

## การศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการหาค่าตอบที่เหมาะสม (Science Based Optimization) ในการให้ความร้อนของกระบวนการเทอร์โมฟอร์มมิ่ง

### The Investigation of Science Based Optimization for Material Heating During Thermoforming Processes

บรรยงก์ รุ่งเรืองด้วยบุญ

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต อ. คลองหลวง จ. ปทุมธานี 12121

โทร 02-564-30019 ต่อ 3159 โทรสาร 02-564-30019 ต่อ 3049 อีเมล rbunyong@engr.tu.ac.th

#### บทคัดย่อ

ในบทความนี้ได้ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการหาค่าตอบที่เหมาะสมของการให้ความร้อนในกระบวนการเทอร์โมฟอร์มมิ่งวิธี Net Radiation ถูกนำมาใช้เพื่อหาค่าการแผ่รังสีระหว่างแผงให้ความร้อนและแผ่นพลาสติก โดยแบบจำลองที่สามารถให้ค่าการตั้งอุณหภูมิของแผ่นให้ความร้อนแต่ละแผ่นที่เหมาะสม ด้วยการกำหนดการกระจายตัวของอุณหภูมิของแผ่นพลาสติกที่ต้องการ ซึ่งงานวิจัยนี้มุ่งเน้นในกรณีของการกระจายตัวของอุณหภูมิแบบไม่สม่ำเสมอ นอกจากนี้ยังศึกษาศึกษาผลกระทบของตัวแปรทางกระบวนการให้ความร้อนแก่แผ่นพลาสติก ต่อการกระจายตัวของอุณหภูมิที่ต้องการของแผ่นพลาสติกซึ่งมี 3 ตัวแปรคือ จำนวนแผ่นให้ความร้อน, ระยะห่างระหว่างแผงให้ความร้อนและแผ่นพลาสติกและเวลาที่ใช้ในการให้ความร้อน

#### Abstract

In this paper, the optimized radiative heating of opaque thermoplastic sheet during thermoforming processes has been studied by using a newly developed modeling and optimization approach. The net radiation method has been employed to develop a comprehensive numerical code. The resultant simulation model can accommodate full non-symmetric zone heating situations. A coupled optimization package was then developed to obtain optimized heater pattern solutions that will lead to desired material temperatures during thermoforming processes. This is done by specifying a desired thermoplastic sheet temperature distribution and iteratively solving for the heater setting needed to obtain the desired results. Also, the basic process variables were studied such as the number of heater elements, the space between heater and sheet and the heating time.

#### 1. ความสำคัญและที่มาของปัญหา

ที่ผ่านมาในกระบวนการผลิตด้วยวิธี Thermoforming จะใช้ความชำนาญของผู้ควบคุมเครื่องจักรในการปรับค่าต่างๆเพื่อให้ได้อุณหภูมิที่ผิวของแผ่นพลาสติกก่อนที่จะนำไปขึ้นรูป และจะต้องมีการลองผิดลองถูก (Trial and Error) ก่อนที่จะได้ค่าการตั้งเครื่องจักรต่างๆเพื่อนำไปผลิตชิ้นงาน ทำให้มีการสูญเสียทั้งวัสดุและเวลาในขั้นตอนของการลองผิดลองถูก นอกจากนี้ในปัจจุบันได้มีการใช้เทคนิคการให้ความร้อนแบบไม่สม่ำเสมอ (Zone Heating Technique) เพื่อทำให้อุณหภูมิที่ผิวของแผ่นพลาสติกไม่สม่ำเสมอ เพื่อควบคุมการกระจายตัวของความหนา (Thickness Distribution) ของชิ้นงานหลังการขึ้นรูป โดยมีหลักการคือพื้นที่ที่มีการยึดตัวของแผ่นพลาสติกสูง ควรให้อุณหภูมิของแผ่นพลาสติกต่ำ และพื้นที่ที่มีการยึดตัวของแผ่นพลาสติกต่ำควรให้อุณหภูมิของแผ่นพลาสติกสูง แทนที่การพยายามควบคุมอุณหภูมิให้สม่ำเสมอตลอดทั่วทั้งแผ่นพลาสติก และจากการวิจัยที่ผ่านมาทำให้ทราบว่า อุณหภูมิของแผ่นพลาสติกก่อนการขึ้นรูปมีผลโดยตรงกับความหนาของชิ้นงาน ดังนั้นใช้เทคนิคการให้ความร้อนแบบไม่สม่ำเสมอ (Zone Heating Technique) จึงเป็นแนวความคิดหนึ่งที่สามารถแก้ปัญหาการกระจายตัวไม่สม่ำเสมอของความหนาของชิ้นงาน (Non-Uniform Thickness Distribution)

อย่างไรก็ตาม ทั้งหมดที่กล่าวมานี้จะเห็นได้ว่า ตัวแปรต่างๆในการตั้งค่าของเครื่องจักรมีมากมาย เช่นการตั้งอุณหภูมิของแผงให้ความร้อนซึ่งมีประมาณตั้งแต่ 30 แผงจนถึง 200-300 แผง และตามเทคนิคการให้ความร้อนแบบไม่สม่ำเสมอ แผงความร้อนแต่ละแผงจะตั้งค่าอุณหภูมิไม่เท่ากัน นอกจากนี้ยังมีระยะห่างระหว่างแผงให้ความร้อนกับแผ่นพลาสติก และเวลาที่ใช้ในการให้ความร้อน โดยที่เวลาในการให้ความร้อนจะถูกนำมาใช้ในการคำนวณเวลาในการทำงานหนึ่งรอบ (Cycle Time) ดังนั้นจะเห็นได้ว่าการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์การหาค่าการตั้งของเครื่องจักร (Thermoforming Machine) เพียงแค่ตั้งอุณหภูมิที่ผิวของแผ่นพลาสติกที่ต้องการ จะก่อให้เกิดประโยชน์อย่าง

สูงยิ่งสำหรับอุตสาหกรรมการขึ้นรูปพลาสติก โดยจะทั้งช่วยลดการสูญเสียวัสดุและช่วยในการประหยัดเวลาจากการลองผิดลองถูก

สำหรับงานวิจัยชิ้นนี้มุ่งศึกษาผลกระทบของตัวแปรทางกระบวนการของการให้ความร้อนแก่แผ่นพลาสติก ต่อการกระจายตัวของอุณหภูมิที่ต้องการของแผ่นพลาสติกซึ่งมี 3 ตัวแปรคือ จำนวนแผ่นให้ความร้อน, ระยะห่างระหว่างแผงให้ความร้อนและแผ่นพลาสติกและเวลาที่ใช้ในการให้ความร้อน

## 2. ผลงานที่เกี่ยวข้อง

ในกระบวนการ Thermoforming การให้ความร้อนแก่แผ่นพลาสติกส่วนใหญ่เป็นแบบการแผ่รังสี (Radiation heat transfer) มีการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และใช้การแก้ปัญหาเชิงตัวเลข (Numerical method) เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา [1-4] โดยในช่วงแรก เนื่องจากชิ้นงานมีลักษณะขนาดเล็ก และมุ่งเน้นการสร้างอุณหภูมิของแผ่นพลาสติกที่เท่ากันตลอดทั้งแผ่น ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จึงสร้างจากสมมติฐานอย่างง่าย ทำให้ขาดความแม่นยำและไม่สนับสนุนการนำไปใช้กับเทคนิคการให้ความร้อนแบบไม่สม่ำเสมอ (Zone Heating Technique)

ในปัจจุบันผู้เขียน [5] ได้ทำการวิจัยปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เพิ่มความถูกต้องแม่นยำ และสอดคล้องกับเทคนิคการให้ความร้อนแบบไม่สม่ำเสมอ (Zone Heating Technique) โดยการใช้วิธี Net radiation method เพื่อคำนวณค่าการแลกเปลี่ยนความร้อนระหว่างแผงให้ความร้อน แผ่นพลาสติกและสิ่งแวดล้อม โดยใช้ค่า View factor ที่ถูกต้อง

อย่างไรก็ตามงานวิจัยที่ผ่านมายังไม่สามารถตอบสนองความต้องการที่แท้จริงของผู้ใช้งานภาคอุตสาหกรรม และเป็นการยากที่จะนำเทคนิคการให้ความร้อนแบบไม่สม่ำเสมอ (Zone Heating Technique) ไปใช้เพื่อขจัดปัญหาที่สำคัญที่สุดของ Thermoforming คือความไม่สม่ำเสมอของความหนาของชิ้นงาน โดยสิ่งที่ผู้ใช้งานภาคอุตสาหกรรมต้องการคือ การกำหนดแบบของชิ้นงานและความหนาของชิ้นงานที่จุดต่างๆ และผลที่ได้จากการคำนวณคือค่าตัวแปรต่างๆของเครื่องจักร โดยจากการศึกษาของ Je Kyun Lee และคณะ [6] พบว่า เทคนิคการให้ความร้อนแบบไม่สม่ำเสมอ (Zone Heating Technique) สามารถช่วยลดปัญหาความไม่สม่ำเสมอของความหนาของชิ้นงานได้ โดยอุณหภูมิก่อนการขึ้นรูปของพลาสติกมีผลต่อความหนาของชิ้นงาน

นอกจากนี้ยังมีการศึกษาโดยการแก้ปัญหาแบบคิดย้อนกลับ (Inverse problem) [7] คือการหาการกระจายตัวของอุณหภูมิของแผ่นพลาสติกก่อนการขึ้นรูป โดยการกำหนดความหนาของชิ้นงาน ซึ่งจากการศึกษาพบว่า มีความเป็นไปได้สูงในการแก้ปัญหาในลักษณะนี้ ดังนั้น งานวิจัยชิ้นนี้จึงสามารถเติมเต็มในส่วนของการให้ความร้อนหลังจากการได้รับการกระจายตัวของอุณหภูมิของแผ่นพลาสติก ก่อนการขึ้นรูปโดยนำไปหาค่าตัวแปรต่างๆของการตั้งค่าของเครื่องจักร

## 3. แนวทางการแก้ปัญหาโดยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

การแผ่รังสีความร้อนในกระบวนการเทอร์โมฟอร์มมิ่งสามารถคำนวณได้โดยใช้ สมการการนำความร้อนโดยกำหนดให้มีการรับ

แผ่รังสีและการพาความร้อนที่ผิวทั้งสองด้านของแผ่นพลาสติก เนื่องจากแผ่นพลาสติกมีขนาดด้านกว้างละยาวมากกว่าความหนาอย่างมาก ดังนั้นสมการการนำความร้อนหนึ่งมิติจึงเหมาะสมที่จะนำมาแก้ปัญหา โดยสมการแสดงในสมการที่ 1

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (1)$$

เมื่อ:

$\rho$  = ความหนาแน่น (kg/m<sup>3</sup>)

$C_p$  = Specific heat (J/kg K)

$k$  = ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (W/m K)

โดยค่าเริ่มต้นและขอบเขตกำหนดดังนี้

$$I.C. \quad T(z,0) = T_i \quad \text{for } 0 \leq z \leq L \quad (2)$$

$$B.C.s \quad -k \frac{\partial T}{\partial z} = q_{conv0}'' + q_{rad0}'' \quad \text{at } z = 0 \quad (3)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial z} = q_{convL}'' + q_{radL}'' \quad \text{at } z = L \quad (4)$$

เมื่อ:

$T_i$  = อุณหภูมิเริ่มต้นของแผ่นพลาสติก

$q_{conv0}''$  = การพาความร้อนที่ผิวด้านล่างของแผ่นพลาสติก

$q_{convL}''$  = การพาความร้อนที่ผิวด้านบนของแผ่นพลาสติก

$q_{rad0}''$  = การแผ่รังสีความร้อนที่ผิวด้านล่างของแผ่นพลาสติก

$q_{radL}''$  = การแผ่รังสีความร้อนที่ผิวด้านบนของแผ่นพลาสติก

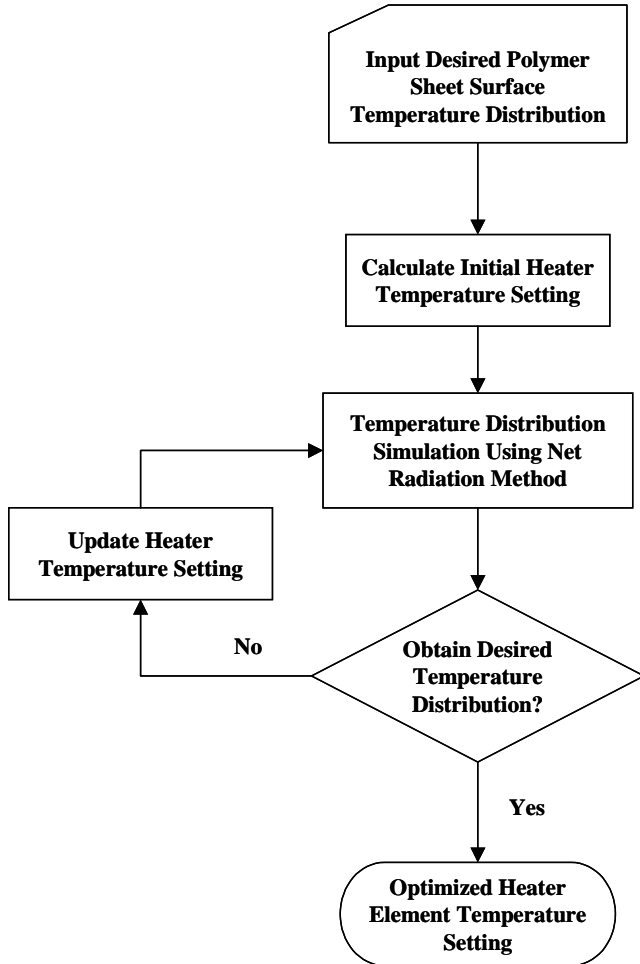
วิธี Net Radiation ถูกนำมาใช้ในการคำนวณค่าการแผ่รังสีความร้อน ระหว่างแผงให้ความร้อนกับแผ่นพลาสติก ซึ่งความถูกต้องของการคำนวณจะมาจากค่า View Factor ระหว่างแผงให้ความร้อนกับแผ่นพลาสติก [5]

## 4. ขั้นตอนการหาค่าตอบที่เหมาะสม (Optimization Procedures)

จุดมุ่งหมายของขั้นตอนการหาค่าตอบที่เหมาะสม เพื่อต้องการทราบรูปแบบการตั้งอุณหภูมิที่เหมาะสมของแผ่นให้ความร้อนแต่ละแผ่นเพื่อให้ได้ค่าการกระจายตัวของอุณหภูมิที่ต้องการบนแผ่นพลาสติก ขั้นตอนการหาค่าตอบที่เหมาะสมแสดงในรูปที่ 1. โดยเริ่มจากการกำหนดค่าการกระจายตัวของอุณหภูมิที่ต้องการของผิวแผ่นพลาสติก จากอุณหภูมิที่ต้องการจะถูกนำไปคำนวณเพื่อหาค่าเริ่มต้นของแผ่นให้ความร้อนแต่ละแผ่น หลังจากนั้นจะทำการตรวจสอบระหว่างอุณหภูมิที่ต้องการของแผ่นพลาสติกกับอุณหภูมิของแผ่นพลาสติก ที่ได้จากการสุ่มตั้งค่าอุณหภูมิของแผ่นให้ความร้อน หากยังไม่ได้ค่าที่ต้องการ อุณหภูมิของแผ่นให้ความร้อนแต่ละแผ่นจะถูกปรับโดยใช้สมการต่อไปนี้

$$T_{heater,i,j}^{t+1} = T_{heater,i,j}^t + \left( T_{desired,i,j}^t - T_{sim,i,j}^t \right) W \quad (5)$$

เมื่อ  $T_{desired}$  แสดงอุณหภูมิที่ต้องการของแผ่นพลาสติกแต่ละส่วน  
 $T_{sim}$  แสดงอุณหภูมิที่คำนวณได้ของแผ่นพลาสติกแต่ละส่วน  
 และ  $t$  หมายถึงจำนวนครั้งในการสุ่ม ส่วน  $i$  และ  $j$  หมายถึงตำแหน่ง  
 ของส่วนต่างๆบนแผ่นพลาสติก และ  $W$  เป็นค่าคงที่เพื่อเร่งการลู่เข้า  
 หาคำตอบ



รูปที่ 1 รูปแสดงขั้นตอนการหาคำตอบที่เหมาะสมในกระบวนการให้ความร้อนของเทอร์โมฟอร์มมิ่ง

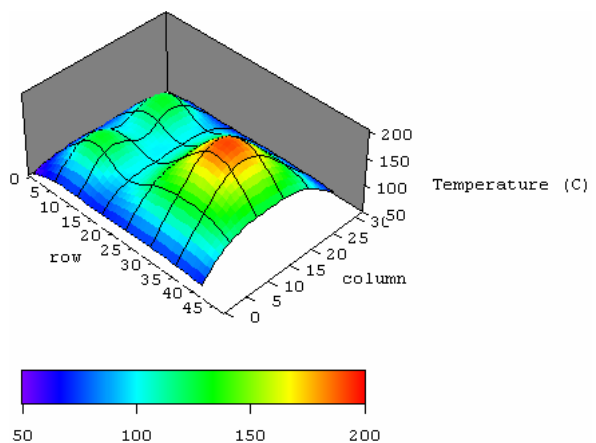
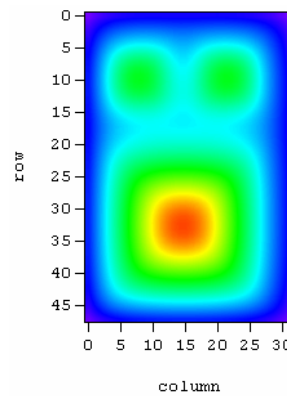
### 5. ผลการวิจัยและการวิเคราะห์ผล

ในกระบวนการเทอร์โมฟอร์มมิ่ง ตัวแปรของกระบวนการที่มีผลต่อการกระจายตัวของอุณหภูมิและอุณหภูมิของแผ่นพลาสติกมี 3 ตัวแปร คือ จำนวนแผ่นให้ความร้อน, ระยะห่างระหว่างแผงให้ความร้อนและแผ่นพลาสติกและเวลาที่ใช้ในการให้ความร้อน ซึ่งงานวิจัยชิ้นนี้ได้นำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้พัฒนาขึ้นมาทำการศึกษาถึงผลของตัวแปรดังกล่าว โดยทดลองกับโพลีสไตรีน (Polystyrene) ที่มีขนาด 183 x 122 ซม. หนา 2.4 มม. และกำหนดค่าอุณหภูมิของแผ่นพลาสติกที่ต้องการตามรูปที่ 2

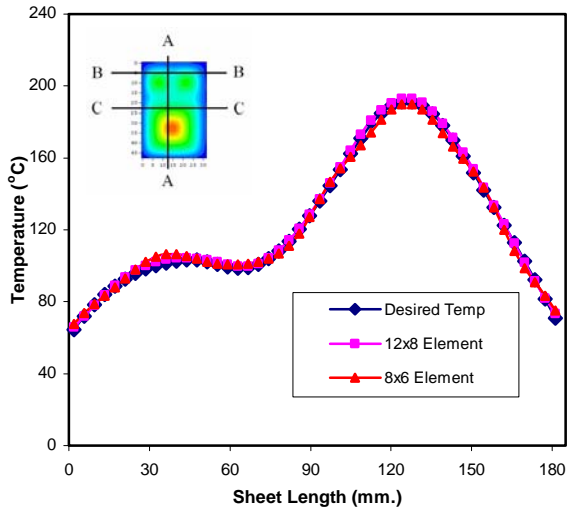
ในการศึกษาผลกระทบของจำนวนแผ่นให้ความร้อน ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบสองกรณีคือ 12x8 แผ่น และ 8x6 แผ่น โดยกำหนดให้ระยะห่างระหว่างแผงให้ความร้อนและแผ่นพลาสติกคือ 12.7 ซม. และเวลาในการให้ความร้อนคือ 3 นาที

จากผลการศึกษาที่แสดงในรูปที่ 3. แสดงแนวการเปรียบเทียบของอุณหภูมิ 3 แนว ในกรณีที่อัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิบนแผ่นพลาสติกเทียบกับความยาวไม่มากนัก (การกระจายตัวของอุณหภูมิไม่ซับซ้อน) ทั้งสองกรณีได้ผลที่ใกล้เคียงกัน ดังแสดงในรูปที่ 3.ก แต่เมื่อใดที่อัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ บนแผ่นพลาสติกเทียบกับความยาวมีค่าสูง (การกระจายตัวของอุณหภูมิมี่ความซับซ้อน) เครื่องจักรที่มีจำนวนแผ่นให้ความร้อนมากกว่า จะสามารถสร้างการกระจายตัวของอุณหภูมิได้ใกล้เคียงกับอุณหภูมิที่ต้องการกว่าเครื่องจักรที่มีจำนวนแผ่นให้ความร้อนน้อยกว่า ดังแสดงในรูปที่ 3. ข และ ค

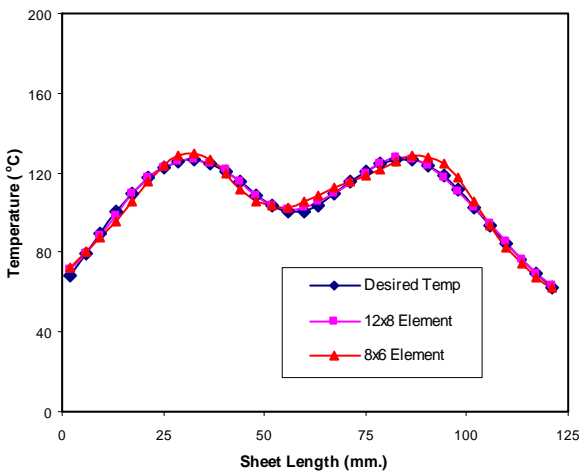
ส่วนอีกสองกรณีคือ ระยะห่าง ระหว่างแผงให้ความร้อนและแผ่นพลาสติกและเวลาที่ใช้ในการให้ความร้อน ให้ผลที่ใกล้เคียงกันคือ การปรับเปลี่ยนปัจจัยดังกล่าวจะไม่ส่งผลต่อการกระจายตัวของอุณหภูมิของแผ่นพลาสติกที่ได้รับ แต่จะมีผลต่ออุณหภูมิของแผ่นให้ความร้อนแต่ละแผ่น กล่าวคือ หากเพิ่มระยะห่างให้มากขึ้น หรือลดเวลาในการให้ความร้อน อุณหภูมิของแผ่นให้ความร้อนมีแนวโน้มสูงขึ้น



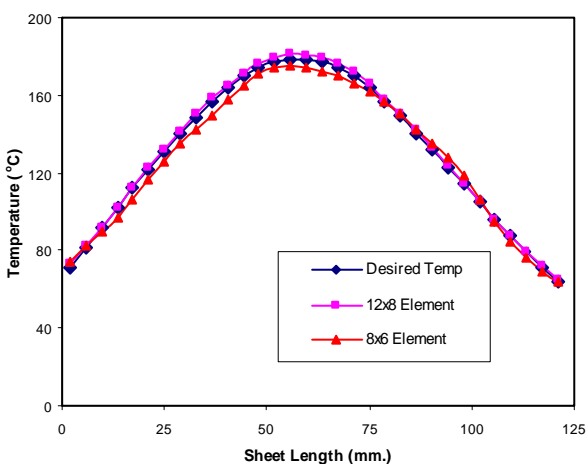
รูปที่ 2 แสดงการกระจายตัวอุณหภูมิของแผ่นพลาสติกที่ต้องการ



(ก) เปรียบเทียบการกระจายตัวของอุณหภูมิในแนว A-A



(ข) เปรียบเทียบการกระจายตัวของอุณหภูมิในแนว B-B



(ค) เปรียบเทียบการกระจายตัวของอุณหภูมิในแนว C-C

รูปที่ 3 เปรียบเทียบอุณหภูมิของแผ่นพลาสติก  
ในกรณีแผ่นให้ความร้อน 12x8 แผ่น กับ 8x6 แผ่น

## 6. สรุปผลการวิจัย

จากผลการทดลองโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้น สามารถสรุปได้ว่า การหาค่าตอบที่เหมาะสมในการให้ความร้อนแก่แผ่นพลาสติก สามารถช่วยลดเวลาและความเสียหายของวัตถุดิบในการทดลองตั้งค่าของเครื่องจักร เพื่อให้ได้การกระจายตัวของอุณหภูมิบนแผ่นพลาสติกที่ต้องการ และสมรรถนะของเครื่องจักรที่สำคัญในการสร้างการกระจายตัวของอุณหภูมิบนแผ่นพลาสติกตามที่ต้องการคือ จำนวนของแผ่นให้ความร้อน ยังมีแผ่นให้ความร้อนมาก ก็ยังสามารถสร้างการกระจายตัวของอุณหภูมิที่ซับซ้อนได้ดียิ่งขึ้น

ส่วนอีกสองกรณีคือ ระยะห่างระหว่างแผงให้ความร้อนและแผ่นพลาสติก ต้องเลือกค่าที่เหมาะสมไม่ห่างมากเกินไป เพื่อให้ไม่ให้อุณหภูมิของแผ่นให้ความร้อนสูงเกินไป จนเกินค่าที่แผ่นให้ความร้อนสามารถทำได้ หรือไม่เลือก และอีกปัจจัยหนึ่งคือ เวลาที่ใช้ในการให้ความร้อน หากเลือกนานเกินไป ถึงแม้ว่าอุณหภูมิของแผ่นให้ความร้อนจะไม่สูงมาก แต่จะเป็นการเพิ่มระยะเวลาในการผลิตต่อรอบ (Cycle time) ทำให้ต้นทุนการผลิตสูงขึ้น

## กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณสำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติในการสนับสนุนงบประมาณในการวิจัย งบวิจัยประจำปี 2550

## เอกสารอ้างอิง

1. **Duarte, F.M.C., J.A.,** *Heating thermoplastic sheets for thermoforming solution to direct and inverse problems.* *Plastics Rubber & Composites Processing & Applications*, 1997. **26**(5): p. 213-221.
2. **Throne, J.L.** *Radiant Heat Transfer in Thermoforming.* in *ANTEC '95*. 1995: Society of Plastic Engineers. p. 810-821.
3. **Throne, J.L.,** *Pattern Heating Polymer Sheet For Thermoforming (TF 501 & TF 505)*, 1996, Sherwood Technologies, Inc.: Hinckley, OH.
4. **Throne, J.L.,** *Technology of Thermoforming.* 1996, Cincinnati, OH: Hanser Gardner Publication. 882 p.
5. **Rungroungdouyboon, B.,** *The Developments and Utilizations of a Numerical Model for Non-Homogeneous Sheet Heating During Thermoforming Processes,* Mechanical Engineering Network Thailand 18th Conference (ME-NETT 18), Khonkaen, Thailand, 18-20 October, 2004
6. **Je Kyun Lee, Terry L. Virkler, Chris E. Scott,** *Influence of initial sheet temperature on ABS thermoforming,* *Polymer Engineering and Science* 41 (10) 2001, pp. 1830-1844
7. **Wang, C.-H., Nied, H.F.,** *Temperature optimization for improved thickness control in thermoforming,* *Journal of Materials Processing and Manufacturing Science* 8 (2) 2000, pp. 113-126.