

การศึกษาการไหลของความเค้นรอบรูเจาะบนแผ่นบางที่รับแรงดึงด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

The Study of Flow Stress Around Drilled Holes in a Thin Plate Under Tension Using Finite Element Method

ธีรพงศ์ พุทธาพิทักษ์ผล

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10900

โทร 0-2942-8555 Ext. 1838 โทรสาร 0-2579-4576 *อีเมลล์ fengtop@ku.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ทำการศึกษาการไหลของความเค้นรอบรูเจาะบนแผ่นบางที่รับแรงดึงด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ผู้วิจัยทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการไหลของความเค้นรอบรูเจาะที่เรียงต่อกันกับระยะห่างระหว่างรูเจาะ และความสัมพันธ์ระหว่างการไหลของความเค้นรอบรูเจาะกับระยะห่างจากขอบของแผ่นบางถึงรูเจาะ ผู้วิจัยพบว่าความเค้นหนาแน่น (stress concentration) รอบรูเจาะจะมีค่าต่ำลงเมื่อลดระยะห่างระหว่างรูเจาะลง รูเจาะที่เรียงต่อกันที่ระยะห่างระหว่างรูเจาะที่เหมาะสมสามารถช่วยลดความเค้นหนาแน่นรอบรูเจาะลงได้ รูเจาะที่อยู่ใกล้กับขอบของแผ่นบางจะมีค่าความเค้นหนาแน่นสูงกว่ารูเจาะที่อยู่ถัดมา แต่เมื่ออัตราส่วน d/w มากกว่า 0.83 ค่าความเค้นหนาแน่นจะมีค่าคงที่และไม่ขึ้นกับอัตราส่วน D/d และความเค้นหนาแน่นมีค่าสูงขึ้นเมื่อลดระยะห่างจากขอบของแผ่นบางถึงรูเจาะ โดยระยะห่างที่เหมาะสมคือ c/d มากกว่า 0.7

Abstract

This research was to study flow stress around drilled holes in a thin plate under tension using finite element method. We studied the relationship between flow stress around in-line holes and distances between holes and the relationship between flow stress around holes and distances from center of a hole to an edge of a plate. We found that the stress concentration around holes decreased as the distance between holes decreased. With the optimal distance between holes, the stress concentration could be reduced. Moreover, the hole located closest to the edge of the plate had higher stress concentration than the near by holes. Nonetheless, when the ratio of $d/w \geq 0.83$, the constant stress concentration was observed and it would not further be a function of D/d . The stress concentration decreased while the distance from center of a hole to an edge of a plate decreased. The optimal spacing was $c/d \geq 0.7$.

1. คำนำ

การออกแบบแผ่นบางที่มีรูเจาะเรียงต่อกันเพื่อช่วยให้สะดวกในการจับยึดกับโครงสร้างอื่น เช่น แผ่นตามกระดูก โครงสร้างที่ออกแบบให้ถอดประกอบได้ง่ายหรือปรับตำแหน่งติดตั้งได้สะดวก ฯลฯ มักประสบปัญหาในการออกแบบ เมื่อค่าของความเค้นหนาแน่นของแผ่นบางที่รับแรงดึง สามารถหาจากกราฟความสัมพันธ์ของความเค้นหนาแน่น K กับอัตราส่วนของเส้นผ่านศูนย์กลางของรูเจาะต่อความกว้างของแผ่นบาง d/w จาก [4] มีรูเจาะเพียงรูเดียว และ กราฟของ [5] ที่ทำการศึกษาความสัมพันธ์ของค่าความเค้นหนาแน่นที่เกิดขึ้นกับขนาดของความเค้นดึงที่กระทำ ที่ค่า $d/w = \infty$ จึงทำให้การออกแบบแผ่นบางที่รูเจาะเรียงต่อกันโดยอาศัยกราฟข้างต้น มีค่าความปลอดภัยที่สูงเกินจำเป็น จึงทำให้ต้นทุนการผลิตของชิ้นส่วนมีราคาสูงขึ้น

บทความนี้ผู้วิจัยสร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นหนาแน่นรอบรูเจาะที่เรียงต่อกันกับระยะห่างระหว่างรูเจาะ และกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นหนาแน่นกับระยะห่างจากขอบของแผ่นบางถึงรูเจาะ ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อแสดงอิทธิพลของรูเจาะที่เรียงต่อกัน และระยะห่างจากขอบของแผ่นบางถึงรูเจาะ ที่ส่งผลต่อการไหลของความเค้น

2. ทฤษฎี

พิจารณาความเค้นหนาแน่นที่เกิดขึ้นที่แผ่นบางขนาดอนันต์ ที่มีรูเจาะที่กึ่งกลางขณะรับแรงดึง [1-3] ดังแสดงในรูปที่ 1 จากสมการbiharmonic ในรูปของ plane stress

$$\nabla^4 \phi = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \nabla^2 \phi = 0 \quad (1)$$

โดยที่ ϕ คือฟังก์ชันความเค้น และกำหนดให้ผลเฉลยของสมการอยู่ในรูป

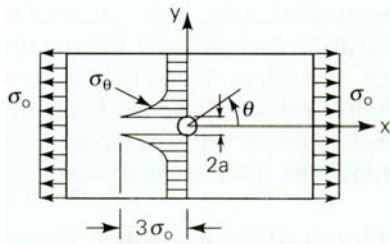
$$\phi = f_1(r) + f_2(r) \cos 2\theta \quad (2)$$

สมการความเค้นคือ

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2}$$

$$\sigma_\theta = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2}$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \quad (3)$$



รูปที่ 1 แบบจำลองการวิเคราะห์ความเค้นของแผ่นบาง

ที่มา: Ugural, C. A. and Fenster, K. S. (1995)

จากการแทนค่าขอบของปัญหา ที่ $r = a$

$$\sigma_r = \tau_{r\theta} = 0$$

ทำการจัดรูปสมการและแทนค่าขอบของปัญหา จะได้สมการความเค้นคือ

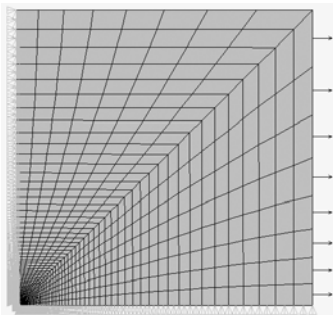
$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{2} \sigma_0 \left[\left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta \right] \\ \sigma_\theta &= \frac{1}{2} \sigma_0 \left[\left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] \\ \tau_{r\theta} &= -\frac{1}{2} \sigma_0 \left(1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta \end{aligned} \quad (4)$$

3. วิธีการ

แบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ ผู้วิจัยใช้เอลิเมนต์สองมิติรูปสี่เหลี่ยม 8 จุดต่อแบบ plane stress และทำการเกลี่ยเอลิเมนต์ให้มีขนาดเล็กรอบรูเจาะและขนาดใหญ่ขึ้นเมื่อไกลจากรูเจาะ เพื่อให้การวิเคราะห์มีความแม่นยำและลดเวลาในการวิเคราะห์หลัง คุณสมบัติทางกลของแผ่นบาง กำหนดให้เป็นแบบ Isotropic ค่าโมดูลัสยืดหยุ่น, $E = 200 \times 10^3$ MPa และ ค่าอัตราส่วนปัวซอง, $\nu = 0.3$

3.1 การทดสอบความแม่นยำของผลเฉลยจากการวิเคราะห์ทางไฟไนต์เอลิเมนต์

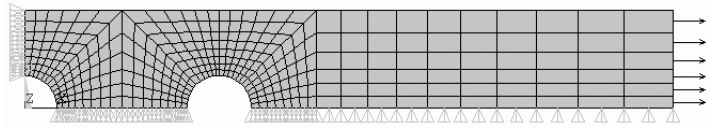
แบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์แสดงในรูปที่ 2 โดยทำการวิเคราะห์เพียงหนึ่งส่วนสี่ของแบบจำลอง เพื่อลดเวลาในการวิเคราะห์หลัง โดยกำหนดปัญหาขอบให้แรงดึงกระทำที่ขอบด้านขวา และกำหนดให้ ที่ขอบด้านซ้าย $u_x = 0$ และที่ขอบด้านล่าง $u_y = 0$



รูปที่ 2 แสดง mesh ของแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์

3.2 การหาความเค้นหนาแน่นที่เกิดขึ้นกับรูเจาะที่เรียงต่อกัน

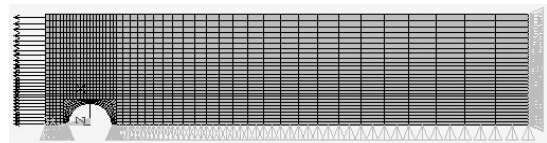
แบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์แสดงในรูปที่ 3 โดยทำการวิเคราะห์หนึ่งส่วนสี่ของแบบจำลอง เพื่อลดเวลาในการวิเคราะห์หลัง



รูปที่ 3 แสดง mesh ของแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ ของรูเจาะที่เรียงต่อกัน

3.3 การหาความเค้นหนาแน่นที่เกิดขึ้นรอบรูเจาะที่วางห่างจากขอบของแผ่นบาง

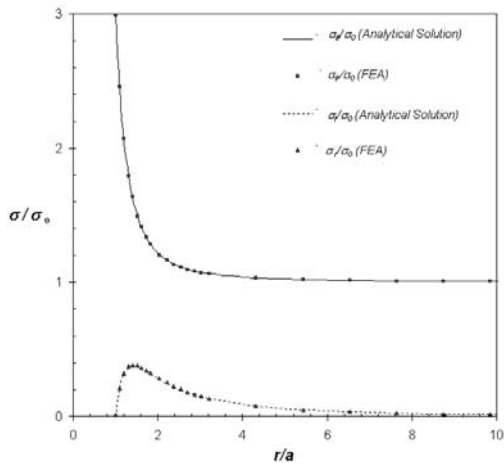
แบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์แสดงในรูปที่ 4 โดยทำการวิเคราะห์หนึ่งส่วนสี่ของแบบจำลอง เพื่อลดเวลาในการวิเคราะห์หลัง



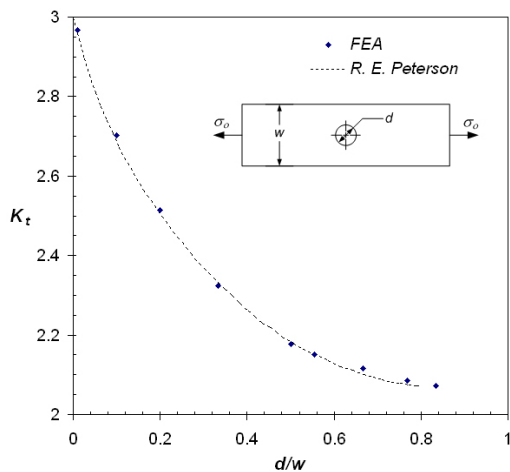
รูปที่ 4 แสดง mesh ของแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ของรูเจาะที่วางห่างจากขอบของแผ่นบาง

4. ผลการวิจัย

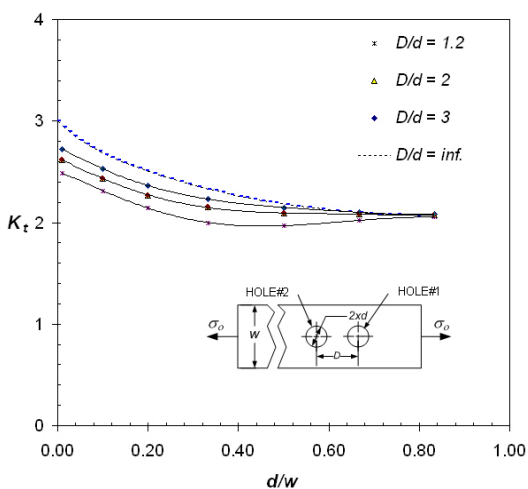
รูปที่ 5 แสดงกราฟเปรียบเทียบค่าความเค้นหนาแน่นที่ได้จากสมการที่ 4 กับผลการวิเคราะห์ทางไฟไนต์เอลิเมนต์ ที่ $\theta = \pi/2$ โดยผลการวิเคราะห์ทางไฟไนต์เอลิเมนต์ให้ค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดน้อยกว่า 1% รูปที่ 6 แสดงกราฟความเค้นหนาแน่น K_1 กับอัตราส่วน d/w เปรียบเทียบระหว่าง Peterson [4] กับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยผลการวิเคราะห์ทางไฟไนต์เอลิเมนต์ให้ค่าเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างน้อยกว่า 1% รูปที่ 7-8 แสดงกราฟความเค้นหนาแน่นกับอัตราส่วน d/w ของรูเจาะที่ 1 และ 2 ตามลำดับ พบว่าที่อัตราส่วน D/d และ d/w เดียวกัน บริเวณรอบรูเจาะที่ 2 จะมีความเค้นหนาแน่นน้อยกว่าบริเวณรอบ รูเจาะที่ 1 รูปที่ 9 แสดงกราฟความเค้นหนาแน่นกับอัตราส่วน c/d พบว่าที่ $c/d \geq 5$ ความเค้นหนาแน่นจะมีค่าคงที่ และแปรผันตามค่า d/w รูปที่ 10 แสดงการกระจายตัวของค่าอัตราส่วนความเค้น σ/σ_0 ที่เกิดขึ้นรอบรูเจาะที่ $d/w = 0.2$, $c/d = 0.65$ โดย (ก) แสดงอัตราส่วนความเค้น σ_x/σ_0 และ (ข) แสดงอัตราส่วนความเค้น σ_y/σ_0 จากรูปแสดงอิทธิพลของรูเจาะที่ส่งผลต่อค่า σ_y/σ_0 โดย σ_y/σ_0 มีค่าสูงสุดเท่ากับ 6.475 ที่บริเวณขอบของแผ่นบาง เหนือรูเจาะ และมีขนาดสูงกว่า ค่าสูงสุดของ σ_x/σ_0 ที่ 4.794



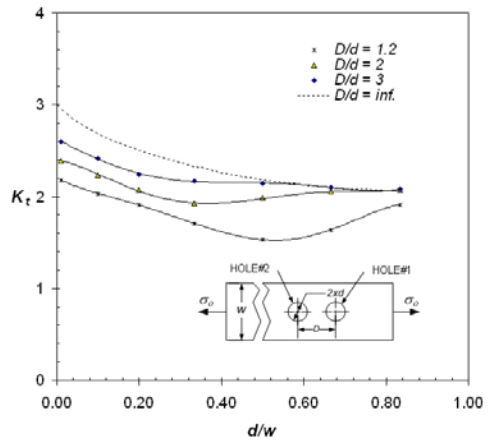
รูปที่ 5 กราฟแสดงความสัมพันธ์ของความเค้น σ_r และ σ_θ กับระยะทางจากจุดกึ่งกลางของแผ่นบาง ที่ $\theta = \pi/2$ เปรียบเทียบระหว่างทฤษฎีกับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์



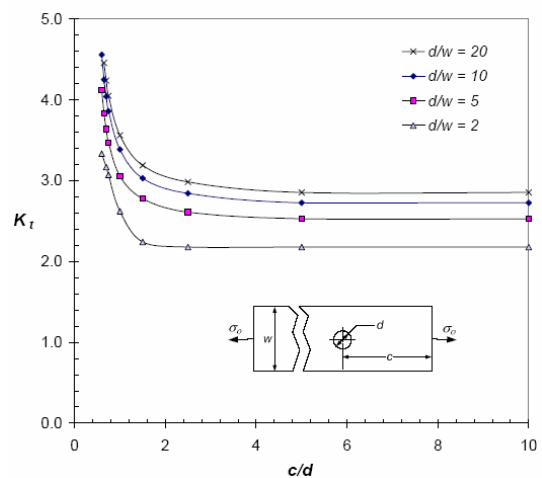
รูปที่ 6 กราฟแสดงความเค้นหนาแน่น K_t กับอัตราส่วน d/w เปรียบเทียบระหว่าง Peterson [4] กับวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์



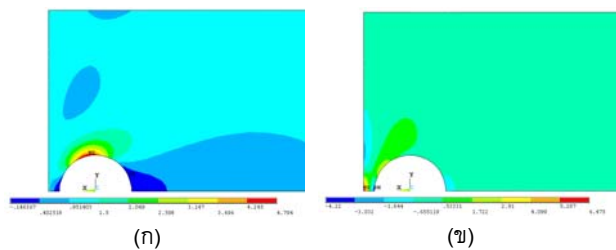
รูปที่ 7 กราฟแสดงความเค้นหนาแน่นกับอัตราส่วน d/w ของรูเจาะที่ 1



รูปที่ 8 กราฟแสดงความเค้นหนาแน่นกับอัตราส่วน d/w ของรูเจาะที่ 2



รูปที่ 9 กราฟแสดงความเค้นหนาแน่นกับอัตราส่วน c/d



รูปที่ 10 การกระจายตัวของค่าอัตราส่วนความเค้น σ/σ_0 ที่เกิดขึ้นรอบรูเจาะที่ $d/w = 0.2, c/d = 0.65$ โดย (ก) แสดงอัตราส่วนความเค้น σ_x/σ_0 และ (ข) แสดงอัตราส่วนความเค้น σ_y/σ_0

5. สรุป

ผู้วิจัยทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการไหลของความเค้นรอบรูเจาะที่เรียงต่อกันกับระยะห่างระหว่างรูเจาะ และความสัมพันธ์ระหว่างการไหลของความเค้นรอบรูเจาะกับระยะห่างจากขอบของแผ่นบางถึงรูเจาะ ผู้วิจัยพบว่าความเค้นหนาแน่นรอบรูเจาะจะมีค่าต่ำลงเมื่อลดระยะห่างระหว่างรูเจาะ รูเจาะที่เรียงต่อกันที่ระยะห่างระหว่างรูเจาะที่เหมาะสมสามารถช่วยลดความเค้นหนาแน่นรอบรูเจาะลงได้ รูเจาะที่อยู่ใกล้กับขอบของแผ่นบางจะมีค่าความเค้นหนาแน่นสูงกว่ารูเจาะที่อยู่ถัดมา แต่เมื่ออัตราส่วน d/w มากกว่า 0.83 ค่าความเค้นหนาแน่นจะมี

ค่าคงที่และไม่ขึ้นกับอัตราส่วน D/d ความเค้นหนาแน่นมีค่าสูงขึ้นเมื่อลดระยะจากขอบของแผ่นบางถึงรูเจาะ ที่อัตราส่วน c/d มากกว่า 5 ความเค้นหนาแน่นจะมีค่าคงที่และแปรผันตามอัตราส่วน d/w ระยะห่างที่เหมาะสมของรูเจาะคือ c/d มากกว่า 0.7 ทั้งนี้เพื่อป้องกันความเสียหายที่จะเกิดขึ้นที่บริเวณขอบของแผ่นบางเหนือรูเจาะ

เอกสารอ้างอิง

1. Ugural, C. A. and Fenster, K. S., 1995. Advanced Strength and Applied Elasticity. 3rd ed. Prentice Hall, New Jersey.
2. Timoshenko S. P. and Goodier J. N., Theory of Elasticity. 3rd ed. McGraw-Hill International, Singapore.
3. Stowell, E. Z., 1950. Stress and Strain Concentration at a Circular Holes In and Infinite Plate. Technical Note 2073, NACA.
4. Shigley, E. J. and Mischke, C. R. 1989. Mechanical Engineering Design. 5th ed. McGraw-Hill, New York.
5. Hardrath H. F. and Ohman L., 1951. A Study of Elastic and Plastic Stress Concentration Factors Due to Notches and Fillets in Flat Plates. Technical Note 2566, NACA.