

การคำนวณอุณหภูมิและอัตราการถ่ายเทความร้อนของไหลภายในท่อ ที่มีอุณหภูมิผนังเท่ากันหมดด้วยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์

Calculating Fluid Temperature and Heat Transfer Rate in Pipe with Isothermal Wall by Finite Resistance Method

ประเสริฐ อินประเสริฐ

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสยาม

235 ถนนเพชรเกษม เขตภาษีเจริญ กรุงเทพฯ 10163

โทร. 457-0068 ต่อ 121, โทรสาร 457-3982, อีเมลล์ Prasert_Inp@yahoo.com

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอแบบจำลองคณิตศาสตร์สำหรับคำนวณอุณหภูมิและอัตราการถ่ายเทความร้อนของไหลภายในท่อด้วยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์ โดยการแบ่งปริมาตรควบคุมของไหลให้มีขนาดเล็กเท่าๆกันเป็นจำนวนมาก ซึ่งปริมาตรเล็กๆแต่ละส่วนแทนได้ด้วยตัวต้านทานการไหลเชิงความร้อน และที่ผิวปริมาตรเล็กๆนี้มีการถ่ายเทพลังงานโดยการพาความร้อนไปยังผนังท่อแทนได้ด้วยตัวต้านทานการพาความร้อน แล้วรวมตัวต้านทานความร้อนจำนวนมากนี้เข้าด้วยกันเป็นโครงข่ายความร้อน จากนั้นใช้โปรแกรมจำลองความต้านทานนี้เปรียบเทียบกับทฤษฎีการถ่ายเทความร้อนของไหลผ่านท่อที่มีการคำนวณด้วยหลักสมดุลความร้อน เพื่อหาค่าความผิดพลาดของอุณหภูมิและอัตราการถ่ายเทความร้อนที่เกิดขึ้น ในการจำลองกำหนดให้ท่อมีหน้าตัดสี่เหลี่ยมขนาด $0.2 \times 0.2 \text{ m}^2$ ยาว 16 m ด้วยอุณหภูมิผิวด้านใน 60°C มีอากาศอุณหภูมิ 80°C ไหลเข้าที่อัตรา 0.151 kg/s กำหนดให้ความร้อนจำเพาะของอากาศ $1008 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$ และสัมประสิทธิ์การพาความร้อน $13.7 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ เมื่อแบ่งท่อออกเป็นชิ้นเล็กจำนวน 4 ชิ้น แล้วคำนวณโดยโปรแกรมที่กึ่งกลางความยาวท่อ อุณหภูมิของไหลมีความผิดพลาด -0.0003% และอัตราการถ่ายเทความร้อนมีความผิดพลาด 0.6751% สำหรับที่ปลายท่อ อุณหภูมิของไหลมีความผิดพลาด -0.0006% และอัตราการถ่ายเทความร้อนมีความผิดพลาด 0.7601% จากค่าความผิดพลาดแสดงให้เห็นว่าแบบจำลองความต้านทานทางความร้อนนี้สามารถคำนวณโดยวิธีไฟไนต์รีซิสแทนซ์ได้ ซึ่งจะมีประโยชน์ในการแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนของการถ่ายเทความร้อนเนื่องจากการไหลในท่อต่อไป

คำสำคัญ: ไฟไนต์รีซิสแทนซ์, ตัวต้านทานการไหลเชิงความร้อน, ตัวต้านทานการพาความร้อน

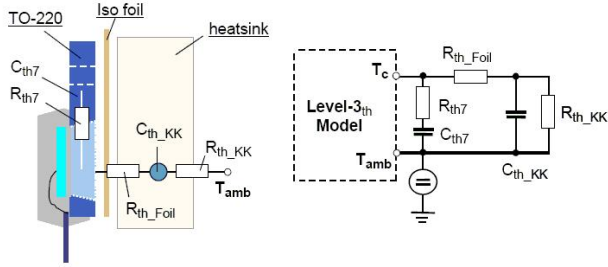
Abstract

This paper presents a mathematical model for calculating temperature and heat transfer of fluid flow in a pipe by using finite resistance method. A control volume is divided into small equal volumes which are substituted by a thermal flow resistance at the surface of each small volume, the heat transfer by convection to the wall is substituted by a convection resistance. And then, these resistances are combined to a thermal network. Finally, MultiSIM™ software is used to calculate this network and compare with heat transfer of fluid flow through a pipe theory which is calculated by heat balance principle in order to find an error of temperature and heat transfer rate which occur. In the simulation, we let a square pipe $0.2 \times 0.2 \text{ m}^2$ with 16 m length and 60°C surface temperature. The air inlet temperature is 80°C with 0.151 kg/s flow rate. The air specific heat is $1008 \text{ j/kg}\cdot^\circ\text{C}$ and convection heat transfer coefficient is $13.7 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$. By dividing pipe into 4 small elements and calculating by the software at a half pipe length, temperature has an error result -0.0003% and heat transfer rate has an error result 0.6751% . At the end of pipe length, temperature has an error result -0.0006% and heat transfer rate has an error result 0.7601% . The error results show that this thermal resistance model can be calculated by finite resistance method. It will be useful to solve a complicate heat transfer of fluid flow problem.

Keyword: finite resistance method, thermal flow resistance, convection resistance

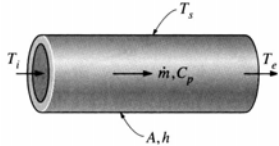
1. บทนำ

วิธีไฟไนต์ริซีสแทนซ์เป็นการคำนวณการถ่ายความร้อนซึ่งผสมผสานแนวคิดมาจากวิธีไฟไนต์โวลุ่ม(Finite Volume)และเทอร์มอลริซีสแทนซ์(Thermal Resistance) ประกอบเข้าด้วยกัน[2,5] ซึ่งในการแก้ปัญหาการถ่ายความร้อน 1 มิติ ในสภาวะคงตัวแสดงให้เห็นว่าวิธีการนี้สามารถนำไปใช้ได้และให้ค่าความถูกต้องมากขึ้นเมื่อแบ่งจำนวนชิ้นมากขึ้น[1] การแก้ปัญหาการถ่ายความร้อนในสภาวะแปรเปลี่ยนที่มีการกระจายอุณหภูมิในเนื้อส่วสม่ำเสมอ ได้คำนวณปริมาณความร้อนที่ระบายออกจากตัวทรานซิสเตอร์[4]



รูปที่ 1 การคำนวณด้วยวิธีริซีสแทนซ์-คาปาซิแทนซ์ สำหรับการระบายความร้อนออกจากตัวทรานซิสเตอร์[4]

บทความนี้นำเสนอการคำนวณอุณหภูมิของไหลภายในท่อโดยมีการสูญเสียความร้อนผ่านผนังท่อด้านในตลอดความยาวด้วยวิธีไฟไนต์ริซีสแทนซ์ เปรียบเทียบกับทฤษฎีการไหลผ่านท่อที่มีการสูญเสียความร้อน ดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 การถ่ายเทความร้อนของไหลภายในท่อ [6]

2. ทฤษฎีสมดุลความร้อนการไหลภายในท่อ

ในที่นี้จะกล่าวถึงการคำนวณการถ่ายเทความร้อนสำหรับของไหลไหลผ่านท่อที่มีอุณหภูมิผิวท่อเท่ากันตลอดความยาว

2.1 สมการการคำนวณอุณหภูมิของไหล

เมื่อของไหลไหลผ่านท่อที่มีอุณหภูมิผิวภายในท่อแตกต่างจากอุณหภูมิของไหลจะมีการถ่ายเทความร้อนเกิดขึ้น การแปลงอุณหภูมิของไหลตลอดความยาวท่อสามารถคำนวณได้ดังนี้[6]

$$T_e = T_s - (T_s - T_i) e^{-hA_s/mC_p} \quad (1)$$

$$\dot{m} = \rho v A_c \quad (2)$$

$$\Delta T_{ln} = \frac{T_e - T_i}{\ln \left[\frac{T_s - T_e}{T_s - T_i} \right]} \quad (3)$$

เมื่อ T_e - อุณหภูมิทางออกหรืออุณหภูมิของไหลที่หน้าตัดใดๆ ในท่อนับจากต้นท่อ ($^{\circ}\text{C}$)

T_s - อุณหภูมิผิวท่อด้านใน โดยที่มีการกระจายอุณหภูมิ

เท่ากันตลอดผิว(Uniform temperature) ($^{\circ}\text{C}$)

T_i - อุณหภูมิทางเข้า ($^{\circ}\text{C}$)

h - สัมประสิทธิ์การพาความร้อน ($\text{W}/\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}$)

A_s - พื้นที่ผิวการพาความร้อน (m^2)

C_p - ความร้อนจำเพาะของวัสดุ ($\text{J}/\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}$)

\dot{m} - อัตราการไหลเชิงมวล (kg/s)

ρ - ความหนาแน่นของวัสดุ (kg/m^3)

v - ความเร็วของไหลในท่อ (m/s)

A_c - พื้นที่หน้าตัดท่อกายใน (m^2)

ΔT_{ln} - อุณหภูมิแตกต่างระหว่างผิวท่อกับของไหลโดยเฉลี่ย (Logarithmic mean temperature, $^{\circ}\text{C}$)

2.2 สมการการคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อน

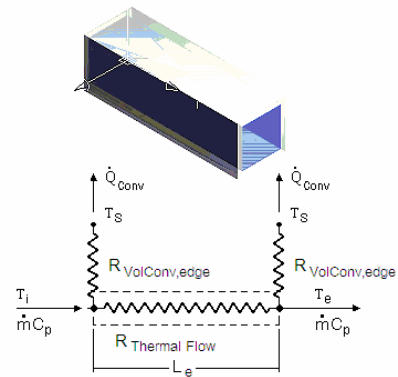
อัตราการถ่ายเทความร้อนเท่าอัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานของไหล คำนวณได้ดังนี้[6]

$$\dot{Q} = \dot{m} C_p (T_e - T_i) \quad (4)$$

เมื่อ \dot{Q} - อัตราการถ่ายเทความร้อน (W)

3. การวิเคราะห์แบบวิธีไฟไนต์ริซีสแทนซ์

เมื่อทำการแบ่งปริมาตรภายในท่อให้เป็นปริมาตรควบคุม(Control Volume) เล็กๆ ที่มีหน้าตัดเท่ากับหน้าตัดภายในท่อ โดยแต่ละชิ้นมีความยาวเท่าๆกัน(L_e) เรียงติดกันไปตลอดความยาวท่อ ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 แบ่งปริมาตรชิ้นย่อยภายในท่อ 1 อัน โดยมีตัวต้านทานความร้อนจากการไหล 1 ตัว และตัวต้านทานการพาความร้อน 2 ตัว

3.1 ตัวต้านทานการพาความร้อน

การถ่ายเทความร้อนบริเวณนี้เป็นพื้นที่ผิวด้านข้างของปริมาตรควบคุมสำหรับทางเข้า($A_{s,i}$)และทางออก($A_{s,e}$) ดังรูปที่ 3 ดังนั้นพื้นที่ผิวด้านข้างของปริมาตรควบคุมทั้งหมดจะแบ่งออกเป็นสองส่วนสำหรับการคำนวณความต้านทานการพาความร้อน 2 ตัว เมื่อแทนค่าในตัวต้านทานการพาความร้อน [3] หาค่าได้ดังนี้

$$A_{s,i} = A_{s,e} = \frac{PL_e}{2}$$

$$R_{VolConv,edge} = \frac{2}{hPL_e} \quad (5)$$

เมื่อ $R_{VolConv,edge}$ - ความต้านทานการพาความร้อนขอบปริมาตร
ควบคุมชั้นนอกสุด ($^{\circ}C/W$)
 P - เส้นขอบของปริมาตรควบคุมที่สัมผัสของไหล (m)
 L_e - ความยาวปริมาตรควบคุม (m)

3.2 ตัวต้านทานการไหลเชิงความร้อน

ปริมาตรควบคุมเล็กๆ ที่มีอุณหภูมิแตกต่างกันสองด้านเนื่องจากของไหลที่ไหลผ่านมีการแลกเปลี่ยนความร้อนบริเวณผิวปริมาตรควบคุมและเคลื่อนที่ไปยังทางออกอีกด้านหนึ่ง จากรูปที่ 3 เมื่อวิเคราะห์อัตราการถ่ายเทความร้อนจากอุณหภูมิทางออกผ่านตัวต้านทานการพาความร้อนไปยังอุณหภูมิผนังท่อ จะมีค่าเท่ากับอัตราการถ่ายเทความร้อนจากอุณหภูมิทางเข้าผ่านตัวต้านทานการไหลเชิงความร้อนไปยังอุณหภูมิผนังท่อ โดยการเปรียบเทียบกับสมการที่ 1 จะได้ว่า

$$\frac{(T_e - T_s)}{R_{VolConv,edge}} = \frac{(T_i - T_s)}{R_{Thermal Flow} + R_{VolConv,edge}} = \dot{Q}$$

$$T_e = T_s - (T_s - T_i) \left[\frac{R_{VolConv,edge}}{R_{Thermal Flow} + R_{VolConv,edge}} \right]$$

$$\frac{R_{VolConv,edge}}{R_{Thermal Flow} + R_{VolConv,edge}} = e^{-hA_s/mC_p}$$

$$R_{Thermal Flow} = R_{VolConv,edge} (e^{hA_s/mC_p} - 1) \quad (6)$$

เมื่อ $R_{Thermal Flow}$ - ความต้านทานการไหลเชิงความร้อน ($^{\circ}C/W$)

4. การคำนวณเปรียบเทียบ

กำหนดให้ท่อมีหน้าตัดสี่เหลี่ยมขนาด $0.2 \times 0.2 \text{ m}^2$ ยาว (L) 16 m ด้วยอุณหภูมิผิวด้านใน (T_s) $60^{\circ}C$ มีอากาศไหลเข้าอุณหภูมิ (T_i) $80^{\circ}C$ ที่อัตรา (\dot{m}) 0.151 kg/s กำหนดให้ความร้อนจำเพาะของอากาศ (C_p) $1008 \text{ J/kg} \cdot ^{\circ}C$ และสัมประสิทธิ์การพาความร้อน (h) $13.7 \text{ W/m}^2 \cdot ^{\circ}C$

4.1 คำนวณโดยใช้ทฤษฎีสอดคล้องความร้อนการไหลภายในท่อ

4.1.1 ที่ระยะกึ่งกลางความยาวท่อ

มีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1. คำนวณอุณหภูมิที่ระยะกึ่งกลางความยาวท่อ จาก(1)

$$A_{s\ 8m} = (0.2 \times 4) \times 8 = 6.4 \text{ m}^2$$

$$T_{Cal\ 8m} = 71.2422438179^{\circ}C$$

2. คำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนที่อากาศสูญเสียไประหว่างทางเข้าจนถึงระยะกึ่งกลางความยาวท่อ จาก(3)

$$\dot{Q}_{Cal\ 8m} = 1.333 \text{ kW}$$

4.1.2 ที่ปลายท่อ

มีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1. คำนวณอุณหภูมิที่ปลายท่อ จาก(1)

$$A_{s\ 16m} = (0.2 \times 4) \times 16 = 12.8 \text{ m}^2$$

$$T_{Cal\ 16} = 66.3194023030^{\circ}C$$

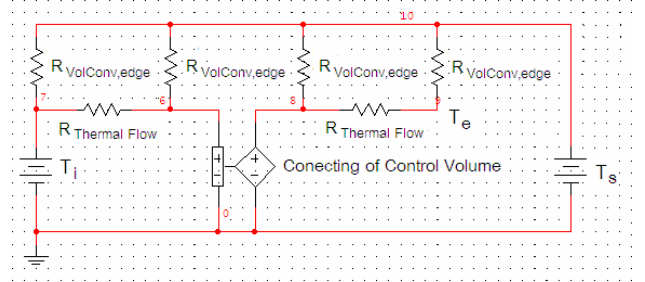
รวมบทความวิชาการ เล่มที่ 4 การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 22

2. คำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนที่อากาศสูญเสียไประหว่างทางเข้าจนถึงปลายท่อ จาก(3)

$$\dot{Q}_{Cal\ 16m} = 2.082 \text{ kW}$$

4.2 คำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

เริ่มต้นด้วยการแบ่งปริมาตรภายในท่อออกเป็น 2 ชั้น แล้วคำนวณและเขียนตัวต้านทานลงใน Electronic work sheet ในโปรแกรมมัลติซิม แต่อย่างไรก็ตามสามารถใช้โปรแกรมสำเร็จรูปวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าอื่นๆได้เช่นกัน แสดงดังรูปที่ 5



รูปที่ 5 วงจรไฟฟ้าในโปรแกรมมัลติซิม สำหรับการแบ่งความยาวท่อออกเป็น 2 ชั้น

ซึ่งผลที่ได้ใกล้เคียงกับทฤษฎี แต่อย่างไรก็ตามต้องตรวจสอบโดยการแบ่งออกเป็นจำนวนชั้นที่มากขึ้น เพื่อดูการลู่เข้าคำตอบ (Convergent) ซึ่งจะแสดงขั้นตอนการคำนวณอย่างละเอียดดังนี้

1. คำนวณเส้นขอบของปริมาตรควบคุม

$$P = (0.2 \times 4) = 0.8 \text{ m}$$

2. แบ่งปริมาตรภายในท่อออกเป็นชั้นๆจำนวน (n) 4 ชั้น จะได้ความยาวปริมาตรควบคุม

$$L_e = L/n = 4 \text{ m}$$

3. คำนวณค่าความต้านทานการพาความร้อนบริเวณขอบชั้นนอกสุดปริมาตรควบคุม จาก(5)

$$R_{VolConv,edge} = 4.562043796(10^{-2})^{\circ}C/W$$

4. คำนวณค่าความต้านทานการไหลเชิงความร้อน จาก (6)

$$A_{s\ 4m} = (0.2 \times 4) \times 4 = 3.2 \text{ m}^2$$

$$R_{Thermal Flow} = 1.522779182(10^{-2})^{\circ}C/W$$

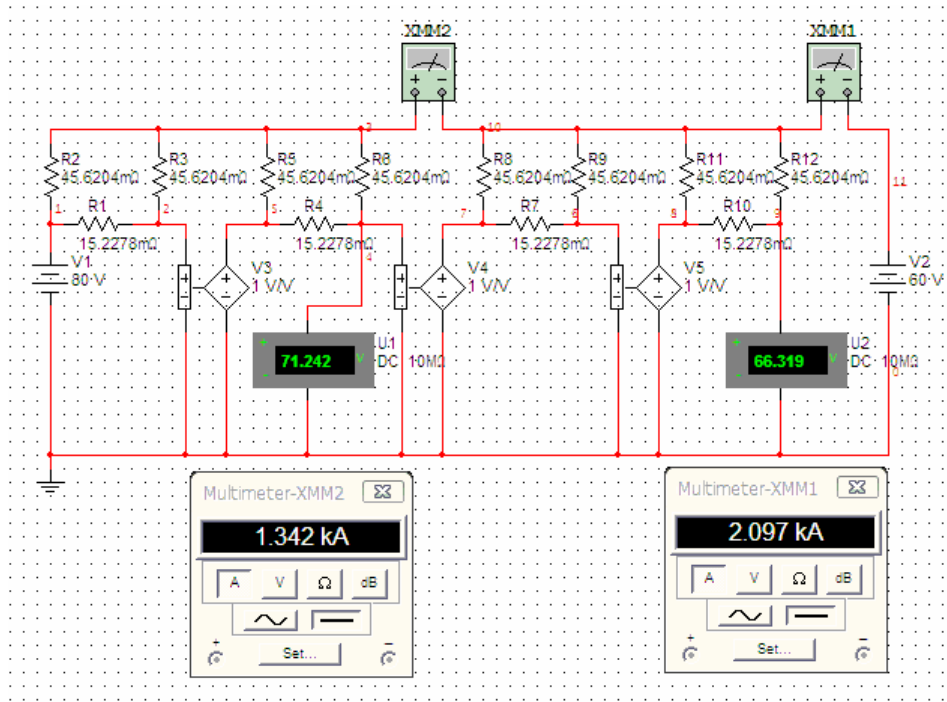
5. เขียนตัวต้านทานลงใน Electronic work sheet ในโปรแกรมมัลติซิม

6. ให้โปรแกรมคำนวณอุณหภูมิและอัตราการถ่ายเทความร้อนที่จุดกึ่งกลางท่อ ดังรูปที่ 6 ซึ่งค่าความต่างศักย์ที่ได้คืออุณหภูมิและค่ากระแสไฟฟ้าที่ได้คืออัตราการถ่ายเทความร้อนนั่นเอง ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\dot{Q}_{Sim\ 8m} = 1.342 \text{ kW}; T_{Sim\ 8m} = 71.242^{\circ}C;$$

$$\dot{Q}_{Sim\ 16m} = 2.097 \text{ kW}; T_{Sim\ 16m} = 66.319^{\circ}C;$$

7. เปรียบเทียบคำตอบที่ได้กับคำตอบเมื่อแบ่งความยาวท่อออกเป็น 2 ชั้น ปรากฏว่าได้คำตอบเดียวกัน ดังนั้นจึงไม่จำเป็นต้องแบ่งความยาวท่อเพิ่มขึ้นเพื่อคำนวณอีกต่อไป



รูปที่ 6 วงจรไฟฟ้าและผลการคำนวณด้วยโปรแกรมมัลติซิม สำหรับการแบ่งความยาวท่อออกเป็น 4 ชั้น

5. วิเคราะห์ผล

เมื่อแบ่งท่อออกเป็นชั้นเล็กจำนวน 4 ชั้น แล้วคำนวณโดยโปรแกรมที่กึ่งกลางความยาวท่อปรากฏว่าอุณหภูมิของไหลมีความผิดพลาด -0.0003% และอัตราการถ่ายเทความร้อนมีความผิดพลาด 0.6751% สำหรับที่ปลายท่อผลลัพธ์ของอุณหภูมิของไหลมีความผิดพลาด -0.0006% และอัตราการถ่ายเทความร้อนมีความผิดพลาด 0.7061% จากค่าความผิดพลาดแสดงให้เห็นว่าแบบจำลองความต้านทานทางความร้อนนี้สามารถคำนวณโดยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ได้

6. สรุป

เมื่อกำหนดให้ท่อมีหน้าตัดสี่เหลี่ยมขนาด $0.2 \times 0.2 \text{ m}^2$ ยาว 16 m ด้วยอุณหภูมิผิวด้านใน 60°C มีอากาศอุณหภูมิ 80°C ไหลเข้าที่อัตรา 0.151 kg/s กำหนดให้ความร้อนจำเพาะของอากาศ $1008 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$ และสัมประสิทธิ์การพาความร้อน $13.7 \text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$ เมื่อแบ่งท่อออกเป็นชั้นเล็กจำนวน 4 ชั้น แล้วคำนวณโดยโปรแกรมที่กึ่งกลางความยาวท่ออุณหภูมิของไหลมีความผิดพลาด -0.0003% และอัตราการถ่ายเทความร้อนมีความผิดพลาด 0.6751% สำหรับที่ปลายท่ออุณหภูมิของไหลมีความผิดพลาด -0.0006% และอัตราการถ่ายเทความร้อนมีความผิดพลาด 0.7061% จากค่าความผิดพลาดแสดงให้เห็นว่าแบบจำลองความต้านทานทางความร้อนนี้สามารถคำนวณโดยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ได้ ซึ่งจะมีประโยชน์ในการแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนของการถ่ายเทความร้อนเนื่องจากการไหลในท่อต่อไป

เอกสารอ้างอิง

- [1] ประเสริฐ อินประเสริฐ, การคำนวณการถ่ายเทความร้อนผ่านครีบริบายความร้อนด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บนครีบริบายครีบริบายการถ่ายเทความร้อน, การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 17, 15-17 ตุลาคม 2546, กบินทร์บุรี, ปราจีนบุรี, หน้า 116-119
- [2] Jan F. Kreider, Ari Rabl, 1994. Heating and Cooling of Buildings, University of Colorado at Boulder, U.S.A., McGraw-Hill. Inc, New York, pp. 370-378.
- [3] Jack P. Holman, 2002. Heat transfer, Southern Methodist University, U.S.A., Ninth Edition, McGraw-Hill. Inc, New York, pp. 31.
- [4] Martin Marz, Paul Nance, 2000. Thermal Modeling of Power-electronic Systems, Fraunhofer Institute for Integrated Circuit, http://www.iisb.fraunhofer.de/de/arb_geb/pub_les/02_00.pdf, (accessed on Oct 2005)
- [5] Satish P. Ketkar, 1999. Numerical Thermal Analysis, The MacNeal-Schwendler Corporation, U.S.A., ASME Press, New York, pp. 63-70.
- [6] Yunus A. Cengel, 1998, Heat Transfer A Practical Approach, University of Nevada, Reno, USA., WCB/McGraw-Hill, Inc, New York, pp. 370-374, 384-385.