

การศึกษาและวิเคราะห์การสั่นของหุ่นยนต์ที่มีพื้นที่ในการทำงานแบบรูปสี่เหลี่ยม ในแนวตั้งโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

Vibration Study and Analysis of Vertical Cartesian Robot using The Finite Element Method

จิระพล ศรีเสริญผล* พีระยุทธ หวังรักไพบูลย์ และสุเมธี ถีสุงเนิน
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี อ.เมือง จ.นครราชสีมา 30000
โทร 0-4422-4760, โทรสาร 0-4422-3119, *อีเมลล์ jiraphon@sut.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้ได้ศึกษาและวิเคราะห์การสั่นของหุ่นยนต์ที่มีพื้นที่ในการทำงานแบบรูปสี่เหลี่ยมในแนวตั้ง (Vertical Cartesian Robot) ซึ่งมีลักษณะการเคลื่อนที่เหมือนกันกับหุ่นยนต์ที่มีอยู่ในอุตสาหกรรมต่างๆ โดยเฉพาะอุตสาหกรรมฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์ เป็นต้น ซึ่งการสั่นที่เกิดขึ้นในระหว่างการเคลื่อนที่ของ Vertical Cartesian Robot มีผลกระทบทำให้เกิดความผิดพลาดและสร้างความเสียหายในการทดสอบ HDD เช่น ปัญหาการสั่นพ้อง (Resonant) ในการศึกษาวิเคราะห์ความถี่ธรรมชาติ (Natural frequency) และรูปร่างการสั่น (Mode shape) ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot ที่มีขนาดความกว้าง 0.398 เมตร ความยาว 1.058 เมตร และความสูง 0.559 เมตร โดยเทคนิคทางกรวดและระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) ด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D ซึ่งผลที่ได้จะเป็นประโยชน์ต่อการควบคุมการสั่นของ Vertical Cartesian Robot ที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิตต่อไป

คำสำคัญ: การวิเคราะห์การสั่นสะเทือน ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

Abstract

This paper is to study and analyze the vibration of the Vertical Cartesian Robot which has in various industries, particularly in HDD industry. The mechanical vibrations will occur during the movement of Vertical Cartesian Robot and will affect to make the errors and damages in the HDD test such as resonant problem. In this study will analyze and determine the natural frequency and mode shape of Vertical Cartesian Robot model form by there is the size of 0.398 meter wide, 1.058 meter long, and 0.559 meter high by Measurement Technique and Finite Element Method using MSC.VisualNastran 4D program which the result will be useful against the vibration control of Vertical Cartesian Robot that occur in the manufacturing process.

Keywords: Vibration Analysis, Finite Element Method

1. บทนำ

การสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นในระบบมีผลต่ออายุการใช้งาน ความแข็งแรงคงทนของเครื่องจักรและฐานราก โดยเฉพาะความถี่ของแรงกระทำ (Exciting Frequency) ที่ตรงกับความถี่ธรรมชาติของระบบหลัก จะทำให้เกิดการสั่นพ้อง ซึ่งสร้างความเสียหายต่ออุปกรณ์อย่างยิ่ง

ในปัจจุบันการนำหุ่นยนต์ขนาดใหญ่ที่มีพื้นที่ในการทำงานแบบรูปสี่เหลี่ยมในแนวตั้ง เข้ามาประยุกต์ใช้ในอุตสาหกรรมนั้น เริ่มมีบทบาทในกระบวนการผลิตและทดสอบอย่างมาก การวิเคราะห์ด้านการสั่นเชิงกลของหุ่นยนต์ที่มีพื้นที่ในการทำงานแบบรูปสี่เหลี่ยมในแนวตั้งจึงมีความสำคัญอย่างยิ่ง การสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นกับกระบวนการผลิต รวมไปถึงรากฐานต่างๆ อาจสร้างความเสียหายและเป็นสาเหตุที่ทำให้เครื่องจักรนั้นมีอายุการใช้งานที่ลดลง ดังนั้นวิธีการตรวจหาการสั่นสะเทือนในเครื่องจักร โดยการใช้เครื่องมือวัดการสั่นสะเทือนเพื่อที่จะวิเคราะห์หาปัญหา เป็นการติดตามสภาพของเครื่องจักรกลในขณะที่กำลังทำงาน ทำให้สามารถป้องกันการเสียหายที่จะเกิดขึ้นกับเครื่องจักรได้ และเป็นการเพิ่มความมั่นคงและความน่าเชื่อถือให้กับระบบการผลิตในเชิงอุตสาหกรรม ซึ่งทำให้สามารถประหยัดค่าใช้จ่ายในด้านการบำรุงรักษาเครื่องจักร [1]

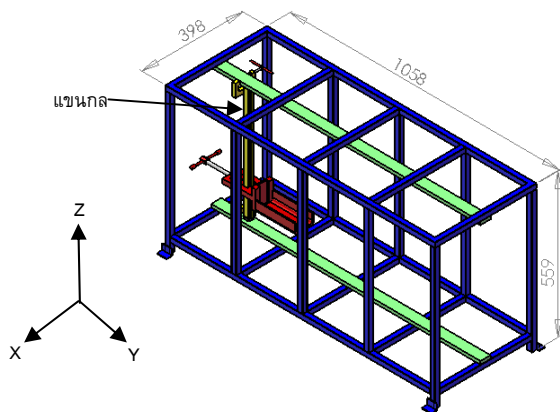
ในปี 1985 Alfonso Garcia Reynoso [2] ได้มีการศึกษาและวิเคราะห์ลักษณะทางพลวัตและการสั่นเชิงกลของหุ่นยนต์ที่มีพื้นที่ในการทำงานแบบรูปสี่เหลี่ยม (Cartesian Robot) ซึ่งลักษณะรูปร่างของหุ่นยนต์จะมีการเคลื่อนที่ใน 3 แนวแกน เพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยวิธี Component Mode Synthesis [3] แต่ยังมีวิธีที่ใช้หาความถี่ธรรมชาติได้อีกมากมายอย่างเช่น ในปี 1984 DeSilva C.W. และ Palusamy S.S. [4] ได้มีการทดลองและออกแบบโครงสร้างด้วยวิธี Experimental Modal Analysis โดยใช้เครื่องเขย่า (Shaker) ทดสอบเพื่อหาความถี่ธรรมชาติในแต่ละชิ้นส่วนของโครงสร้าง ในโดเมนเวลา และทำ Fast Fourier Transform (FFT) เพื่อวิเคราะห์ในโดเมนความถี่

การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของ Vertical Cartesian Robot ที่มีขนาดใหญ่ โดยวิธีแบบวิเคราะห์โหมดล (Modal Analysis) นั้นจำเป็นต้องมีการวัดหลายตำแหน่งพร้อมกัน ดังนั้นเครื่องมือวัดต้องมีย่าน

ข้อสัญญา และความยาวของสายเครื่องมือวัดที่เพียงพอ ซึ่งในการวัดบางตำแหน่งก็วัดไม่ได้เพราะหุ่นยนต์มีรูปร่างที่ซับซ้อน และมีค่าใช้จ่ายที่สูงมากในการใช้เครื่องมือวัดดังกล่าว สำหรับการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนโดยการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีที่นิยมใช้ มีความถูกต้อง และมีค่าใช้จ่ายที่ไม่สูง Mitiguy P.C. และ Banerjee, A.K.[5,6,7] ได้มีการศึกษาและหาค่าคงที่ของสปริงสำหรับคานที่ถูกยึดติดด้านหนึ่ง ด้วยเทคนิคระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยการประยุกต์ใช้โปรแกรม MSC.VisualNastran 2006 ซึ่งผลที่ได้มีความถูกต้องพอเพียง สำหรับบทความนี้ได้ศึกษาและวิเคราะห์การสั่นของหุ่นยนต์ที่มีพื้นที่ในการทำงานแบบรูปสี่เหลี่ยมในแนวตั้ง เพื่อหาความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นจำนวน 10 โหมดโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D เปรียบเทียบกับผลการวัดที่เกิดขึ้นกับแบบจำลอง

2. วิธีการดำเนินการวิจัย

การศึกษาและวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของหุ่นยนต์ที่มีพื้นที่ในการทำงานแบบรูปสี่เหลี่ยมในแนวตั้ง ที่ใช้ในภาคอุตสาหกรรมฮาร์ดดิสไดร์ฟนั้น มีขนาดจริงที่ใหญ่มาก จากปัญหาดังที่กล่าวมา สำหรับบทความนี้ได้ศึกษาและวิเคราะห์โดยการสร้างแบบจำลองของ Vertical Cartesian Robot ที่มีขนาดเล็กลงพร้อมแกนกลที่มีลักษณะการเคลื่อนที่เหมือนกับหุ่นยนต์โดยให้มีขนาดความกว้าง 0.398 เมตร ความยาว 1.058 เมตร และความสูง 0.559 เมตร ดังแสดงในรูปที่ 1. ซึ่งจะทำการศึกษาและวิเคราะห์เปรียบเทียบระหว่างระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ด้วยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D กับการวัดที่เกิดขึ้นของแบบจำลอง โดยแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot เปลี่ยนตำแหน่งไปตามแกน Y เป็นระยะละ 10 เซนติเมตร (10 ,20 ,30 ,...,100 เซนติเมตร) และเปลี่ยนตำแหน่งแกน Z ไปตามแนวตั้งเป็นระยะละ 10 เซนติเมตร (10 ,20 ,30 ,40 เซนติเมตร)



รูปที่ 1. แสดงแบบจำลองของ Vertical Cartesian Robot

การสร้างขึ้นส่วนของ Vertical Cartesian Robot โดยใช้โปรแกรม SolidWork แล้วนำชิ้นส่วนที่ได้มาประกอบกัน การกำหนดคุณสมบัติชิ้นส่วนซึ่งในงานวิจัยนี้จะกำหนดให้วัสดุเป็นเหล็ก ANSIC1020 และมีจุดยึดติดกับพื้นบริเวณฐานของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot โดยใช้โปรแกรม MSC.VisualNastran 4D ส่วนเทคนิคการวัดเป็นการ

ทดสอบแบบการดล(Impact test) โดยใช้ Dynamic Signal Analyzer รุ่น 35670A ร่วมกับโปรแกรม HP 35639A Data Viewer และTriaxial Accelerometer K-Shear type 8792A ของ Kistler ในการวิเคราะห์และเก็บข้อมูล

3. ผลการวิเคราะห์การสั่นสะเทือน

ในการวิเคราะห์จะพิจารณาความถี่ธรรมชาติจำนวน 10 โหมด โดยที่แกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot อยู่ที่ตำแหน่งต่างๆ ตามแกน Y และแกน Z

ตารางที่ 1 แสดงความถี่ธรรมชาติจำนวน 10 โหมด โดยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D เมื่อแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot อยู่ที่ตำแหน่งแกน Y จากระยะ 10 - 50 cm โดยที่ตำแหน่งแกน Z เป็นระยะ 10 cm

| Mode No. | Frequency Measurement (Hz) | | | | |
|----------|----------------------------|--------|--------|--------|--------|
| | 10 cm | 20 cm | 30 cm | 40 cm | 50 cm |
| 1 | 41.52 | 42.65 | 40.47 | 41.87 | 39.81 |
| 2 | 51.67 | 51.81 | 51.85 | 52.29 | 52.49 |
| 3 | 59.23 | 63.60 | 61.27 | 61.13 | 60.59 |
| 4 | 63.60 | 70.89 | 66.30 | 62.31 | 60.78 |
| 5 | 75.23 | 106.72 | 75.29 | 117.93 | 75.43 |
| 6 | 94.13 | 133.80 | 115.54 | 119.18 | 117.02 |
| 7 | 155.19 | 150.25 | 143.25 | 159.73 | 135.66 |
| 8 | 158.21 | 172.67 | 151.70 | 179.92 | 170.32 |
| 9 | 182.51 | 183.07 | 184.85 | 194.77 | 191.58 |
| 10 | 186.87 | 202.86 | 189.72 | 213.69 | 193.31 |

ตารางที่ 2 แสดงความถี่ธรรมชาติจำนวน 10 โหมด โดยโปรแกรม MSC.VisualNastran 4D เมื่อแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot อยู่ที่ตำแหน่งแกน Y จากระยะ 60 - 100 cm โดยที่ตำแหน่งแกน Z เป็นระยะ 10 cm

| Mode No. | Frequency Measurement (Hz) | | | | |
|----------|----------------------------|--------|--------|--------|--------|
| | 60 cm | 70 cm | 80 cm | 90 cm | 100 cm |
| 1 | 39.78 | 40.21 | 40.92 | 42.70 | 43.22 |
| 2 | 52.70 | 52.58 | 52.31 | 52.14 | 51.69 |
| 3 | 60.74 | 60.88 | 61.62 | 65.35 | 70.04 |
| 4 | 61.25 | 64.76 | 69.73 | 75.19 | 76.90 |
| 5 | 75.74 | 76.49 | 77.43 | 104.30 | 109.64 |
| 6 | 115.73 | 113.21 | 110.67 | 143.34 | 156.34 |
| 7 | 134.63 | 138.00 | 144.47 | 148.23 | 159.22 |
| 8 | 170.99 | 157.21 | 149.58 | 168.86 | 175.77 |
| 9 | 187.73 | 184.91 | 184.25 | 192.05 | 185.15 |
| 10 | 188.96 | 189.40 | 192.42 | 197.80 | 190.42 |

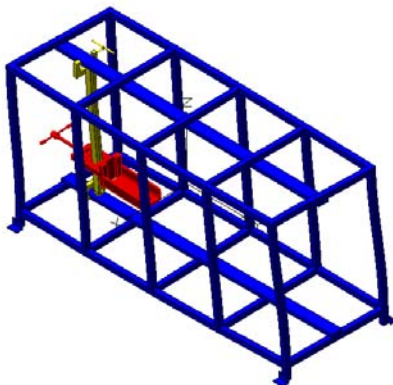
ตารางที่ 3 แสดงความถี่ธรรมชาติจำนวน 10 โหมด โดยเทคนิคการวัดเมื่อแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot อยู่ที่ตำแหน่งแกน Y จากระยะ 10 - 50 cm โดยที่ตำแหน่งแกน Z เป็นระยะ 10 cm

| Mode No. | Frequency Measurement (Hz) | | | | |
|----------|----------------------------|-------|-------|-------|-------|
| | 10 cm | 20 cm | 30 cm | 40 cm | 50 cm |
| 1 | 40.0 | 40.5 | 40.0 | 41.0 | 39.5 |
| 2 | 50.0 | 50.3 | 50.3 | 50.0 | 50.3 |
| 3 | 56.5 | 63.8 | 62.0 | 61.5 | 59.5 |
| 4 | 58.8 | 71.8 | 64.8 | 70.5 | 63.5 |
| 5 | 74.3 | 103.8 | 71.8 | 111.8 | 70.5 |
| 6 | 93.5 | 128.8 | 110.5 | 117.5 | 116.8 |
| 7 | 153.8 | 150.8 | 141.5 | 155.8 | 135.0 |
| 8 | 156.8 | 172.3 | 162.5 | 178.3 | 168.8 |
| 9 | 171.8 | 183.3 | 182.5 | 194.0 | 186.8 |
| 10 | 187.5 | 199.8 | 186.8 | 211.5 | 192.8 |

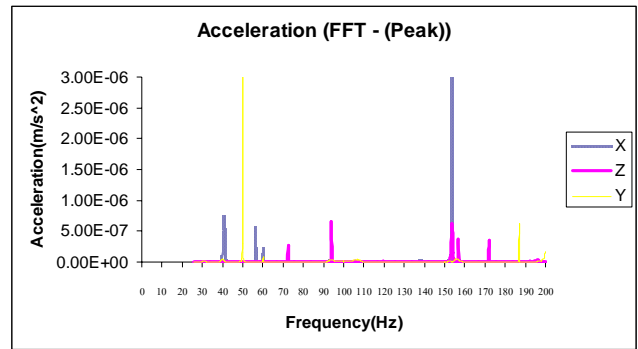
ตารางที่ 4 แสดงความถี่ธรรมชาติจำนวน 10 โหมด โดยเทคนิคการวัดเมื่อแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot อยู่ที่ตำแหน่งแกน Y จากระยะ 60 - 100 cm โดยที่ตำแหน่งแกน Z เป็นระยะ 10 cm

| Mode No. | Frequency Measurement (Hz) | | | | |
|----------|----------------------------|-------|-------|-------|--------|
| | 60 cm | 70 cm | 80 cm | 90 cm | 100 cm |
| 1 | 39.5 | 40.0 | 40.0 | 39.5 | 42.5 |
| 2 | 50.5 | 50.5 | 50.0 | 50.0 | 50.3 |
| 3 | 61.0 | 60.5 | 61.0 | 63.5 | 70.5 |
| 4 | 62.5 | 62.0 | 68.0 | 72.3 | 74.5 |
| 5 | 71.8 | 77.5 | 75.5 | 104.3 | 106.5 |
| 6 | 117.5 | 110.5 | 108.5 | 144.0 | 156.5 |
| 7 | 133.5 | 134.5 | 141.0 | 147.5 | 158.5 |
| 8 | 164.0 | 155.0 | 145.5 | 168.0 | 174.5 |
| 9 | 178.0 | 181.5 | 179.5 | 192.0 | 185.3 |
| 10 | 187.8 | 188.5 | 191.0 | 198.0 | 189.5 |

frequency:
Y-axis-1 = 41.523 Hz
X-axis-1 = 41.523 Hz
Box-1 = 41.523 Hz



รูปที่ 2. แสดงรูปร่างการสั่นโหมดที่ 1 ที่ได้จากโปรแกรม MSC. VisualNastran 4D เมื่อแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot ที่ตำแหน่งแกน Y เป็นระยะ 10 cm โดยที่ตำแหน่งแกน Z เป็นระยะ 10 cm



รูปที่ 3. แสดงผลที่ได้จากการวัด เมื่อแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot อยู่ที่ตำแหน่งแกน Y เป็นระยะ 10 cm โดยที่ตำแหน่งแกน Z เป็นระยะ 10 cm

ผลที่ได้จากการวัดเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากโปรแกรม MSC. VisualNastran 4D เมื่อแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot อยู่ที่ตำแหน่งแกน Y จากระยะ 10 - 100 cm โดยที่ตำแหน่งแกน Z เป็นระยะ 10 cm ดังแสดงในตาราง 1 - 4 ส่วนรูปที่ 2 แสดงรูปร่างการสั่นโหมดที่ 1 ซึ่งเกิดการสั่นในแนวแกน X และรูปที่ 3 แสดงผลการวัดความเร่งที่วัดในแกน X,Y,Z ในโดเมนความถี่

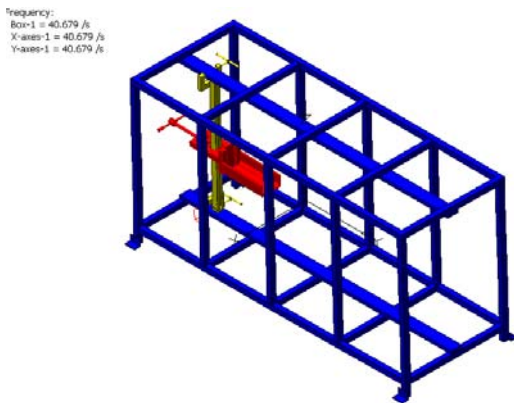
ตารางที่ 5 -6 แสดงความถี่ธรรมชาติจำนวน 10 โหมด เมื่อแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot อยู่ที่ตำแหน่งต่างๆ ตามแกน Z จากระยะ 10 - 40 cm โดยที่ตำแหน่งแกน Y เป็นระยะ 10 cm ที่ได้จากการวัดเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากโปรแกรม MSC. VisualNastran 4D ส่วนรูปที่ 4 แสดงรูปร่างการสั่นโหมดที่ 1 ซึ่งเกิดการสั่นในแนวแกน X เช่นกันและรูปที่ 5 เป็นผลการวัดความเร่งที่วัดในแกน X,Y,Z ในโดเมนความถี่

ตารางที่ 5 แสดงความถี่ธรรมชาติจำนวน 10 โหมด โดยโปรแกรม MSC. VisualNastran 4D เมื่อแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot อยู่ที่ตำแหน่งแกน Z จากระยะ 10 - 40 cm โดยที่ตำแหน่งแกน Y เป็นระยะ 10 cm

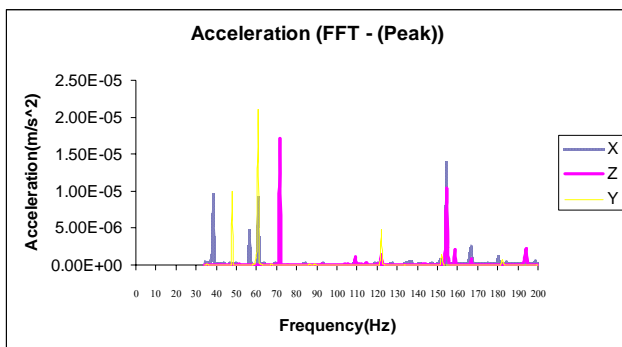
| Mode No. | Frequency Measurement (Hz) | | | |
|----------|----------------------------|--------|--------|--------|
| | 10 cm | 20 cm | 30 cm | 40 cm |
| 1 | 41.52 | 40.68 | 38.69 | 37.61 |
| 2 | 51.67 | 50.48 | 48.66 | 46.75 |
| 3 | 59.23 | 57.96 | 54.01 | 56.58 |
| 4 | 63.60 | 64.16 | 61.33 | 75.97 |
| 5 | 75.23 | 76.40 | 76.59 | 91.26 |
| 6 | 94.13 | 111.27 | 99.81 | 104.17 |
| 7 | 155.19 | 129.39 | 150.13 | 156.21 |
| 8 | 158.21 | 153.94 | 155.86 | 158.29 |
| 9 | 182.51 | 160.54 | 170.67 | 184.93 |
| 10 | 186.87 | 167.78 | 182.49 | 209.61 |

ตารางที่ 6 แสดงความถี่ธรรมชาติจำนวน 10 โหมด โดยเทคนิคการวัดเมื่อแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot อยู่ที่ตำแหน่งแกน Z จากระยะ 10 - 40 cm โดยที่ตำแหน่งแกน Y เป็นระยะ 10 cm

| Mode No. | Frequency Measurement (Hz) | | | |
|----------|----------------------------|-------|-------|-------|
| | 10 cm | 20 cm | 30 cm | 40 cm |
| 1 | 40.0 | 38.5 | 38.0 | 36.5 |
| 2 | 50.0 | 48.5 | 46.5 | 46.0 |
| 3 | 56.5 | 56.5 | 51.5 | 56.0 |
| 4 | 58.8 | 61.5 | 61.0 | 75.0 |
| 5 | 74.3 | 71.5 | 75.0 | 92.0 |
| 6 | 93.5 | 109.5 | 98.5 | 104.0 |
| 7 | 153.8 | 122.5 | 149.5 | 155.5 |
| 8 | 156.8 | 154.5 | 155.5 | 156.5 |
| 9 | 171.8 | 159.0 | 169.5 | 184.0 |
| 10 | 187.5 | 167.0 | 181.0 | 210.0 |



รูปที่ 4. แสดงรูปร่างการสั่นโหมดที่ 1 ที่ได้จากโปรแกรม MSC. VisualNastran 4D เมื่อแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot ที่ตำแหน่งแกน Y เป็นระยะ 10 cm โดยที่ตำแหน่งแกน Z เป็นระยะ 20 cm



รูปที่ 5. แสดงผลที่ได้จากการวัด เมื่อแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot อยู่ที่ตำแหน่งแกน Y เป็นระยะ 10 cm โดยที่ตำแหน่งแกน Z เป็นระยะ 20 cm

4.สรุป

ผลการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นที่แสดงรูปร่างการสั่นและความถี่ธรรมชาติจำนวน 10 โหมด เมื่อแกนกลของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot อยู่ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ตามแกน Y และแกน Z นั้น เราจะได้ว่าความถี่พื้นฐาน (Fundamental frequency) ของแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot จะอยู่ในช่วง 36 Hz ถึง 43.5 Hz และเมื่อพิจารณาในตำแหน่งต่าง ๆ ของแกนกล เราจะได้ช่วงความถี่ที่เกิดขึ้นในช่วง 36 Hz ถึง 214 Hz ผลที่ได้จากการเทคนิคการวัดจริงจากแบบจำลอง Vertical Cartesian Robot เปรียบเทียบกับผลที่ได้จากโปรแกรม MSC. VisualNastran 4D นั้นมีความถูกต้องที่สอดคล้องกัน ดังนั้นการประยุกต์ใช้โปรแกรม MSC. VisualNastran 4D ในวิเคราะห์การสั่นสะเทือนเพื่อหาความถี่ธรรมชาติและรูปร่างการสั่นของหุ่นยนต์ที่มีขนาดใหญ่ ที่มีอยู่ในภาคอุตสาหกรรมได้

7.กิตติกรรมประกาศ งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากศูนย์วิจัยร่วมเฉพาะทางด้านการผลิตขั้นสูงในอุตสาหกรรมฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์ และศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ สำนักงานวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ

เอกสารอ้างอิง

1. ประดิษฐ์ หมู่มืองสอง และ สุขฐาน หรรษสุข, 2006. การวิเคราะห์การสั่นสะเทือน (Vibration Analysis). Industrial Management and Technical Series, 2006, 282 pp.
2. Alfonso Garcia Reynoso. 1985. Structural Dynamics Model of a Cartesian Robot. D.Sc.(Mechanical Engineering) Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 218pp.
3. Craig,R.R. Jr. 1977. Method of Component Mode Synthesis. The Shock and Vibration Digest, 9 (11), pp.3-10.
4. DeSilva C.W. and Palusamy S.S. 1984. Experimental Modal Analysis - A Modeling and Design Tool. Mechanical Engineering, ASME,106(6), pp.56-65.
5. Mitiguy, P.C. and Banerjee, A.K. 2002. Constraint Force Algorithm for Formulating Equations of Motion Proceeding of the First Asian Conference on Multibody Dynamics, pp.606-608.
6. Mitiguy, P.C. and Banerjee, A.K. Determination of Spring Constants for Modeling Flexible Beams. Working Model Technical Paper, June 1996.
7. Mitiguy, P.C. and Reckdahl, K.J. The Definition of Product of Inertia, Working Model Technical Paper, June 1998.