\alpha \epsilon_\alpha) + T_{\alpha\beta}^{(k)} \quad (6)$$

และสมการ dissipation rate ของ turbulent kinetic energy จะอยู่ในรูป

$$\nabla \cdot \left(r_\alpha \left(\rho_\alpha U_\alpha \epsilon_\alpha - \left(\mu + \frac{\mu_{t\alpha}}{\sigma_\epsilon} \right) \nabla \epsilon_\alpha \right) \right) = r_\alpha \frac{\epsilon_\alpha}{k_\alpha} (C_{\epsilon 1} P_\alpha - C_{\epsilon 2} \rho_\alpha \epsilon_\alpha) + T_{\alpha\beta}^{(\epsilon)} \quad (7)$$

เมื่อ $C_{\epsilon 1}$ และ $C_{\epsilon 2}$ เป็นค่าคงที่ของสมการ Turbulent kinetic energy

ค่าขอบเขตสำหรับค่าต่าง ๆ ของ Turbulent ที่ใกล้เคียงผนังสามารถได้จาก wall function และค่า C_μ , $C_{\epsilon 1}$, $C_{\epsilon 2}$, σ_k และ σ_ϵ เป็นค่าคงที่ที่ได้จากการทดลองจากสมการ turbulent transport [4,5]

ส่วนในการพิจารณาแบบจำลองสำหรับการไหล ของไหลที่กระจาย (อากาศ) จะใช้แบบจำลองเทอร์โมวอลูมแบบ Zero equation ซึ่งค่า $\mu_{t\alpha}$ จะมีค่าเท่ากับ

$$\mu_{t\alpha} = \rho_\alpha f_\mu U_{t\alpha} l_{t\alpha} \quad (8)$$

เมื่อ f_μ เป็น proportionality constant, $U_{t\alpha}$ เป็น velocity scale ซึ่งคำนวณจากความเร็วสูงสุดในสถานะ α และ $l_{t\alpha}$ คือ length scale ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$l_{t\alpha} = \frac{V^{1/3}}{7} \quad (9)$$

เมื่อ V คือปริมาตรของ fluid domain [4,5]

ในส่วนของการคำนวณเชิงตัวเลขได้ใช้ระเบียบวิธีปริมาตรจำกัด (Finite volume) ด้วยโปรแกรมซอฟต์แวร์ CFX เพื่อช่วยในการคำนวณ

ค่า mixing parameter ได้ถูกใช้สำหรับพิจารณาสภาพและประสิทธิภาพ [2] ของการผสมซึ่งคำนวณจากค่าทางสถิติคือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสัดส่วนโดยปริมาตร

$$S_0 = \sqrt{\sum_{i=1}^n (r_i - r_{av})^2 / (n-1)} \quad (10)$$

เมื่อ S_0 = mixing parameter

r_i = ค่าสัดส่วนโดยมวล (volume fraction)

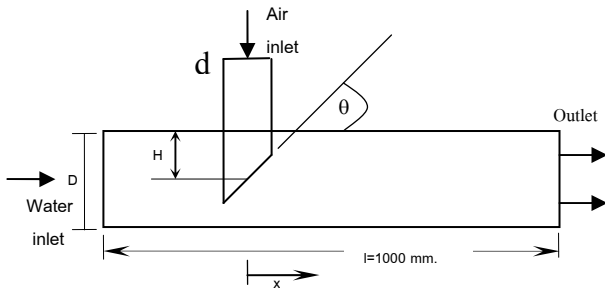
r_{av} = ค่าเฉลี่ยของค่าสัดส่วนโดยมวล (average volumes fraction)

n = จำนวนของข้อมูล

โดยค่า mixing parameter นี้จะเป็นค่าที่จะบอกความสามารถในการผสมว่า การกระจายของค่า volume fraction อย่างไร โดยที่ถ้าค่า mixing parameter มีค่ามากแสดงว่า มีการกระจายของข้อมูลมาก ซึ่งแสดงให้เห็นว่ามีการผสมที่มากขึ้นด้วย

3 ลักษณะของปัญหา

การผสมกันระหว่างอากาศกับน้ำในเครื่องผสมรูปตัวทีนั้น เกิดจากน้ำที่ไหลออกจากเครื่องดูดน้ำ เข้ามาผสมกับอากาศที่ถูกเป่ามาจากเครื่องเป่าอากาศ ซึ่งลักษณะของปัญหาคือ น้ำจะไหลเข้าไปในเครื่องผสมรูปตัวทีที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง(D) ด้วยอัตราการไหลเชิงปริมาตร Q_w (m^3/s) ผสมกับอากาศที่ไหลเข้ามาผสมผ่านท่อกิ่ง (branch tube) ด้วยอัตราการไหลเชิงปริมาตร Q_a (m^3/s) ที่ ระยะ H เท่ากับ 0.25, 0.5 และ 0.75 เท่า ของขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง(D)ของท่อหลัก และมุม $\theta = 30$ องศา ดังรูปที่ 2 โดยที่ในการทำงานนี้ เครื่องผสมรูปตัวทีนี้จะจมอยู่ใต้อัตระดับผิวน้ำเท่ากับ 0.5 เมตร



รูปที่ 2 แสดงลักษณะของเครื่องผสมรูปตัวทีที่ในการคำนวณ

4. รูปแบบจำลอง

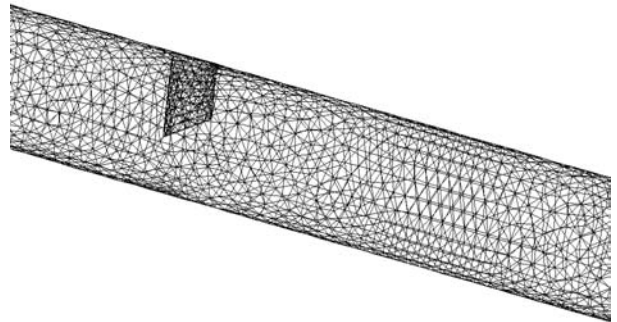
ในการจำลองการผสมระหว่างน้ำกับอากาศในเครื่องผสมรูปตัวทีนี้ ใช้การจำลองการไหลภายใต้เงื่อนไขดังนี้ เป็นการไหลที่คงตัวและต่อเนื่อง เป็นของไหลที่อัดตัวไม่ได้ ไม่มีการเปลี่ยนแปลงความร้อน เป็นการไหลแบบฟองที่มีขนาดฟองคงที่ ไม่พิจารณาผลของการถ่ายเทมวล และรายละเอียดอื่น ๆ ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แผนในการวิเคราะห์

Name of test	T-mixer
Dimension	3-Dimensions
T-mixer Dimension	54 mm. in Main diameter(D)
	19 mm in branch diameter (d)

	and 1000 mm. long
Turbulent model	k-e for water (dispersed phase) zero equation for air (continuous phase)
Bubble size	2 mm.
θ	30 degree
Element type	Tetrahedrons element
Mesh size	maximum 10 mm
Time scale	3E-2 s
Number of element	54055 elements
computer used	Pentium IV 1.5GHz

ซึ่งในการทำแบบจำลองนี้ได้ศึกษาผลของพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่มีผลต่อการผสมของอากาศกับน้ำในเครื่องกลเติมอากาศแบบอัดอากาศและดูดน้ำนั้น ได้ทำการจำลองที่ค่า D เท่ากับ 54 มิลลิเมตร และมีความยาว (l) 1000 มิลลิเมตร, d เท่ากับ 19 มิลลิเมตร Q_a/Q_w ที่ 0.2-0.5, ค่า ความลึก H ที่ 0.25, 0.50 และ 0.75 เท่าของท่อหลัก ซึ่ง H จะเท่ากับ 13.5, 27 และ 40.5 มิลลิเมตร ตามลำดับ



รูปที่ 3 แสดงตัวอย่าง ลักษณะการแบ่ง Element ในแบบจำลอง

4.1สถานะของและค่าเริ่มต้น

ในการวิเคราะห์จะกำหนดให้ผนังของท่อที่เป็นเครื่องผสมรูปตัวทีนั้นเป็นผนังโดยรอบไม่มีการถ่ายเทความร้อน มีการกำหนดค่าขอบและค่าเริ่มต้นดังนี้คือ ที่

4.1.1ทางเข้าของน้ำ(water inlet)

- ความเร็ว u ของน้ำคำนวณจากอัตราการไหลของน้ำที่ไหลเข้าเครื่องผสมรูปตัวที

- ความเร็ว v, w ของน้ำเท่ากับ 0 m/s

- Volume fraction ของน้ำเท่ากับ 1

- ความเร็ว u, v และ w ของอากาศ = 0 m/s และ Volume fraction ของอากาศเท่ากับ 0

4.1.2 ทางเข้าของอากาศ(Air inlet)

-- ความเร็ว v ของอากาศคำนวณจากอัตราการไหลของน้ำที่ไหลเข้าเครื่องผสมรูปตัวที คูณกับ Q_a/Q_w

- ความเร็ว u, w ของอากาศเท่ากับ 0 m/s

- Volume fraction ของอากาศเท่ากับ 1

- ความเร็ว u, v และ w ของน้ำ = 0 m/s และ Volume fraction ของน้ำเท่ากับ 0

4.1.3 ทางออก (outlet)

- ความดันเท่ากับ 4895.2 Pa

4.1.4 ผัง

- ส่วนที่เหลือให้เป็น no slip wall

4.1.5 ค่า Qa/Qw

ค่า Qa/Qw เป็นอัตราส่วนระหว่างอัตราการไหลโดยปริมาตรของอากาศต่ออัตราการไหลโดยปริมาตรของน้ำ ซึ่งในการพิจารณาจะอยู่ในช่วง 0.3-0.6

4.1.6 ค่าเริ่มต้น

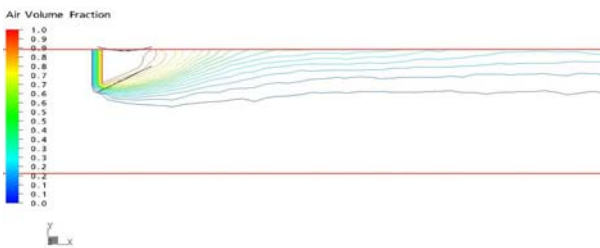
- ความเร็วของน้ำ u, v และ w มีค่าเป็น 0 m/s
- ความเร็วของอากาศ u, v และ w มีค่าเป็น 0 m/s
- Volume fraction ของน้ำมีค่าเป็น 1.
- Volume fraction ของอากาศมีค่าเป็น 0.

5. ผลลัพธ์

จากการทำแบบจำลองการผสมในเครื่องผสมรูปตัวทีนั้นผลลัพธ์จากการจำลองได้ในลักษณะดังรูปที่ 4-6



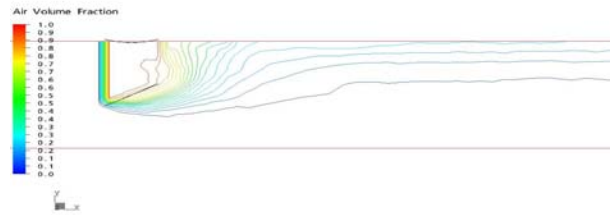
รูปที่ 4 แสดง การผสมที่ $H = 0.25D$, $\theta = 30$, และ $Qa/Qw = 0.4$



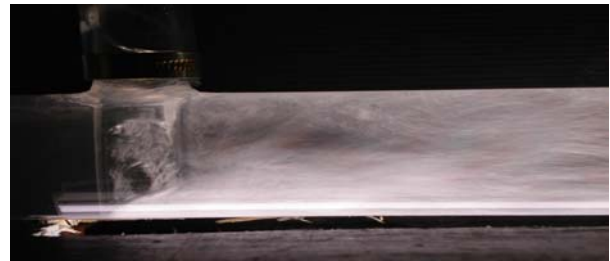
รูปที่ 5 แสดง Contour line ของ volume fraction ของ อากาศที่ $H = 0.25D$, $\theta = 30$, และ $Qa/Qw = 0.4$



รูปที่ 6 แสดง การผสมที่ $H = 0.50D$, $\theta = 30$, และ $Qa/Qw = 0.4$



รูปที่ 7 แสดง contour line ของ volume fraction ของ อากาศที่ $H = 0.50D$, $\theta = 30$, และ $Qa/Qw = 0.4$

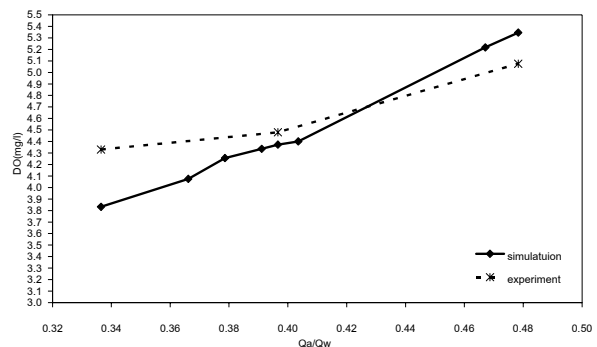


รูปที่ 8 แสดง การผสม ที่ $H = 0.75D$, $\theta = 30$, และ $Qa/Qw = 0.4$

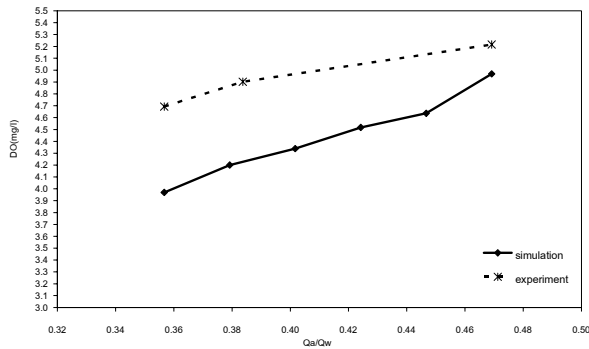


รูปที่ 9 แสดง contour line ของ volume fraction ของ อากาศที่ $H = 0.75D$, $\theta = 30$, และ $Qa/Qw = 0.4$

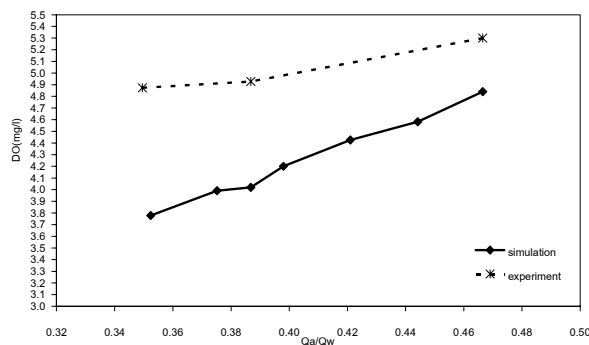
จากรูปที่ 4-9 จะแสดง Contour line ของ volume fraction ของ อากาศ ที่ ระนาบกึ่งกลางของการผสม จะเห็นได้ว่าการกระจายตัวของเส้น contour line จะกระจายมากขึ้นเมื่อ ระยะ H มีค่ามากขึ้น ซึ่งสามารถแสดงได้ดังรูปจากการทดลอง โดยที่บริเวณที่อากาศไหลเข้า จะมีการไหลที่ปั่นป่วนมาก ซึ่งถ้าพิจารณา Contour line ของ volume fraction ของอากาศ ที่บริเวณนั้น จะพบว่ามีการกระจายน้อย นั่นคือมีความหนาแน่นมาก ซึ่งหมายความว่าอากาศอยู่ในบริเวณนั้นมาก



รูปที่ 10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Qa/Qw กับค่า DO ที่ได้จากการคำนวณและการทดลอง ที่ $x/D = 14.8$, $\theta = 30$ และ $H = 0.25D$

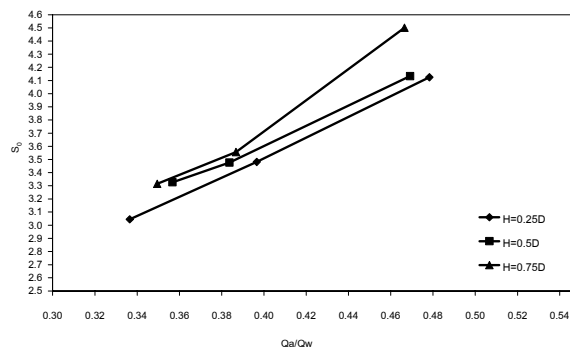


รูปที่ 11 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Qa/Qw กับค่า DO ที่ได้จากการคำนวณและการทดลอง ที่ $x/D = 14.8$, $\theta = 30$ และ $H=0.5D$



รูปที่ 12 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Qa/Qw กับค่า DO ที่ได้จากการคำนวณและการทดลอง ที่ $x/D = 14.8$, $\theta = 30$ และ $H=0.75D$

จากรูปที่ 10-12 แสดงการเปรียบเทียบค่า DO ที่ได้จากการคำนวณกับการทดลอง ที่ $x/D = 14.8$, $\theta = 30$ และ $H=0.75D$ ซึ่งพบเมื่อ Qa/Qw มีค่าเพิ่มขึ้น ค่า DO จะมีค่ามากขึ้นตามไปด้วย และค่าที่คำนวณได้นั้นจะมีค่าต่ำกว่าค่าที่ทดลองได้ เป็นผลมาจากแบบจำลองที่ใช้ไม่ได้พิจารณาผลของ mass transfer จำทำให้ค่าที่ได้มีค่าน้อยลง และ ถ้าพิจารณาค่า DO จะเห็นได้ว่าจะมีแนวโน้มมากขึ้นเมื่อค่า Qa/Qw มีค่าสูงขึ้น



รูปที่ 14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า S_0 กับ Qa/Qw ที่ $\theta = 30$ degree

จากรูปที่ 14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า S_0 กับ Qa/Qw ที่ $\theta = 30$ degree และ $x/D = 14.8$ ซึ่งจะเห็นได้ว่าค่า S_0 จะมีค่ามากขึ้นเมื่อค่า Qa/Qw มีค่ามากขึ้น ถ้าเมื่อ ค่า H มีค่ามากขึ้น จะพบว่า ค่า S_0 จะมีแนวโน้มมากขึ้นตามไปด้วย ซึ่งสอดคล้องกับรูปที่ 4-10 โดยที่

ค่า S_0 นี้จะบ่งบอกการกระจายตัวของ volume fraction ของอากาศ นั้นหมายความว่า ถ้าค่า S_0 มีค่ามาก จะมีการกระจายตัวของอากาศ มากตามไปด้วย ซึ่งสามารถบอกได้ว่า การผสมจะดีด้วย

6.สรุป

ในการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อทำนายผลการผสมกับระหว่างน้ำกับอากาศในเครื่องผสมรูปตัวทีนั้นพบว่า เมื่อค่า H, และ Qa/Qw มากขึ้น ค่า S_0 มีแนวโน้มมากขึ้นด้วย ซึ่งค่าที่ได้จากการคำนวณมีค่าน้อยกว่าค่าที่ได้จากการทดลอง ซึ่งเป็นผลมาจากในแบบจำลองไม่ได้พิจารณาผลของ Mass transfer จึงทำให้ได้ความถูกต้องในระดับหนึ่ง และความคลาดเคลื่อนจากการทดลอง ซึ่งอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ โดยค่าที่ได้จากการคำนวณและค่าที่ได้จากการทดลอง นั้นมีค่าแตกต่างกัน 1-20% ซึ่ง ซึ่งงานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยเบื้องต้น เพื่อเป็นข้อมูลพื้นฐานซึ่งสามารถจะนำไปใช้งานต่อไป

เอกสารอ้างอิง

- [1] มูลนิธิชัยพัฒนา"สิทธิบัตรเครื่องกลเติมอากาศแบบ RX 5C ในพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัวภูมิพลอดุลยเดช, ประจำปีเดือน สิงหาคม 2544.
- [2] Kok, J. B., and S. Ven der Wal. "Mixing in T- Junction", Apply Mathematical Modeling, 1996, Vol. 20, March, pp. 232-243
- [3] Forney, L. J. and Lee, H. C., "Efficient singles Jet Mixing in Turbulent Tube Flow", 1979, AIChE J., Vol. 25, pp. 623
- [4] CFX 5.4.1 Manual, AEA Technology Engineering Software.2001
- [5] CFX 5.5 Manual, AEA Technology Engineering Software.2002
- [6] ศุภชัย เต็มสินธุ์สุวรรณ, "การจำลองการผสมกันของของไหลที่เกิดขึ้นในเครื่องผสมรูปตัวทีที่มีพื้นที่หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยม", 2539, ภาควิชาวิศวกรรมเคมี, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- [7] Schwarz, M.P., "Simulation of gas injection into liquid melts" Apply Mathematical Modeling, 1996. Vol. 20, pp. 41-51.

สัญลักษณ์

C_μ, C_{s1}, C_{e2}	ค่าคงที่ของแบบจำลองเทอร์บีวเลนซ์
D	ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเครื่องผสมรูปตัวที
DO	ปริมาณออกซิเจนที่ละลายในน้ำ
d	ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อกิ่ง (branch diameter)
H	ระยะความยาวของท่อกิ่งในเครื่องผสมรูปตัวที
M_α	interphase force acting on phase α
p	ความดันที่ตำแหน่งต่าง ๆ
Qa, Qw	อัตราการไหลของน้ำ และอากาศ ตามลำดับ
r	volume fraction
S_0	mixing parameter
x	ระยะทางตามแนวการไหล

สัญลักษณ์กรีก

$\sigma_k, \sigma_\epsilon$	ค่าคงที่ของแบบจำลองเทอร์บีวเลนซ์
θ	มุมทางออกของท่อกิ่ง
$\mu_{\alpha eff}$	effective viscosity
subscript	
α	ปริมาณใน phase α

