การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 22
15-17 ตุลาคม 2551 มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต

การออกแบบที่เหมาะสมที่สุดแบบพาเรโตของแผ่นเหล็กลอนเพื่อให้มีอัตราส่วนความแข็งแรงต่อน้ำหนักสูงสุด โดยใช้กระบวนการขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม

Pareto Optimum Design of Corrugated Sheet Metal to Maximize Strength-to-Weight Ratio using Genetic Algorithm

ดุลยโชติ ชลศึกษ์[1*] และธนพล จูนจีน
[1] ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต อ. คลองหลวง จ. ปทุมธานี 12120
โทร 0-2564-3001-9 ต่อ 3041, 3151 โทรสาร 0-2564-3001-9 ต่อ 3049, 0-2564-3010 *อีเมล์ cdulyach@engr.tu.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้เสนอแนวทางการออกแบบโครงสร้างแบบลอนให้มีสัดส่วนความแข็งแรงต่อน้ำหนักดีที่สุด โดยกำหนดตัวแปรจำนวนสี่ตัว ได้แก่ ความสูงของลอน ความหนาของแผ่นโลหะ ระยะพิทช์ และรูปร่างของลอน ซึ่งตัวแปรทั้งสี่นำไปสู่ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัด และปริมาตรของโครงสร้าง ค่าตัวแปรที่เหมาะสมที่สุดถูกค้นหาโดยวิธีการขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม ผลลัพธ์ที่ได้คือชุดคำตอบสำหรับรูปแบบที่ดีที่สุดของโครงสร้างแผ่นลอน ที่มีปริมาตรต่าง ๆ กัน

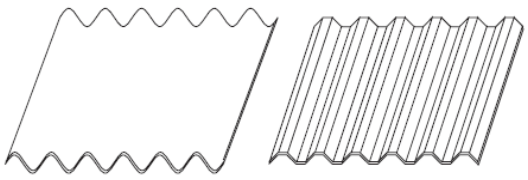
Abstract

This article presents a design guideline for corrugated sheet structure to maximize strength – to – weight ratio. Four design parameters are used to define the design: height of the structure, thickness of the sheet, pitch and shape of corrugation. These parameters determine the cross-sectional area moment of inertia and volume of a structure. Optimum values of the design parameters are searched using Genetic Algorithm. Results are the ranges of optimum designs. Each is the best for its volume range.

1. บทนำ

โครงสร้างแบบ Corrugated Sheet Metal หรือที่เรียกกันว่าเหล็กลอน หรือลูกฟูก มีการนำไปใช้งานด้านวิศวกรรมต่างๆ หลากหลาย เนื่องจากคุณสมบัติในด้านการรับภาระที่ดี อย่างไรก็ตาม ยังไม่มีแนวทางการออกแบบแผ่นโลหะลอนที่แน่ชัดว่าควรมีสัดส่วนอย่างไรจึงจะมีน้ำหนักเบาและแข็งแรงที่สุด แม้ว่า Bendsoe [2], Luo และ Gea [3] ตั้งการออกแบบที่ดีที่สุดสำหรับการออกแบบชิ้นส่วนที่เสริมความแข็งแรงให้กับแผ่นโลหะ เพื่อต้านแรงภายนอกและการโก่งตัว และ Lee, Mioduchowski และ Faulkner [4] ได้ทดสอบเกี่ยวกับรูปทรงของหน้าตัดมีผลอย่างไรต่อความแข็งแรงโดยการเปรียบเทียบความแข็งแรง ในรูปของความต้านทานการบิดตัวของโครงสร้าง ส่วนงานวิจัยของ Faupel และ Fisher [5] ซึ่งอธิบายถึงข้อมูลทางการทดลองเกี่ยวกับความคงทนของการปรับเปลี่ยนส่วนประกอบของความแข็งแรงที่แตกต่างกันของแผ่นโลหะที่แตกต่างกัน 15 รูปแบบ ที่ซึ่งมีความแตกต่างกันอย่างง่ายในรูปร่าง ดังเช่น มุม, ช่อง และโครงร่าง การเปรียบเทียบภายใต้แรงกระทำคงที่ แต่ก็ยังไม่นำไปสู่แนวทางการออกแบบที่ชัดเจน งานวิจัยนี้จึงพยายามค้นหาแนวทางการออกแบบที่เหมาะสมที่สุดของแผ่นโลหะลอนเพื่อสร้างเป็นฐานข้อมูลสำหรับการนำไปใช้งานทางวิศวกรรมต่างๆ ได้

รูปแบบทั่วไปของแผ่นโลหะลอนมีสองลักษณะคือลอนโค้งและลอนเหลี่ยม ดังรูปที่ 1

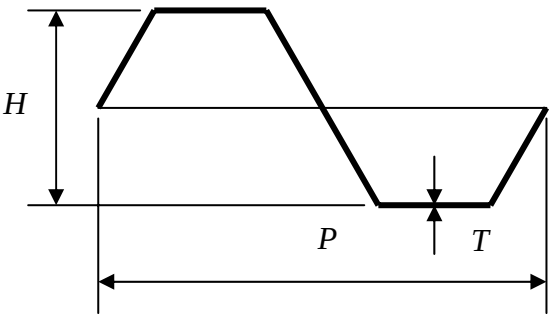


รูปที่ 1 โครงสร้างแบบแผ่นโลหะลอนโค้ง (ซ้าย)
และ โครงสร้างแบบแผ่นโลหะลอนเหลี่ยม (ขวา) [1]

งานวิจัยนี้ศึกษาเฉพาะแบบโครงสร้างแบบแผ่นโลหะลอนเหลี่ยมสมมาตร เนื่องจากสามารถวิเคราะห์ควบคุมตัวแปรเพื่อก่อให้เกิดรูปทรงได้ชัดเจน ควบคุมให้การเกิดของรูปทรงมีลักษณะที่สมมาตรตลอดทั้งชิ้นโลหะ เนื่องจากแผ่นโลหะลอนที่มีความสมมาตรมีโมเมนต์ความเฉื่อยสูงกว่าแบบไม่สมมาตร

2. การตั้งปัญหา

เป้าหมายงานวิจัยอยู่ที่การหารูปแบบของแผ่นโลหะลอนเหลี่ยมที่มีอัตราส่วนความแข็งแรงต่อน้ำหนักสูงที่สุด โดยรูปทรงอย่างง่ายเพื่ออธิบายโครงสร้างนี้มีลักษณะดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 พารามิเตอร์ที่ควบคุมโครงสร้าง

การแปรผันค่าตัวแปรพารามิเตอร์เพื่อสร้างรูปแบบของชิ้นงานที่หลากหลายจะมีการจำแนกและควบคุมตัวแปรเป็นอัตราส่วนที่แตกต่าง เริ่มต้นแล้วจะอ้างอิงจากแผ่นเหล็กเรียบที่มีความกว้างเท่ากับ 1 เมตร ความยาวเท่ากับ 1 เมตร มีความหนาหรือ T ค่าหนึ่ง เมื่อนำไปดัดเป็นลอนต่าง ๆ โดยมีการควบคุมตัวแปรควบคุมโครงสร้าง

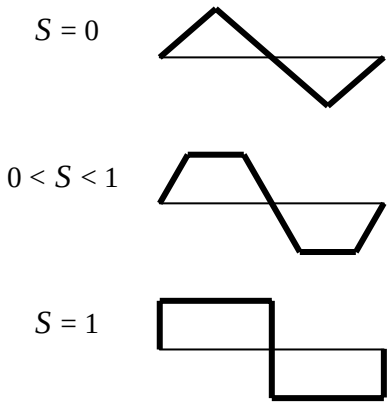
พารามิเตอร์ S ใช้ในการควบคุมโครงสร้างหลักของแผ่นเหล็กลอน S จะถูกควบคุมให้มีอัตราส่วนระหว่าง 0 และ 1 โดยที่

$S = 0$ จะมีลักษณะเป็นลอนสามเหลี่ยมสมมาตร

$S = 1$ จะมีลักษณะเป็นลอนสี่เหลี่ยมมุมฉากสมมาตร

$0 < S < 1$ จะมีลักษณะที่หลากหลายแตกต่างกัน

ดังนั้นขอบเขตของ S จึงกำหนดให้ $0 \le S \le 1$ ลักษณะที่เปลี่ยนไปของ S มีลักษณะดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 การแปรผันพารามิเตอร์ S ทำให้เกิดรูปทรงที่แตกต่าง

จำนวนลอน N จะควบคุมขนาดของพิทช์ โดยหนึ่งพิทช์จะเท่ากับความยาวทั้งหมดหารด้วยจำนวนลอน กำหนดให้ $5 \le N \le 20$

ความสูง H ถูกกำหนดให้อยู่ในช่วง $10-30$ มิลลิเมตร

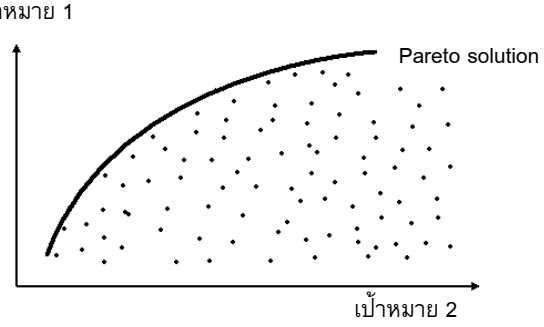
ความหนา T ถูกกำหนดให้อยู่ในช่วง $5-10$ มิลลิเมตร

3. การค้นหาคำตอบ

ในขั้นตอนการหาคำตอบจะใช้การสร้างกลุ่มประชากรเริ่มต้นซึ่งใช้การสุ่มสร้างด้วยการแปรผันตัวแปร S , N , H และ T เพื่อให้เกิดโครงสร้างที่หลากหลาย จากนั้นนำข้อมูลที่ได้จากการแปรผันลักษณะรูปร่างโครงสร้างผ่านกระบวนการขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมเพื่อคัดเลือกกลุ่มข้อมูล เพื่อบอกว่ารูปทรงแบบใดที่สอดคล้องกับอัตราส่วนความแข็งแรงต่อน้ำหนักที่ดี ทั้งนี้คำตอบที่ได้จะมีลักษณะเป็นชุดข้อมูล ซึ่งครอบคลุมช่วงปริมาตรที่สนใจ เรียกว่าคำตอบแบบพาเรโต

3.1 แนวโน้มคำตอบแบบพาเรโต

แนวโน้มคำตอบแบบพาเรโต [6] คือเส้นที่ลากบอกลักษณะแนวโน้มของกลุ่มข้อมูลซึ่งเป็นทฤษฎีในทางเศรษฐศาสตร์ที่บอกเกี่ยวกับความคุ้มค่าของข้อมูลดังกล่าว เมื่อนำมาประยุกต์ในทางวิศวกรรม สามารถนำไปใช้อธิบายได้ว่ากลุ่มข้อมูลชุดใดที่มีลักษณะใกล้เคียงกับ อัตราส่วนความแข็งแรงต่อน้ำหนักที่ต้องการ ลักษณะของแนวโน้มคำตอบดังรูปที่ 4

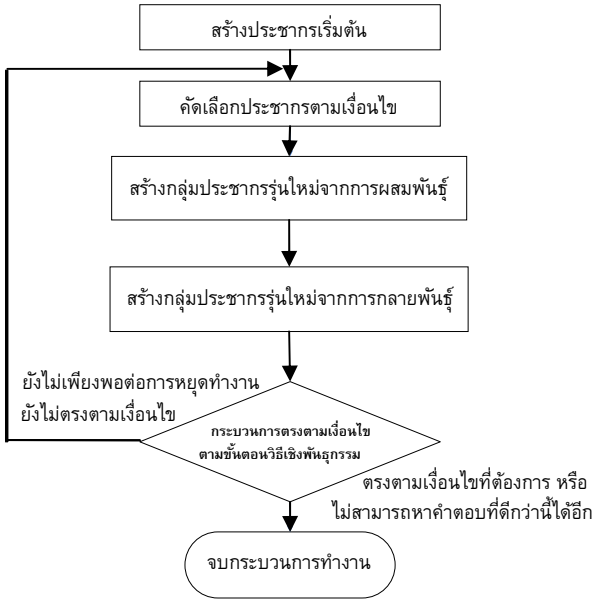


รูปที่ 4 แนวโน้มของคำตอบแบบพาเรโตแสดงด้วยเส้นแนวโน้ม

การหาเส้นแนวโน้มคำตอบแบบพาเรโตสามารถกระทำได้โดยการรวบรวมการออกแบบต่าง ๆ ที่อยู่ในอาณาเขตของ ฟังก์ชั่นเป้าหมาย ในการหาอาณาเขตของการออกแบบด้วยการออกแบบในแบบลองผิดลองถูก และถ้ามีแบบที่ทำการทดลองสร้างขึ้นมามีจำนวนมากเพียงพอส่วนหนึ่งของอาณาเขตของการออกแบบนั้นจะมาบรรจบกับแนวโน้มคำตอบของพาเรโตในท้ายที่สุด ดังงานวิจัยของ M. K. Rahman [7] ที่มีการทดลองค่าพารามิเตอร์ที่ควบคุมโครงสร้างที่แตกต่างกัน และใช้ทฤษฎีของพาเรโตเพื่ออธิบายความคุ้มค่าและลดต้นทุนวัสดุ

3.2 กระบวนการขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม

กระบวนการขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม (Genetic Algorithm หรือ GA) [8] เป็นเทคนิคการค้นหาใช้ในการคำนวณเพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุด เป็นการจัดเรียงค่าแบบค้นหาโดยรวมด้วยตนเองได้ การทำงานของ GA มีการทำงานคล้ายระบบการวิวัฒนาการของสิ่งมีชีวิต มีลักษณะการทำงานดังรูปที่ 5



รูปที่ 5 กระบวนการทำงานของ Genetic Algorithm

กระบวนการทั้งหมดเริ่มต้นด้วยการสร้างกลุ่มประชากรเริ่มต้นด้วยวิธีการสุ่มตัวพารามิเตอร์ S , N , H และ T โดยในการสุ่มแต่ละครั้งจะมีการคำนวณฟังก์ชั่นเป้าหมายที่ระบุในสมการที่ 1

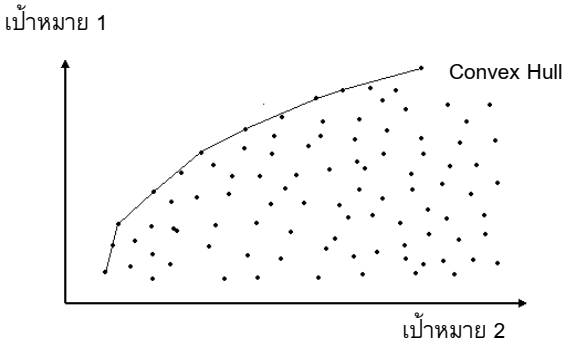
$$\frac{\frac{I_c(S,N,H,T)}{I_f}}{\frac{V_c(S,N,H,T)}{V_f}} \quad (1)$$

เมื่อ I_c คือโมเมนต์ความเฉื่อยของแผ่นโลหะลอน I_f คือโมเมนต์ความเฉื่อยของแผ่นเหล็กบางเรียบที่มีความหนาเท่ากับแผ่นโลหะลอน V_c คือปริมาตรของแผ่นโลหะลอน และกับ V_f คือปริมาตรของแผ่นโลหะเรียบ ที่มีความหนาเท่ากับแผ่นโลหะลอน

จากนั้นทำการคัดเลือกประชากรที่ดีที่สุดแล้ว นำมาผสมพันธุ์กันโดยให้มีการกลายพันธุ์จากการผสมพันธุ์เป็นบางส่วน เพื่อป้องกันการค้นหาที่จะกระจุกกันอยู่บางที่ของกลุ่มประชากร โดยรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนเป็นดังนี้

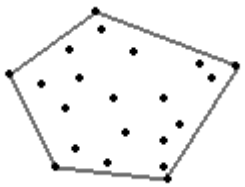
3.2.1 กระบวนการคัดเลือก

วิธีการคัดเลือกค่าที่มีความแข็งแรงต่อน้ำหนักที่ดีในงานวิจัยนี้จะสังเกตลักษณะของข้อมูลที่ประกอบด้วยข้อมูลความแข็งแรง และข้อมูลน้ำหนัก ลักษณะบริเวณขอบบนของกลุ่มประชากร แสดงถึงความแข็งแรงที่ดีต่อช่วงน้ำหนัก ณ. จุดนั้น ซึ่งความแข็งแรงต่อน้ำหนักที่ดีย่อมหมายถึงค่าของประชากรในบริเวณดังกล่าวบรรจุลักษณะที่ดีเอาไว้และการเรียงตัวบริเวณขอบนั้นจะมีลักษณะเป็นเส้นแนวโน้มซึ่งมีความใกล้เคียงกับลักษณะของ Convex Hull ดังรูปที่ 6



รูปที่ 6 ขอบเขตคำตอบของกลุ่มข้อมูล

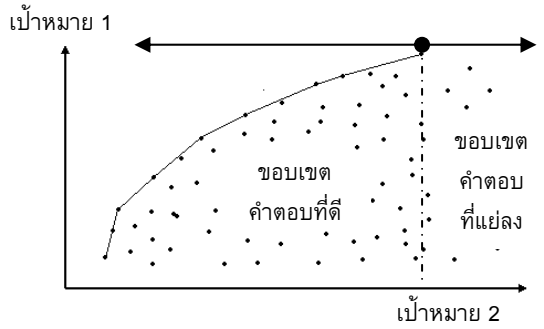
ในทางคณิตศาสตร์ Convex Hull ใช้สำหรับเรียกการเก็บรวบรวมกลุ่มของจุดบนระนาบของพื้นที่เวคเตอร์จำนวนจริง ด้วยขอบเขตเล็กที่สุดที่สามารถครอบคลุมจุดทั้งหมดเอาไว้ได้ดังรูปที่ 7



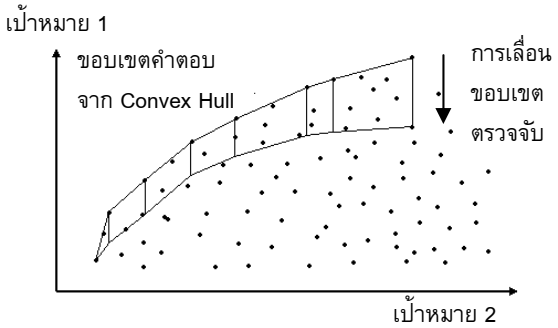
รูปที่ 7 ขอบเขตของ Convex Hull

กระบวนการคัดเลือกประชากรสำหรับขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม จะใช้การเลื่อนขอบเขตคำตอบ Convex Hull เพื่อตรวจจับข้อมูลที่อยู่ใกล้เคียงและเก็บไว้เป็นจำนวนที่ต้องการสำหรับการผสมในขั้นตอนถัดไป โดยการตรวจจับ Convex Hull จะเน้นไปยังขอบเขตด้านบนของกลุ่มข้อมูล สิ้นสุดขอบเขตที่ข้อมูลจุดที่มีค่าของเป้าหมาย 1 สูงสุด นั่นคือจุดบนสุด เนื่องจากประชากรในช่วงนี้มีลักษณะความแข็งแรงต่อน้ำหนักที่ดี แต่เลยจากจุดนี้ไปแล้วจะมีลักษณะของปริมาตรที่มากแต่ความแข็งแรงต่ำ หมายถึงอัตราส่วนความแข็งแรงต่อน้ำหนักลดลง ดังนั้นจึงไม่จำเป็นที่จะต้องค้นหาให้ครอบคลุมไปถึงส่วนดังกล่าว ความสำคัญของขอบเขตเป็นดังรูปที่ 8

การเลื่อนขอบเขตจัดเก็บประชากรที่จะใช้ในการผสมในขั้นตอนถัดไปจะทำโดยการแบ่งพื้นที่ระหว่างจุดแต่ละจุดบน Convex Hull กำหนดขอบเขตที่จะเลื่อนลงมาเป็น 2% ของระยะในแนวแกนตั้ง จากนั้นจึงสร้างพื้นที่ปิดและเก็บข้อมูลที่อยู่ในบริเวณพื้นที่ดังกล่าวจนกระทั่งได้จำนวนที่ต้องการ ถ้าการปิดล้อมขอบเขตตรวจจับเก็บข้อมูลได้ไม่มากพอ ก็จะทำการเลื่อนขอบเขตลงมาอีกเป็นระยะเท่าเดิมจากขอบเขตใหม่ จนกว่าข้อมูลที่ได้จะเพียงพอ จึงจะหยุดการเลื่อนขอบเขตดังรูปที่ 9



รูปที่ 8 ความสำคัญของขอบเขตข้อมูล

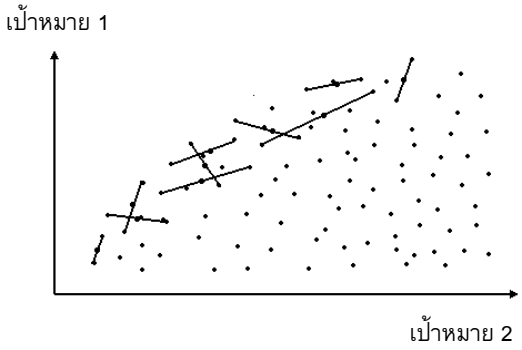


รูปที่ 9 การเลื่อนขอบเขตเพื่อเก็บข้อมูล

ผลที่เกิดขึ้นจากการผ่านกระบวนการขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม จะให้กลุ่มตัวเลขที่เมื่อนำไปสร้างเป็น Convex Hull ในรุ่นสุดท้ายนั้นมีลักษณะแนวโน้มที่ดีตามเส้นแนวโน้มของพาเรโต จึงสามารถสรุปได้ว่าเมื่อขั้นตอนทั้งหมดของกระบวนการขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมได้เสร็จสิ้นถึงรุ่นสุดท้าย Convex Hull ที่เกิดขึ้นจากกลุ่มข้อมูลชุดสุดท้ายจะบอกได้ถึงเส้นแนวโน้มที่ดี ตามลักษณะทฤษฎีของพาเรโต

3.2.2 กระบวนการสร้างประชากรจากการผสมพันธุ์

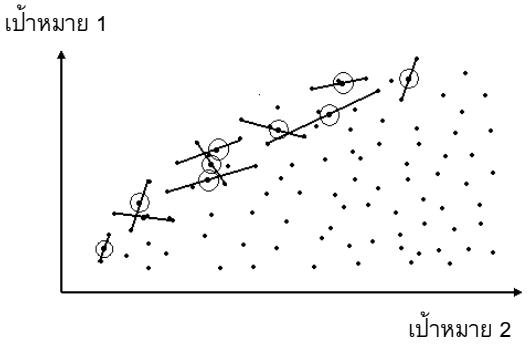
การผสมพันธุ์ของกลุ่มข้อมูล จะเริ่มจากการจับคู่ของโครงสร้างที่ต่างกันสองตัว พารามิเตอร์ภายในจะถูกจับมาแลกเปลี่ยนลักษณะองค์ประกอบของโครงสร้าง และจะก่อให้เกิดข้อมูลตัวใหม่ซึ่งมีลักษณะที่แตกต่างออกไป ดังรูปที่ 10



รูปที่ 10 การจับคู่และการให้กำเนิดข้อมูลใหม่ ซึ่งมีลักษณะบางประการสอดคล้องกับข้อมูลที่ให้กำเนิด

3.2.3 กระบวนการสร้างประชากรจากการกลายพันธุ์ของข้อมูล

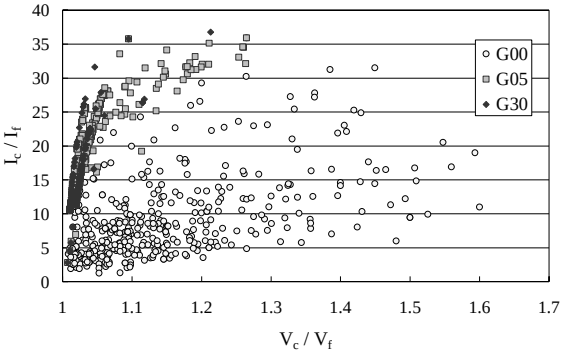
ประชากรบางส่วนถูกกำหนดให้เบี่ยงเบนไปในระหว่างการผสมพันธุ์ โดยเรียกว่าการกลายพันธุ์ (Mutation) ขึ้นในกลุ่มข้อมูล การกลายพันธุ์ป้องกันการค้นหาคำตอบกระจุก ณ. จุดใดจุดหนึ่ง ซึ่งจะได้คำตอบเพียงคำตอบเดียว การกลายพันธุ์ มีลักษณะดังรูปที่ 11



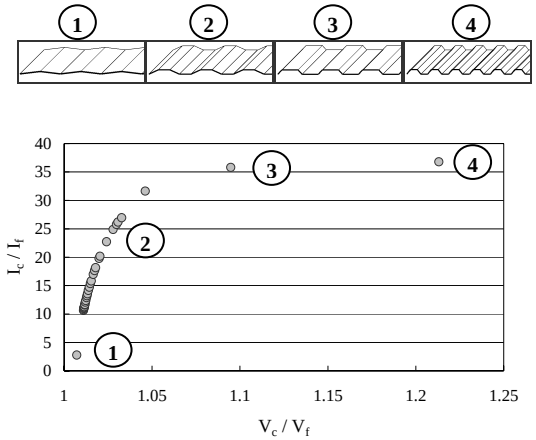
รูปที่ 11 การกลายพันธุ์กำหนดด้วยขอบเขตวงกลมซึ่งมีศูนย์กลางอยู่ที่การกำเนิดประชากรแบบปกติ การกลายพันธุ์จะเกิดอยู่ในเขตวงกลม

4. ผลลัพธ์

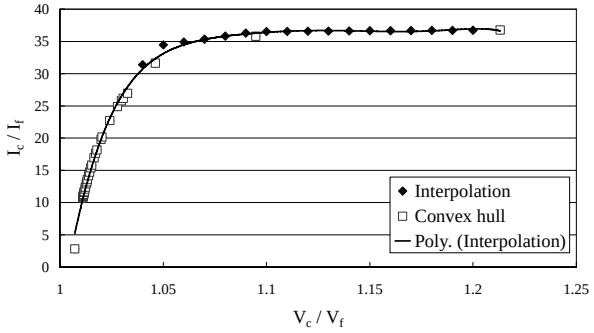
การทดลองทั้งหมดกระทำที่จำนวนของประชากรเริ่มต้น 400 ตัว คัดเลือกจำนวนกลุ่มประชากรทั้งหมดที่จะผ่านกระบวนการขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมเพื่อสร้างกลุ่มประชากรใหม่ออกเป็น 30% ของจำนวนประชากร 400 ตัว ภายในจำนวน 30% นี้จะประกอบด้วยประชากรที่เรียงตัวอยู่บน Convex Hull และประชากรบริเวณใกล้เคียง Convex Hull ถัดมาอีก 60% คือกลุ่มข้อมูลประชากรที่เกิดจากการผสมพันธุ์ของกลุ่มข้อมูลประชากรเก่าจำนวน 30% ของข้อมูลประชากรชุดก่อนที่อยู่บริเวณใกล้เคียงกับ Convex Hull และกำหนดให้เกิดการกลายพันธุ์อีก 10% ผ่านกระบวนการวิวัฒนาการทั้งสิ้น 30 รุ่น ผลลัพธ์ที่ได้ออกมาเป็นประชากรที่ผ่านการคัดเลือกดังรูปที่ 12 จากนั้นข้อมูลการคัดเลือกรุ่นสุดท้ายจะประกอบขึ้นมาเป็น Convex Hull ดังรูปที่ 13 และแนวโน้มคำตอบแบบพาเรโต ดังรูปที่ 14



รูปที่ 12 การกระจายตัวของผลลัพธ์

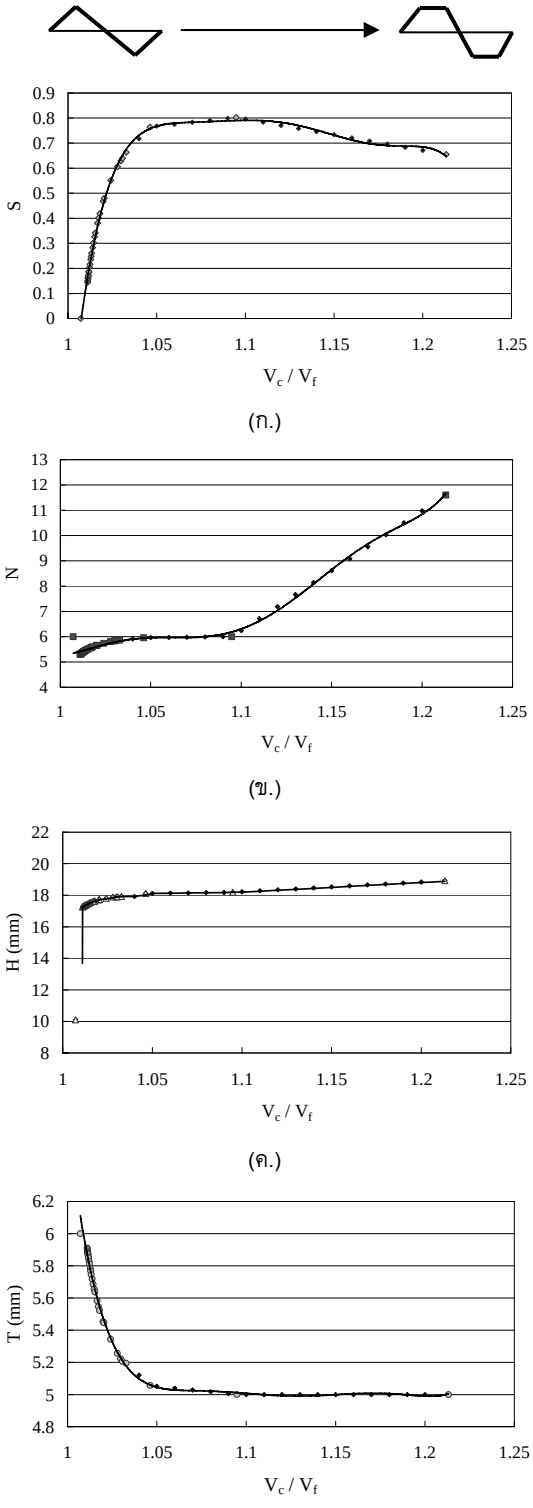


รูปที่ 13 Convex hull และรูปทรงบริเวณจุดต่าง ๆ



รูปที่ 14 แนวโน้มคำตอบ

หลังจากทดลองเป็นจำนวนวัฏจักรหนึ่ง พบว่ากลุ่มข้อมูลมีลักษณะลู่เข้าหาเส้น Convex Hull จนกระทั่งจบสิ้นกระบวนการทำงานที่ครั้งที่ 30 เนื่องจากไม่ว่าจะเพิ่มจำนวนขั้นตอนไปมากขึ้นเท่าไร ผลที่ได้มีแนวโน้มที่ไม่เปลี่ยนแปลงอีก จุดต่าง ๆ บนเส้นของ convex hull เริ่มปรากฏชัดเจนขึ้นเป็นเส้นแนวโน้มคำตอบ โดยที่สุดท้ายแล้วคำตอบจะประกอบด้วยชุดพารามิเตอร์ซึ่งเกี่ยวข้องในการก่อให้เกิดรูปทรงต่าง ๆ อันประกอบด้วยตัวแปรรูปทรง S จำนวนลอน N ความสูง H และความหนา T ดังรูปที่ 15



รูปที่ 15 ลักษณะเส้นแนวโน้มของตัวแปร รูปทรง (ก.) จำนวนลอน (ข.) ความสูง (ค.) ความหนา (ง.)

5. สรุป

ตัวแปรรูปทรง S จำนวนลอน N ความสูง H และความหนา T สามารถอธิบายรายละเอียดเกี่ยวกับการควบคุมลักษณะโครงสร้างของแผ่นเหล็กลอน ความแข็งแรงต่อน้ำหนัก โดยสามารถแสดงออกมาเป็นเส้นแนวโน้มของแต่ละตัวแปรได้

แนวโน้มของรูปทรง มีการเปลี่ยนแปลงไปตามการเพิ่มของอัตราส่วน V_C/V_f บริเวณที่ V_C/V_f มีค่าน้อยที่สุด ตัวแปรควบคุมรูปทรง S จะแสดงให้เห็นว่ารูปทรงเป็นทรงสามเหลี่ยม จำนวนลอน N และ ความสูง H มีค่าไม่มากนัก แต่มีความหนา T สูง และเมื่ออนุญาตให้ V_C/V_f มีค่าเพิ่มมากขึ้นเรื่อย ๆ จะพบว่ารูปทรง S มีแนวโน้มที่จะเปลี่ยนแปลงรูปร่างจากสามเหลี่ยมไปเป็นสี่เหลี่ยมคางหมู จำนวนลอน N และ ความสูง H มีค่าสูงขึ้นตามลำดับการเพิ่มของ V_C/V_f และความหนา T มีค่าลดลง

กระบวนการขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม สามารถแปรผันตัวแปรควบคุมโครงสร้างทั้งสี่ซึ่งส่งผลให้อัตราความแข็งแรงต่อน้ำหนักมีความเปลี่ยนแปลง เมื่อผ่านกระบวนการเป็นจำนวนหนึ่ง ผลลัพธ์ที่ได้อยู่บนเส้นแนวโน้มคำตอบของพาเรโต ซึ่งจะบอกถึงรูปแบบความแข็งแรงต่อน้ำหนักที่ดี ผลลัพธ์ที่ได้นี้คือชุดคำตอบสำหรับรูปแบบที่เหมาะสมที่สุดของโครงสร้างแผ่นลอน ที่มีปริมาตรต่างกัน

การศึกษานี้สามารถนำไปศึกษาต่อ ในด้านการค้นหาค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างจากการแปรผันค่าพารามิเตอร์ การโก่งงอของโครงสร้าง ที่เกิดขึ้นจากการแปรผันค่าพารามิเตอร์

เอกสารอ้างอิง

1. L.X. Peng, K.M. Liew, S. Kitipornchai, 2007, Analysis of stiffened Corrugated Sheet Metals based on the FSDT via the mesh-free method, International Journal of Mechanical Sciences 49 (2007), pp. 364–378
2. Bendsoe, M. P., 1989, Optimal Shape design as a material distribution problem, Structural optimization, No. 1, pp. 193 – 202.
3. Lou, J. and H. C. Gea, 1998, a systematic topology optimization approach for optimal stiffner design, Structural Optimization, Vol. 16, pp. 280 – 288.
4. C.-L. Lee, A. Mioduchowski and M. G. Faulkner, 1995, Optimization of corrugated claddings, Journal of structural engineering, Vol. 121, No. 8, ASCE
5. Faupel, H. H. and F. E. Fisher, 1981, Engineering design: a synthesis of stress analysis and materials engineering, John Wiley & Sons, New York.
6. Pareto, V., 1906, Manuale di econonomica politica, societa editrice libraria, Milano, Italy. (Translated into English by A.S. Schwier, Manual of political economy, MacMillan, New York, 1971).
7. M. K. Rahman, 1996, Optimization of panel forms for improvement in ship structures, Structural Optimization 11, pp. 195 – 212, Springer - Verlag
8. Jasbir S. Arora, 2004, Genetic Algorithms for Optimum Design, Introduction to Optimum Design 2nd edition, ELSEVIER