

การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของชิ้นส่วนเครื่องจักรกลสำหรับหลายจุดทำงาน

Multi-Point Shape Optimization of Machine Elements

ดูลยโชติ ชลศึกษ์

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

99 หมู่ 18 ถนนพหลโยธิน ต. คลองหนึ่ง อ. คลองหลวง จ. ปทุมธานี 12121

โทร 0-25643001 ต่อ 3149 โทรสาร 0-255643010 E-mail: cdulyach@engr.tu.ac.th

Dulyachot Cholaseuk

Mechanical Engineering Department, Faculty of Engineering, Thammasat University

99 Moo 18 Paholyothin Rd., Klong Nueng, Klong Luang, Patumthani 12121

Tel: 0-25643001 Ext. 3149 Fax: 0-25643010 E-mail: cdulyach@engr.tu.ac.th

บทคัดย่อ

ชิ้นส่วนเครื่องจักรกลที่มีการเคลื่อนที่มักจะต้องรับแรงภายนอกที่มีการเปลี่ยนแปลงของ ขนาด ทิศทาง และ ในบางกรณีรวมถึงจุดที่แรงกระทำ เปลี่ยนแปลงไปอย่างต่อเนื่องไปตามตำแหน่งของชิ้นส่วนที่เปลี่ยนไป ผลของการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวทำให้เกิดปัญหาการออกแบบรูปร่างของชิ้นส่วนให้เหมาะสมมีลักษณะเป็นปัญหาการออกแบบสำหรับหลายจุดทำงาน บทความวิจัยนี้ นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาดังกล่าว โดยการนำหลักการของคานที่รับแรงกระจายสม่ำเสมอมาประยุกต์ใช้ เพื่อช่วยให้ผู้ออกแบบสามารถหารูปร่างที่เหมาะสมในเบื้องต้นอย่างรวดเร็ว และสามารถใช้รูปร่างที่ได้นี้เป็นต้นแบบ ในการออกแบบชิ้นส่วนโดยละเอียดต่อไป การใช้งานของวิธีการออกแบบนี้ได้ถูกนำเสนอในตัวอย่างของการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของกลไกสองประเภท

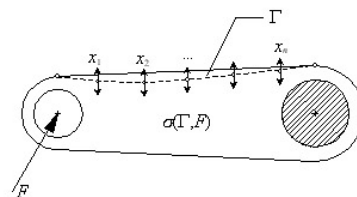
Abstract

A moving part in a machine is subjected to external forces ,which have continuous variations in both magnitudes, directions and ,in some cases, positions resulting from the motion of the part itself. As a result , the corresponding optimum shape design problem becomes the multi-point type. This research paper proposes a solution method for such problem. The principle of fully stressed beam is utilized to help designers find an optimum shape of the part efficiently. The optimum shape obtained by this method can be used as a preliminary solution that forms the basis for the more detail analysis. The method is demonstrated in two example shape design problems

1. บทนำ

การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสม (optimum shape design) ของชิ้นส่วนเครื่องจักรกลหัวข้อที่มีการวิจัยอย่างแพร่หลาย ซึ่งการตั้งโจทย์โดยทั่วไปจะออกมาในรูปของการหารูปร่างของชิ้นส่วน (Γ) ที่ทำให้น้ำหนัก (W) น้อยที่สุดดังรูปที่ 1 โดยมีเงื่อนไขคือความเค้น (σ) ภายในชิ้นส่วนเนื่องจากแรงภายนอก (F) ไม่เกินค่าความเค้นที่ผู้ออกแบบกำหนดให้วัสดุรับได้ (σ_{allow}) หรือสามารถเขียนได้เป็นสมการ(1)

$$\begin{aligned} &\text{minimize } W(\Gamma) \\ &\text{subjected to } \sigma(\Gamma, F) \leq \sigma_{allow} \end{aligned} \quad (1)$$



รูปที่ 1 ตัวอย่างปัญหาการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสม

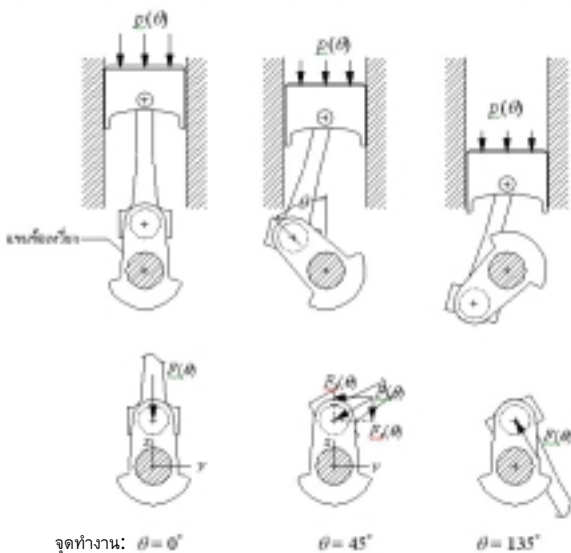
ปัญหาข้างต้นเป็นปัญหาแบบเป้าหมายเดียวที่มีเงื่อนไข โดยมีหลายตัวแปรเนื่องจาก รูปร่างของชิ้นส่วน (Γ) เป็นตัวแปรที่มีมิติไม่จำกัด แต่อาจแทนด้วยตัวแปรที่มีจำนวนจำกัดได้ เช่นแทนด้วยตำแหน่งของจุดหลายๆจุด, สมการโพลีโนเมียลที่มีค่าคงที่เป็นตัวแปรของแต่ละเทอม หรือ เส้นโค้งแบบ B-spline ที่ใช้ตำแหน่งของจุดควบคุมเป็นตัวแปร เป็นต้น ซึ่งจะได้ว่า $\Gamma = \Gamma(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ และการหารูปร่างที่เหมาะสม ก็คือการหาค่าของตัวแปร หรือ พิกัดของจุดควบคุม ซึ่งการหาค่าที่เหมาะสม ทำได้หลายวิธี เช่น ใช้วิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ร่วมกับการวิเคราะห์ค่า gradient ([1], [2]), วิธีการค้นหาแบบ

genetic algorithm (3) เป็นต้น งานวิจัยที่กล่าวมาจะใช้วิธีการทางไฟไนท์อีลิเมนต์ เป็นเครื่องมือในการทดลองเพื่อหาค่าความเค้นซึ่งจะต้องใช้เวลาในการคำนวณค่อนข้างมาก แม้ว่าจะเป็นการคำนวณสำหรับจุดทำงานเพียงจุดเดียวก็ตาม

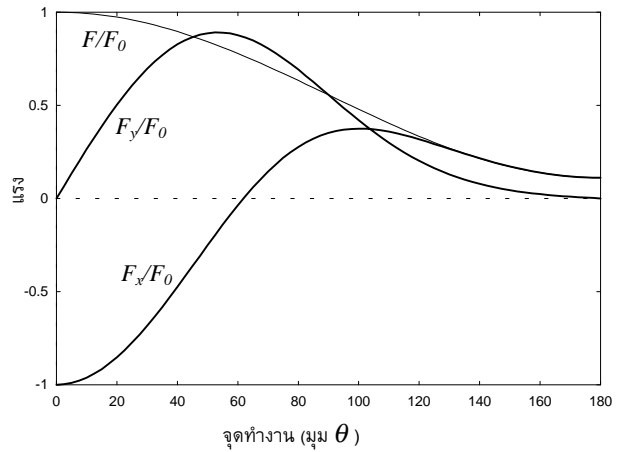
สำหรับปัญหาที่ศึกษาในงานวิจัยนี้มีความซับซ้อนเพิ่มขึ้น เนื่องจาก การที่ชิ้นส่วนต้องเคลื่อนที่เปลี่ยนตำแหน่ง (θ) ทำให้แรง F มีขนาดและทิศทางไม่คงที่โดยมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง ดังเช่น ที่พบในชิ้นส่วนประเภทแขนกล หรือ แขนหุ่นยนต์ เป็นต้น ซึ่งจากการเปลี่ยนแปลงของแรงทำให้ในบางกรณี ไม่สามารถระบุได้ว่าจุดวิกฤตเกิดขึ้นเมื่อชิ้นส่วนอยู่ในตำแหน่งใด รูปที่ 2 แสดงการเปลี่ยนแปลงของทิศทางของแรงที่กระทำต่อแขนข้อเหวี่ยงของเครื่องจักร โดยคิดแกนอ้างอิงอยู่ในแนวของแขนข้อเหวี่ยง ซึ่งหากระบบในรูปที่ 2 เป็นเครื่องจักรประเภทเครื่องอัดลม หรือ เครื่องยนต์ที่ขับเคลื่อนด้วยความดันลม ด้วยสมมุติฐานแบบอุดมคติที่ และไม่คิดผลของแรงเหวี่ยง จะสามารถแสดงการเปลี่ยนแปลงของขนาดของแรงในทิศทาง x และ y ที่อ้างอิงกับแนวแกนของแขนข้อเหวี่ยงได้ดังตัวอย่างในรูปที่ 3 ซึ่งจากการเปลี่ยนแปลงของแรงดังกล่าวทำให้การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของชิ้นส่วน ต้องทำการออกแบบสำหรับหลายจุดทำงาน (multi-point) โดยสามารถเขียนโจทย์ของการออกแบบเป็น

$$\begin{aligned} &\text{Find } \Gamma_{opt} \\ &\text{that minimizes } W(\Gamma) \\ &\text{subjected to } \sigma(\Gamma, F(\theta)) \leq \sigma_{allow} \end{aligned} \quad (2)$$

ในหัวข้อต่อไปจะแสดงวิธีการแก้ปัญหาข้างต้น สำหรับชิ้นส่วนประเภทแขนหุ่นยนต์ที่สามารถใช้วิธีทางทฤษฎีหาค่าความเค้นได้



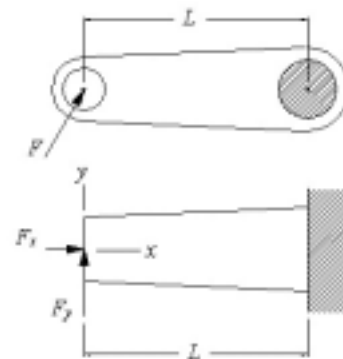
รูปที่ 2 การเคลื่อนที่ของกลไกข้อเหวี่ยง และการเปลี่ยนแปลงทิศทางของแรงที่กระทำต่อแขนข้อเหวี่ยง



รูปที่ 3 แสดงขนาดของแรงในแนว x และ y ที่เปลี่ยนไปตามมุมของแขนข้อเหวี่ยง

2. หลักการของคานที่รับแรงกระจายสม่ำเสมอ

ชิ้นส่วนประเภทแขนหุ่นยนต์สามารถแทนได้ด้วยแบบจำลองของคาน ยกตัวอย่างเช่น คานแบบแคนทิลีเวอร์ซึ่งรับแรงในแนวขวางและแรงในแนวแกนตามรูปที่ 4



รูปที่ 4 กลไกประเภทแขนหุ่นยนต์ที่จำลองด้วยคานแบบแคนทิลีเวอร์

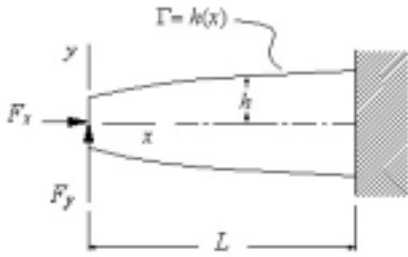
ความเค้นที่จุดต่างๆในคานประเภทนี้สามารถเขียนได้ด้วยสมการต่อไปนี้

$$\sigma(x, y) = -\frac{My}{I} - \frac{F_x}{A} \quad (3)$$

เมื่อ M คือโมเมนต์ดัดเนื่องจากแรงในทิศทาง y โดยที่ความเค้นสูงสุดจะเกิดที่ตำแหน่งที่ระยะ y สูงสุดซึ่งก็คือขอบเขตด้านใดด้านหนึ่ง (หากแรงมีทิศทางดังในรูป ความเค้นสูงสุดจะเกิดที่ขอบเขตด้านบน)

การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมสามารถทำได้โดยกำหนดให้ความเค้นที่ขอบนอกมีค่าเท่ากับความเค้นที่ยอมให้ชิ้นส่วนรับได้ (σ_{allow})

หรือ เรียกว่าเป็นคานที่รับแรงกระจายสม่ำเสมอ (fully stressed beam) ดังตัวอย่างกรณีคานแบบแคนทีลิวเวอร์ต่อไปนี้



รูปที่ 5 คานแบบแคนทีลิวเวอร์

หากคานมีความหนาคงที่ (วัดตามแนว z) เท่ากับ b และความสูงเป็น $2h$ ซึ่งเปลี่ยนแปลงตามระยะ x และคานมีลักษณะสมมาตรกับแกน x รูปร่างหน้าตัดของคานที่ระยะ x ใดๆจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ $2bh$ และโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่รอบแกน z เท่ากับ $2bh^3/3$ และมีระยะ y ที่ขอบนอกเท่ากับ h แทนค่าเหล่านี้ลงในสมการ (3) เพื่อหาค่า ความเค้นที่เกิดที่ขอบเขตจะได้คือ

$$\sigma(x) = -\frac{3M}{2bh^2} - \frac{F_x}{2bh} \quad (4ก)$$

จากนั้นใช้หลักของคานที่มีแรงกระจายสม่ำเสมอโดยกำหนดให้ $|\sigma(x)| = \sigma_{allow}$ จะได้

$$\sigma_{allow} = \frac{3M}{2bh^2} + \frac{F_x}{2bh} \quad (4ข)$$

จัดรูปสมการใหม่เพื่อแก้สมการหาค่า h

$$h^2 - \frac{F_x}{2b\sigma_{allow}} h - \frac{3M}{2b\sigma_{allow}} = 0 \quad (4ค)$$

หากการออกแบบคานเป็นการออกแบบสำหรับแรงที่คงที่ก็จะได้ว่ารูปร่างที่เหมาะสมของคาน (Γ_{opt}) ก็คือรูปร่างของคานที่รับแรงกระจายสม่ำเสมอ ($\Gamma_{f.s.}$) ดังสมการ (5ก)

$$\begin{aligned} \Gamma_{opt} &= \Gamma_{f.s.} = h(x) \\ &= \frac{F_x}{4b\sigma_{allow}} + \sqrt{\frac{F_x^2}{4b\sigma_{allow}^2} + \frac{3M}{2b\sigma_{allow}}} \end{aligned} \quad (5ก)$$

สำหรับคานแบบแคนทีลิวเวอร์ค่าโมเมนต์ตัดคือ $M = F_y x$

ทั้งนี้หากมีความจำเป็นต้องปรับเปลี่ยนค่าความหนา b หรือทำการกำหนดรูปร่างหน้าตัดของคานเป็นลักษณะอื่น (เช่น รูปวงกลม, รูป

ไอ เป็นต้น) ก็สามารถใช้หลักการที่กล่าวมาได้โดยเลือกใช้ตัวแปรที่เหมาะสมแทนการใช้ค่า h

3. วิธีการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมสำหรับหลายจุดทำงาน

จากหลักการของคานที่มีแรงกระจายสม่ำเสมอหากแรงในแนวต่างๆเปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่งของชิ้นส่วนหรือตามมุม θ ดังตัวอย่างในรูปที่ 2 จะพบว่า ณ จุดทำงานที่มุม θ ต่างๆสมการ (5ก) จะให้คำตอบเป็นรูปร่างหนึ่งๆ คือ

$$\begin{aligned} \Gamma_{f.s.}(\theta) &= h(x, \theta) \\ &= \frac{F_x(\theta)}{4b\sigma_{allow}} + \sqrt{\frac{F_x(\theta)^2}{4b\sigma_{allow}^2} + \frac{3M(\theta)}{2b\sigma_{allow}}} \end{aligned} \quad (5ข)$$

เมื่อพิจารณาที่หลายจุดทำงาน จะหารูปร่างที่เหมาะสมได้โดยหาค่า h สูงสุดจากสมการ (5ข) สำหรับระยะ x แต่ละค่าซึ่งสามารถเขียนได้ว่า

$$\Gamma_{opt} = h(x, \theta_{\sigma}(x)); \quad x = [0, L] \quad (6)$$

โดยที่ $\theta_{\sigma}(x)$ คือมุมของชิ้นงานที่ทำให้เกิดความเค้นสูงสุดที่ตำแหน่ง x ซึ่งหาได้โดยการแก้สมการ

$$\frac{dh(x, \theta)}{d\theta} = 0 \quad (7)$$

ที่ค่า x ที่ต้องการ

เนื่องจากความเค้นที่เกิดขึ้นในคาน ณ ระยะ x ใดๆขึ้นอยู่กับลักษณะของหน้าตัดของคานที่จุดนั้นๆเท่านั้น การแก้สมการ (6) และ (7) จึงสามารถทำได้โดยการหาว่าที่ระยะ x ค่าหนึ่งๆ คานจะมีความสูงอย่างน้อยที่สุดเท่าใด ซึ่งเปรียบเสมือนการยูเนียนรูปร่างที่เหมาะสมที่หาได้เมื่อคานวางตัวอยู่ในมุมต่างๆ ดังสมการ (8)

$$\Gamma_{opt} = \Gamma(\theta_0) \cup \Gamma(\theta_1) \cup \Gamma(\theta_2) \dots \cup \Gamma(\theta_n) \quad (8)$$

เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มที่มีค่ามากพอที่จะให้ผลลัพธ์เป็นรูปร่างที่ต่อเนื่อง และ $\theta_i = \theta_{min} + (\theta_{max} - \theta_{min})(i/n)$

4. กรณีตัวอย่าง

วิธีการออกแบบในหัวข้อที่ 3 ถูกนำมาใช้ในการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของกลไก สองประเภท ดังต่อไปนี้

4.1 แขนข้อเหวี่ยงในเครื่องยนต์ที่ขับเคลื่อนด้วยอากาศอัด

แขนข้อเหวี่ยงในเครื่องยนต์ที่ขับเคลื่อนด้วยอากาศอัด มีลักษณะการทำงานเป็นตามรูปที่ 2 และการรับแรง เป็นไปตามรูปที่ 3 แรงกระทำในระบอบสูบ ณ มุม ใดๆประมาณจากการขยายตัวของก๊าซที่อุณหภูมิคงที่จากความดันเริ่มต้น P_0

$$F(\theta) = F_0 \left[1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{CR} \right) (1 - \cos \theta) \right] ; F_0 = P_0 A_c \quad (9)$$

เมื่อ CR คืออัตราส่วนกำลังอัด และ A_c คือพื้นที่หน้าตัดของกระบอกสูบ โดยเมื่อมองตามแกนอ้างอิง บนแขนข้อเหวี่ยงที่ต้องการออกแบบ จะได้แรง F_x และ F_y ที่กระทำต่อแขนข้อเหวี่ยงแปรผันตามมุม θ ดังแสดงในรูปที่ 3 โดยมีตัวสมการดังนี้

$$F_x(\theta) = \sin \theta + \frac{\sin 2\theta}{2\sqrt{k - \sin^2 \theta}} F(\theta) \quad (10ก)$$

$$F_y(\theta) = -\cos \theta + \frac{\sin^2 \theta}{\sqrt{k - \sin^2 \theta}} F(\theta) \quad (10ข)$$

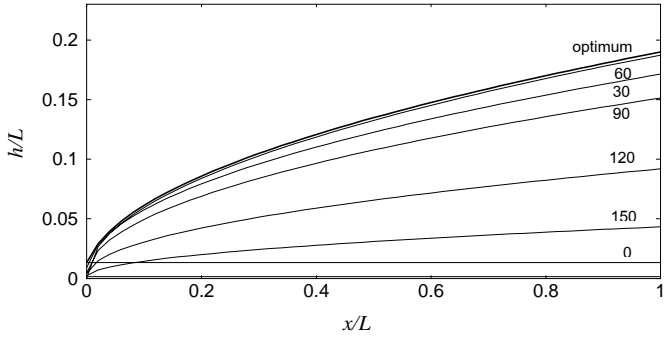
เมื่อ $k = R/L$ ในกรณีของเครื่องยนต์ที่ขับเคลื่อนด้วยลม แรงดันในกระบอกสูบจะเกิดในช่วงมุม $0 < \theta < 180$ องศา โดยในช่วงมุมอื่นจะมีแรงกระทำน้อยมาก และถือว่าเป็นศูนย์ในทางทฤษฎี ดังนั้นการออกแบบรูปร่างจึงทำในช่วงมุมดังกล่าว สำหรับตัวอย่างการออกแบบนี้ กระทำที่ค่า $k = 3.5$, $CR = 9$, $\sigma_{allow} = 100 \text{ MPa}$, $L = 50 \text{ mm}$, $b = 12 \text{ mm}$ และ $F_0 = 2000 \text{ N}$

การแก้ปัญหาทำโดยใช้สมการ (5ข) หารูปร่างที่เหมาะสมสำหรับจุดทำงานที่มุม θ ต่างๆ จากนั้นรูปร่างที่เหมาะสมสำหรับช่วงการทำงานทั้งหมด ได้จากการนำรูปร่างที่เหมาะสมสำหรับจุดทำงานที่มุมต่างๆ จำนวน 72 จุดทำงานมาเย็บกัน โดยใช้ 50 จุดแทนรูปร่างแต่ละรูป ผลการยูเนียนแสดงในรูปที่ 6

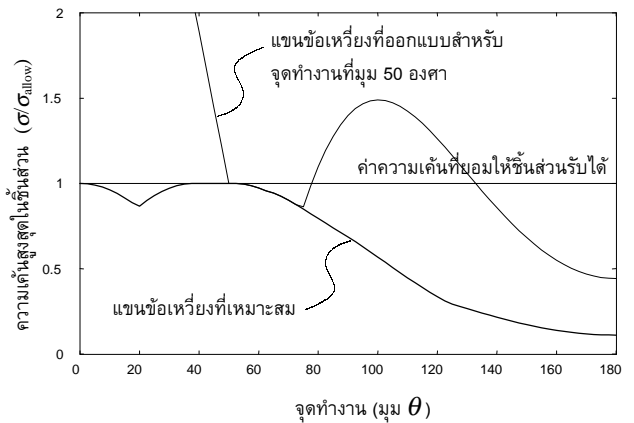
เมื่อนำแขนข้อเหวี่ยงที่มีรูปร่างที่เหมาะสมที่ได้มาตรวจสอบหาค่าความเค้นในการใช้งาน พบว่าจะรับค่าความเค้นสูงสุดเมื่อแขนข้อเหวี่ยงทำมุมประมาณ 50 องศา ดังแสดงในรูปที่ 7 และเมื่อเปรียบเทียบความเค้นที่เกิดกับแขนเหวี่ยงนี้ กับความเค้นที่เกิดในแขนเหวี่ยงที่ออกแบบสำหรับจุดทำงานที่มุม 50 องศา จะพบว่า แขนเหวี่ยงที่ออกแบบสำหรับมุม 50 องศาจะรับความเค้นเกินค่าที่กำหนดเมื่อชิ้นส่วนอยู่ในจุดทำงานบางช่วง เช่นเมื่อทำมุมน้อยกว่า 50 องศา

ในด้านน้ำหนัก รูปที่ 8 แสดงการเปรียบเทียบน้ำหนักของรูปร่างที่ได้จากมุมต่างๆ ซึ่งพบว่า รูปร่างที่เหมาะสม มีน้ำหนักจำเพาะ $W/W_{[\theta=0]} = 9.55$ ใกล้เคียงกับรูปร่างที่ออกแบบสำหรับจุดทำงานมุม

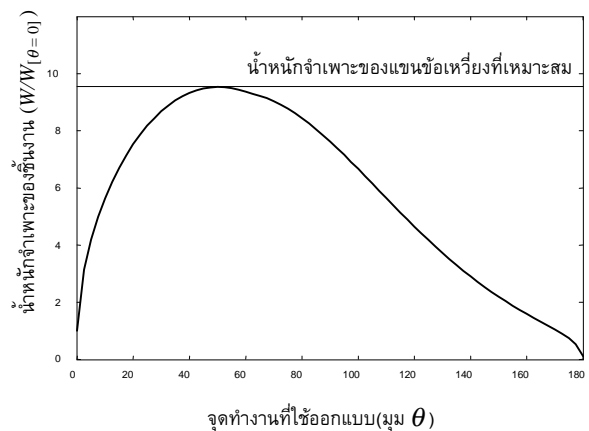
50 องศาซึ่งมีน้ำหนักจำเพาะ 9.54 โดยรูปร่างทั้งสองมีความแตกต่างกันเพียงเล็กน้อยที่บริเวณปลายเท่านั้น ดังแสดงในรูปที่ 9



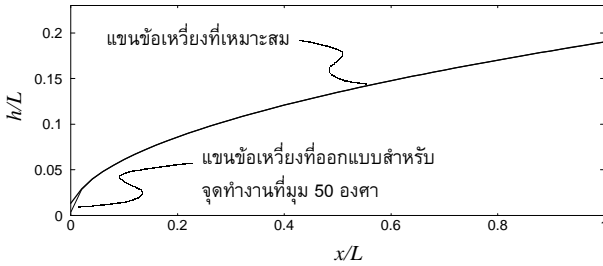
รูปที่ 6 ผลการยูเนียนรูปร่างที่เหมาะสม (รูปร่างมีความสมมาตรกับแกน x, รูปที่ 6 แสดงครึ่งบนของข้อเหวี่ยงเท่านั้น)



รูปที่ 7 ความเค้นภายในแขนเหวี่ยงที่เหมาะสมในรูปที่ 6 ที่มุมต่างๆ เปรียบเทียบกับความเค้นในข้อเหวี่ยงที่ออกแบบโดยใช้แรงที่เกิดขึ้นที่มุม 50 องศา



รูปที่ 8 น้ำหนักจำเพาะของข้อเหวี่ยงที่ออกแบบที่จุดทำงานต่างๆ



รูปที่ 9 รูปร่างของข้อเหวี่ยงที่เหมาะสม เปรียบเทียบกับรูปร่างของข้อเหวี่ยงที่ออกแบบที่จุดทำงานมุม 50 องศา (รูปร่างมีความสมมาตรกับแกน x , รูปที่ 9 แสดงครึ่งบนของข้อเหวี่ยงเท่านั้น)

4.2 กลไกแบบย้อนกลับเร็ว (Quick return mechanism)

รูปที่ 10 แสดงกลไกแบบย้อนกลับเร็ว ซึ่งแขน A-B (ตัวขับ) จะเคลื่อนที่ในช่วงมุม ϕ ระหว่าง 0 ถึง 360 องศา ส่วนแขน C-D (ตัวตาม) จะเคลื่อนที่กลับไปกลับมาในช่วงมุม θ ค่าหนึ่งซึ่งขึ้นกับระยะ A-B และ A-C ดังรูป ในกรณีนี้แรงที่กระทำต่อแขน C-D เกิดจากแรงกระจายสม่ำเสมอ w ที่เมื่ออ้างอิงกับแกน $x-y$ ที่ติดอยู่บนแขน แรงนี้จะมีทิศทางในแนว y โดยมีการเปลี่ยนแปลงขนาด ตามมุม θ แต่ไม่มีแรงในแนวแกน เมื่อมีการเคลื่อนที่ จุดสัมผัสระหว่างแขน A-B และ C-D จะเปลี่ยนตำแหน่งไป ซึ่งทำให้มีการเปลี่ยนตำแหน่งของแรงปฏิกิริยาที่กระทำบนแขน C-D ด้วย สมการที่ใช้หาค่าโมเมนต์ติดบนแขน C-D เนื่องจากแรงดังกล่าวเป็นดังนี้

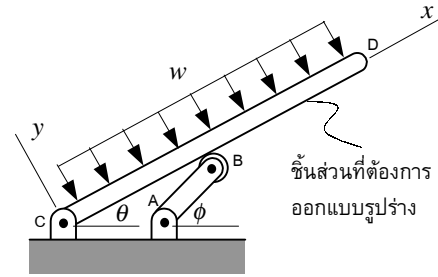
$$M(\theta, x) = \begin{cases} wLx(1 - \frac{L}{2R}) - \frac{wx^2}{2}; & 0 \leq x \leq R \\ wLx - \frac{wx^2}{2} - \frac{wL^2}{2}; & R < x \leq L \end{cases} \quad (11)$$

โดยที่

$$R = a \cos \theta + b \cos(\phi - \theta) \\ w = w_0 \sin \theta$$

เมื่อ R คือความยาวของช่วง B-C, a คือความยาวของช่วง A-C, b คือความยาวของแขน A-B, L คือความยาวของแขน C-D และ

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\sin \phi}{\frac{a}{b} + \cos \phi}$$

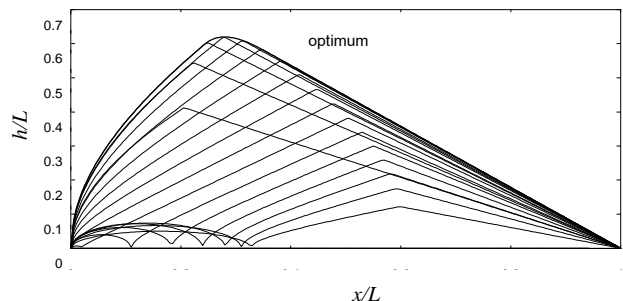


รูปที่ 10 กลไกแบบย้อนกลับเร็ว

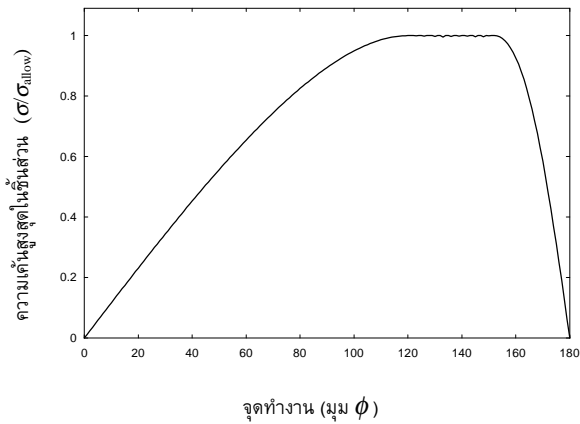
ในการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสม ยังคงใช้วิธีการเดิมคือนำรูปร่างที่ได้จากสมการ (5ข) ที่จุดทำงานที่มุมต่างๆ มายูเนียนกัน สำหรับตัวอย่างนี้มีเงื่อนไขคือ $\sigma_{allow} = 100 \text{ MPa}$, $L = 2000 \text{ mm}$, $b = 30 \text{ mm}$, $A-B = 400 \text{ mm}$, $A-C = 800 \text{ mm}$ และ $w_0 = 1600 \text{ N/m}$ และเนื่องจาก การออกแบบทำในช่วงจุดทำงานที่มุม $\phi = 0$ ถึง 180 องศาเท่านั้น โดยในตัวอย่างนี้จะทำการปรับรูปร่างที่ผิวด้านบนเพียงด้านเดียวเท่านั้น

ผลการออกแบบแสดงในรูปที่ 11 ซึ่งได้จากการนำรูปร่างที่เหมาะสมสำหรับจุดทำงานที่มุมต่างๆ จำนวน 180 จุดทำงานมายูเนียนกัน โดยใช้ 200 จุดแทนรูปร่างแต่ละรูป รูปที่ 12 แสดงความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้นบนแขน C-D ที่มีรูปร่างที่เหมาะสม เมื่อทำงานที่มุม $\phi = 0$ ถึง 180 จะเห็นได้ว่าความเค้นสูงสุดจะมีค่าไม่เกินค่า σ_{allow} ส่วนแขน C-D ที่ออกแบบ เฉพาะสำหรับจุดทำงานที่มุมต่างๆ เมื่อมานำมาคิดหาความเค้นที่เกิดขึ้นในช่วงการทำงานทั้งหมด พบว่ามีค่าเกินกว่าค่า σ_{allow} ไปมากจึงไม่แสดงในรูป 12

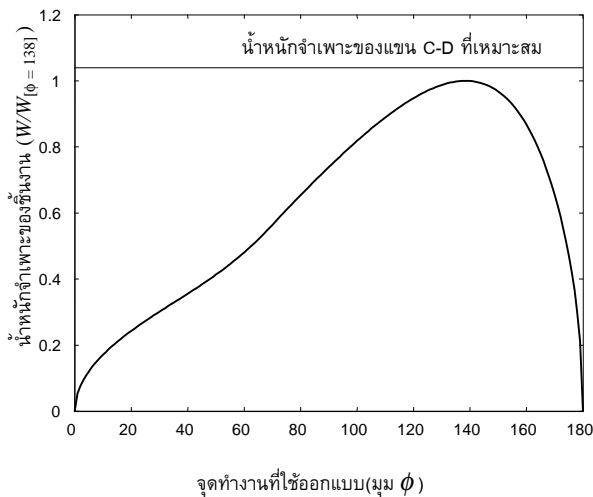
แขนที่หนักที่สุดเกิดจากการออกแบบที่มุม $\phi = 138$ องศา ซึ่งใช้เป็นค่าอ้างอิงในการหาค่าน้ำหนักจำเพาะ เพื่อทำการเปรียบเทียบน้ำหนักในรูปที่ 12 ซึ่งพบว่าแขน C-D ที่ออกแบบจากการยูเนียน มีน้ำหนักจำเพาะเท่ากับ 1.04 มากกว่าแขนที่ได้จากการออกแบบที่มุมอื่นๆ ทั้งหมด



รูปที่ 11 ผลการยูเนียนเพื่อหารูปร่างที่เหมาะสมของแขน C-D เปรียบเทียบกับรูปร่างที่ออกแบบที่มุม ϕ ต่างๆ ในช่วง 0 ถึง 180 องศา



รูปที่ 12 ความเค้นสูงสุดที่เกิดในแขน C-D ที่มีรูปร่างที่เหมาะสม



รูปที่ 13 น้ำหนักจำเพาะของแขน C-D ที่ออกแบบที่จุดทำงานต่างๆ

5. สรุป

งานวิจัยนี้ได้นำเสนอวิธีการหารูปร่างที่เหมาะสมสำหรับชิ้นส่วนเครื่องจักรกลประเภทแขนหมุน ที่ต้องรับแรงที่เปลี่ยนแปลงทั้งขนาดทิศทาง และตำแหน่งที่แรงกระทำ ซึ่งเป็นผลจากการเคลื่อนที่ของชิ้นส่วนเอง สมการที่นำมาใช้ นำมาจากทฤษฎีของคาน และ อาศัยหลักการของคานที่รับแรงกระจายสม่ำเสมอเพื่อหารูปร่างที่เหมาะสมสำหรับจุดทำงานต่างๆ จากนั้นจึงนำรูปร่างที่เหมาะสมที่ได้มาทำการยูเนียนกันดังตัวอย่างที่นำเสนอ

วิธีการยูเนียนนี้สามารถใช้กับชิ้นส่วนที่มีลักษณะเป็นคาน (รับโมเมนต์ดัด และ แรงตามแนวแกน) เนื่องจากความเค้นที่แต่ละจุดบนคานไม่ขึ้นกับรูปร่างของคานที่จุดอื่น หากชิ้นส่วนมีลักษณะการรับแรงในแบบอื่นที่ไม่ใช่แบบคานความเค้นที่จุดหนึ่งๆ อาจขึ้นกับรูปร่างที่ส่วนอื่นๆบนชิ้นส่วน วิธีการยูเนียนจะไม่สามารถให้คำตอบที่ถูกต้องได้ แต่ก็สามารถใช้เพื่อเป็นแนวทางเบื้องต้นได้

เพื่อให้ง่ายต่อการนำเสนอ ตัวอย่างที่เสนอในงานวิจัยนี้ไม่คิดผลของความเค้นเฉือนในแนวขวาง (transverse shear stress) ซึ่งหากต้องการรวมผลของความเค้นดังกล่าวเข้าด้วย ก็สามารถทำได้ โดยการเพิ่มเติมลงในสมการ (3ก) และเขียนค่าความเค้นในรูปของ von mises stress และด้วยเหตุผลเดียวกันนี้ในการนำเสนอใช้การออกแบบรูปร่างของคานในสองมิติเท่านั้น โดยการเปลี่ยนแปลงความสูงที่ระยะต่างๆตามแนวแกน ในทางปฏิบัติ สามารถหาคำตอบได้ในรูปของค่าโมดูลัสของหน้าตัด และพื้นที่หน้าตัดที่ระยะต่างๆ แล้วนำมาหารูปร่างของหน้าตัดที่เหมาะสมอีกทีหนึ่ง (เช่น ใช้หน้าตัดเป็นรูปตัวโอ) ซึ่งจะเป็นขั้นตอนของการออกแบบในรายละเอียดที่สามารถลดน้ำหนักของชิ้นส่วนลงได้อีก โดยจะเป็นหัวข้อการวิจัยในอนาคตต่อไป

เอกสารอ้างอิง

- [1] Botkin, M. E., 1982, "Shape optimization of plate and shell structures", AIAA Journal, Vol. 20, No. 2, pp. 268-273.
- [2] Richards, R. A., 1995, "Zeroth-order shape optimization utilizing a learning classifier system" Ph.D. Dissertation, Mechanical Engineering Department, Stanford University.
- [3] Zagajac, J., 1998, "Constrained shape optimization: Can geometric modeling and engineering analysis system cooperate?", presented at the SIAM Workshop on Mathematical Foundation for Feature in Computer-aided Design Engineering and Manufacturing, October 1998, Troy, Michigan.