

## วิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติดัดแปลง

### The Modified Normalized Normal Constraint Method

สุวิน สลีสองสม<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup> สาขาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ วิทยาลัยเชียงใหม่ อ.เมือง จ.เชียงใหม่ 57000  
โทร 0-5371-0081 โทรสาร 0-5371-0081 \*อีเมลล์ suwins2000@yahoo.com

Suwin Slesongsom<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup> Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Chiangrai College,  
Chiangrai 57000, Thailand, Tel: 0-5371-0081 Fax: 0-5371-0081 \*E-mail: suwins2000@yahoo.com

#### บทคัดย่อ

การออกแบบทางวิศวกรรมจะเกี่ยวข้องกับ ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายฟังก์ชันเป้าหมาย วิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติจัดเป็นวิธีการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายฟังก์ชันเป้าหมาย ที่มีการกำหนดความชอบภายหลังจากทำการบรรณาการหาค่าเหมาะสมที่สุดเสร็จสิ้นแล้ว วิธีการดังกล่าวนี้ จะทำการหาเซตของผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดวงกว้างของพาเรโตก่อน แล้วจึงนำผลที่ได้มาแสดงให้ผู้ทำการตัดสินใจเลือกปัญหาที่พบจากการใช้วิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติ ก็คือการกำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปรออกแบบที่เป็นผลให้การหาค่าเหมาะสมที่สุดเข้าสู่ผลเฉลยได้ยาก จึงกลายเป็นที่มาของวัตถุประสงค์ของงานวิจัยฉบับนี้ เพื่อนำเสนอการพัฒนาวิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติไปเป็นวิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติดัดแปลงและเปรียบเทียบเวลาในการเข้าสู่ผลเฉลยโดยใช้วิธีการทางสถิติในการศึกษาจะทำการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการเข้าสู่ผลเฉลยของปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุด 2 ปัญหา โดยแบ่งเป็น 2 กรณี คือ กรณีแรกกำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปรออกแบบโดยการสุ่ม และกรณีที่สอง กำหนดค่าเริ่มต้นโดยใช้จุดยึดเหนี่ยวของปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายฟังก์ชันเป้าหมาย เป็นค่าเริ่มต้น ซึ่งเหมาะกับปัญหาที่เข้าสู่ผลเฉลยได้ยาก จากผลการศึกษากรณีแรกจากกลุ่มตัวอย่างที่ทำการศึกษา พบว่าวิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติดัดแปลง ใช้เวลาเฉลี่ยในการเข้าสู่ผลเฉลยได้ช้ากว่าวิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติ ทั้งปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดที่ 1 และ 2 แต่ให้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานดีกว่า กรณีที่สองจากกลุ่มตัวอย่างที่ทำการศึกษา พบว่าวิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติดัดแปลง ใช้เวลาเฉลี่ยในการเข้าสู่ผลเฉลยได้ดีกว่าวิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติทั้งปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดที่ 1 และ 2 และให้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ดีกว่าอีกด้วย จาก การปรับปรุงดังกล่าว เป็นผลให้สามารถแก้ปัญหาการเข้าสู่ผลเฉลยได้เร็วขึ้น

#### Abstract

The engineering designs are deal with multi-objective optimization problem. The Normalized Normal Constraint method is the multi-objective optimization, which enables to first search the solution space for a set of Pareto optimal solutions and presents them to the decision-maker. The encounter problems are defining the initial variables that result to converging to the solutions. The purpose of this research is to improve the Normalized Normal Constraint method to the Modified Normalized Normal Constraint method and to compare the time computing due to the converging to the solution by using the statistics. In this research we studied two cases, firstly by defining the initial variables by using random and secondly by defining the initial variable by using anchor point of the multi-objective optimization problem which convenient for the problem that hard to converging to the solutions. The results from this research are in the first case the time computing used by the Normalized Normal Constraint method is better than the Modified Normalized Normal Constraint method but the time standard deviation is not. Next case, the time computing and time standard deviation used by the Modified Normalized Normal Constraint method are better than the Normalized Normal Constraint method. Such that, the results from this improvement bring to the better convergence.

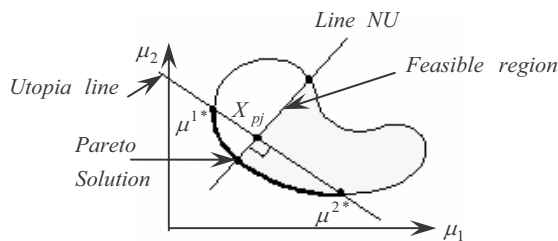
#### 1. บทนำ

ปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดในด้านวิศวกรรมโดยส่วนใหญ่ นั้น จะเกี่ยวข้องกับฟังก์ชันเป้าหมายหลายฟังก์ชันพร้อมกัน ตัวอย่างเช่น ต้องการออกแบบโครงสร้างสะพานให้มีน้ำหนักต่ำสุด และในขณะเดียว

กันก็ต้องการให้โครงสร้างมีความแข็งแรงสูงสุด จะเห็นว่าวัตถุประสงค์ทั้งสองนั้นมีความขัดแย้งกัน ปัญหาดังกล่าวจึงเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบหลายฟังก์ชันเป้าหมาย [1,2] มีงานวิจัยจำนวนมากมาที่ศึกษาวิธีการแก้ปัญหาดังกล่าวแต่ในที่นี้ จะกล่าวถึงเฉพาะวิธีการที่มีการกำหนดความชอบ ภายหลังทำการหาค่าเหมาะที่สุด [3-5] Messac และคณะ [5] ได้นำเสนอวิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติ ซึ่งเป็นวิธีการที่มีคุณสมบัติดีคือ สามารถสร้างเซตของผลเฉลยพาราโตนในบริเวณออกแบบที่มีการกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอ โดยไม่ละทิ้งบริเวณหนึ่งบริเวณใด สร้างผลเฉลยพาราโตนที่ใช้งานได้ทั้งหมด สร้างเฉพาะผลเฉลยพาราโตนเท่านั้น และสามารถนำไปประยุกต์ ใช้งานได้ง่าย แต่จากการศึกษา [6] พบว่า การกำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปรออกแบบเป็นผลให้ การหาค่าเหมาะที่สุดเข้าสู่ผลเฉลยได้ยาก จึงกลายเป็นที่มาของวัตถุประสงค์ ของงานวิจัยฉบับนี้ ประการแรกเพื่อนำเสนอการพัฒนาวิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติ ไปเป็นวิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติดัดแปลง และประการที่สอง เพื่อเปรียบเทียบเวลาในการเข้าสู่ผลเฉลยโดยใช้วิธีการทางสถิติ

2. วิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติดัดแปลง

วิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติดัดแปลง เป็นวิธีการที่ใช้ในการแก้หาผลเฉลยของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบหลายฟังก์ชันเป้าหมาย ผลเฉลยที่ได้จะไม่ได้ดีมีเพียงผลเฉลยเดียว แต่จะมีผลเฉลยเป็นเซต วิธีการดังกล่าวนี้เป็นวิธีการที่ปรับปรุงขึ้นโดยตัวผู้เขียน โดยปรับปรุงมาจากวิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติของ Messac และคณะ [5]



รูปที่ 1 แสดงหลักการวิธีการข้อบังคับตั้งฉากดัดแปลง

หลักการวิธีการข้อบังคับตั้งฉากดัดแปลงสามารถอธิบายได้ดังนี้ กรณีปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบ 2 ฟังก์ชันเป้าหมาย ดังรูปที่ 1 เมื่อ  $\mu_1$  คือ ฟังก์ชันเป้าหมายที่ 1 และ  $\mu_2$  คือ ฟังก์ชันเป้าหมายที่ 2 เส้นโค้งปิดจะแทนบริเวณเป็นไปได้ดั้งเดิม พาราโตนเฟรอนเทียร์ที่เกิดจากบริเวณเป็นไปได้ดังกล่าวจะแสดงด้วยเส้นทึบ ซึ่งมีจุดปลายหรือจุดยึดเหนี่ยวเป็น  $\mu_1^*$  และ  $\mu_2^*$  จุดยึดเหนี่ยวทั้งสองนี้หาได้โดยการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดของแต่ละฟังก์ชันเป้าหมาย ลากเส้นตรงเชื่อมจุดปลายทั้งสอง ให้ชื่อเส้นนี้ว่า เส้นยูโทเปีย กำหนดจุดใดๆ  $X_{pj}$  บนเส้นยูโทเปีย ลากเส้นตั้งฉากกับเส้นยูโทเปียผ่านจุดดังกล่าว ให้ชื่อเส้นตั้งฉากนี้ว่า เส้นเอ็นยู กำหนดฟังก์ชันข้อบังคับเพิ่มเติมโดยอาศัยความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ตามแนวเส้นยูโทเปีย กับเวกเตอร์ที่พุ่งจาก  $X_{pj}$  ไปยังจุดใดๆ ในบริเวณเป็นไปได้ เป็นผลให้บริเวณเป็นไปได้ของปัญหาจะลดลงเหลือเฉพาะบริเวณที่อยู่บนเส้น เอ็นยูเท่านั้น ซึ่ง

แตกต่างจากวิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติ ที่จำกัดบริเวณเป็นไปได้ไร้มิติให้อยู่ในบริเวณเหนือเส้น NU เท่านั้นแก้ปัญหาการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันเป้าหมายที่ 1 หรือ 2 ผลเฉลยที่ได้คือผลเฉลยของพาราโตน การสร้างเซตของผลเฉลยพาราโตน สามารถทำได้โดยการกำหนดการเพิ่มขึ้นของตำแหน่ง  $X_{pj}$  ตามแนวเส้นยูโทเปีย ส่วนสาเหตุของการปรับปรุงวิธีการดังกล่าวนี้มาเป็นวิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติดัดแปลง เพื่อแก้ปัญหาการกระจายตัวไม่สม่ำเสมอของเซตผลเฉลยพาราโตน อันเนื่องมาจากความแตกต่างของฟังก์ชันเป้าหมาย

ขั้นตอนการพัฒนาวิธีการข้อบังคับตั้งฉากดัดแปลงไร้มิติสามารถอธิบายได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1: หาจุดยึดเหนี่ยว  $\mu_1^*$  และ  $\mu_2^*$  โดยการหาค่าเหมาะที่สุดของฟังก์ชันเป้าหมายที่ 1 และ 2

$$\min \{ \mu_i(\bar{x}) \} \quad (1 \leq i \leq 2)$$

โดยมีฟังก์ชันข้อบังคับเป็น

$$g_q(\bar{x}) \leq 0 \quad (1 \leq q \leq r) \quad (1)$$

$$h_j(\bar{x}) = 0 \quad (1 \leq j \leq v)$$

$$\bar{x}_i \leq \bar{x}_i \leq \bar{x}_u \quad (1 \leq i \leq n_x)$$

ขั้นตอนที่ 2: เปลี่ยนปัญหาให้อยู่ในรูปไร้มิติ

เปลี่ยนฟังก์ชันเป้าหมายให้อยู่ในรูปไร้มิติ เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาอันเกิดจากความแตกต่างของค่าฟังก์ชันเป้าหมาย โดยกำหนดให้  $\ell_1$  และ  $\ell_2$  เป็นระยะทางระหว่าง  $\mu_1^*$  และ  $\mu_2^*$  ถึงจุดยูโทเปีย  $\mu^u$  ดังนี้

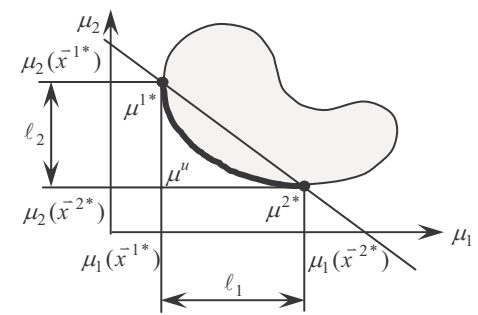
$$\ell_1 = \mu_1(\bar{x}^{2*}) - \mu_1(\bar{x}^{1*}) \quad (2)$$

$$\ell_2 = \mu_2(\bar{x}^{1*}) - \mu_2(\bar{x}^{2*}) \quad (3)$$

จากสมการ (2) และ (3) สามารถเปลี่ยนฟังก์ชันเป้าหมายให้อยู่ในรูปไร้มิติได้เป็น

$$\bar{\mu} = \left[ \frac{\mu_1(\bar{x}) - \mu_1(\bar{x}^{1*})}{\ell_1} \quad \frac{\mu_2(\bar{x}) - \mu_2(\bar{x}^{2*})}{\ell_2} \right]^T \quad (4)$$

เป็นผลให้สามารถเปลี่ยนบริเวณเป็นไปได้ของปัญหาดั้งเดิมดังรูปที่ 2 ไปเป็นบริเวณเป็นไปได้ไร้มิติดังรูปที่ 3

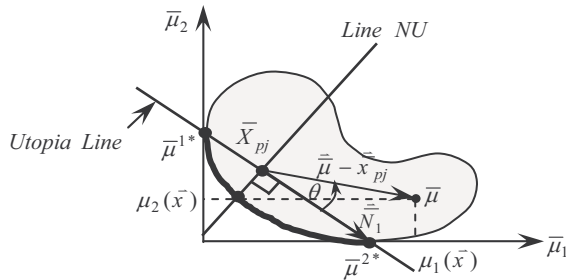


รูปที่ 2 แสดงบริเวณเป็นไปได้ของปัญหาดั้งเดิม

ขั้นตอนที่ 3: สร้างฟังก์ชันข้อบังคับจำกัดบริเวณเป็นไปได้ของปัญหา สร้างเวกเตอร์  $\bar{N}_1$  ซึ่งเป็นเวกเตอร์ที่พุ่งจากจุด  $\bar{\mu}^{1*}$  ไปยัง  $\bar{\mu}^{2*}$

$$\vec{N}_1 = \vec{\mu}^{2*} - \vec{\mu}^{1*} \quad (5)$$

เมื่อ  $\vec{N}_1$  คือ เวกเตอร์ที่ลากจากจุด  $\vec{\mu}^{1*}$  ไปยัง  $\vec{\mu}^{2*}$



รูปที่ 3 แสดงบริเวณเป็นไปได้ของปัญหาในรูปแบบไร้มิติ

สร้างเวกเตอร์แสดงตำแหน่งของจุด  $\vec{X}_{pj}$

$$\vec{X}_{pj} = [\vec{\mu}_1(\vec{x}_{pj}) \quad \vec{\mu}_2(\vec{x}_{pj})]^T \quad (6)$$

หรือ

$$\vec{X}_{pj} = \alpha_{1j}\vec{\mu}^{2*} + \alpha_{2j}\vec{\mu}^{1*} \quad (7)$$

เมื่อ

$$0 \leq \alpha_{ij} \leq 1 \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^2 \alpha_{ij} = 1 \quad (9)$$

สร้างข้อบังคับตั้งจากตัดบริเวณเป็นไปได้ของปัญหาให้เหลือเฉพาะบริเวณที่อยู่บนเส้นเอ็นยูเท่านั้น ได้ดังนี้

$$\vec{N}_1 \cdot (\vec{\mu} - \vec{X}_{pj}) = 0 \quad (10)$$

ขั้นตอนที่ 4: การหาเซตของผลเฉลย

จากข้อบังคับตัดบริเวณเป็นไปได้ของปัญหา สามารถเปลี่ยนปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายฟังก์ชันเป้าหมายไปเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบฟังก์ชันเป้าหมายเดียว ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\min \{ \vec{\mu}_i(\vec{x}) \} \quad (1 \leq i \leq 2)$$

โดยมีฟังก์ชันข้อบังคับดังนี้

$$g_q(\vec{x}) \leq 0 \quad (1 \leq q \leq r)$$

$$h_j(\vec{x}) = 0 \quad (1 \leq j \leq v) \quad (11)$$

$$\vec{N}_1 \cdot (\vec{\mu} - \vec{X}_{pj}) = 0$$

$$\vec{x}_l \leq \vec{x}_i \leq \vec{x}_u \quad (1 \leq i \leq n_x)$$

ทำการแก้ปัญหา (11) โดยใช้  $j = 1, \dots, m$  จะได้เซตของผลเฉลยในรูปแบบไร้มิติ

ขั้นตอนที่ 5: เปลี่ยนผลเฉลยที่ได้จากสมการที่ (11) ให้อยู่ในรูปแบบความสัมพันธ์ปกติได้ดังนี้

$$\mu_1(\vec{x}) = \vec{\mu}_1(\vec{x})\ell_1 + \mu_1(\vec{x}^{1*}) \quad (12)$$

$$\mu_2(\vec{x}) = \vec{\mu}_2(\vec{x})\ell_2 + \mu_2(\vec{x}^{2*})$$

### 3. เปรียบเทียบเวลาในการลู่เข้าสู่ผลเฉลย

ในการศึกษาจะทำการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการลู่เข้าสู่ผลเฉลยของวิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติ, NNC และวิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติดัดแปลง, MNNC ของปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด 2 ปัญหา ปัญหาแรก คือ ปัญหาการหาค่าต่ำสุดของการยุบตัวที่ตำแหน่งปลายคานและปริมาตรของคานยื่นดั่งสมการ (13) และรูปที่ 4 และปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดดั่งสมการ (14) เนื่องจากหลักการของวิธีการใหม่นี้ จะเปลี่ยนปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายฟังก์ชันเป้าหมายไปเป็นวิธีการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบฟังก์ชันเป้าหมายเดียว ซึ่งจะใช้วิธีการซีควเอนเชียลควอดเรติก (Sequential quadratic programming, SQP) และทำการรันโปรแกรมบนคอมพิวเตอร์ Intel Pentium M 730 1.6 GHz, ram 512 MB DDR2

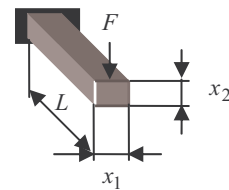
$$\min \begin{cases} \mu_1 = Lx_1x_2 \\ \mu_2 = \frac{4FL^3}{Ex_2x_1^3} \end{cases} \quad (13)$$

เมื่อ

$$\frac{6FL}{x_2x_1^2} - \sigma_{yt} \leq 0$$

$$0.1 \leq x_1 \leq 1$$

$$0.1 \leq x_2 \leq 1$$



รูปที่ 4 แสดงคานยื่นกรณีที่มีแรงกระทำที่ปลายคาน

โดยมีค่าคงที่ต่างๆ ดังนี้  $E = 200 \text{ GPa}$ ,  $L = 1 \text{ m}$ ,  $F = 20 \text{ kN}$ ,  $\sigma_{yt} = 200 \text{ MPa}$

$$\min_{\vec{x} \in \mathcal{N}^n} \begin{cases} \mu_1 = x_1 \\ \mu_2 = x_2 \end{cases} \quad (14)$$

$$\text{เมื่อ } \left[ \frac{x_1 - 20}{20} \right]^8 + \left[ \frac{x_2 - 1}{1} \right]^8 \leq 1$$

ในการศึกษาจะแบ่ง เป็น 2 กรณี คือ กรณีแรกกำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปรออกแบบ โดยการสุ่มซึ่งเหมาะกับปัญหาที่มีการลู่เข้าสู่ผลเฉลยได้ง่ายและกรณีที่สองกำหนดค่าเริ่มต้น โดยใช้จุดยึดเหนี่ยวของปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายฟังก์ชันเป้าหมายเป็นค่าเริ่มต้นซึ่งเหมาะกับปัญหาที่ลู่เข้าสู่ผลเฉลยได้ยาก

### 4. ผลการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการลู่เข้าสู่ผลเฉลย

ในการศึกษาแต่ละกรณี จะเก็บข้อมูลเวลาที่ใช้ในการลู่เข้าสู่ผลเฉลย จำนวน 139 ข้อมูลเพื่อให้มีระดับความเชื่อมั่น 95% จากกลุ่มตัวอย่างที่ทำการศึกษา หาค่าทางสถิติของเวลาที่ใช้ในการลู่เข้าสู่ผล

เฉลยของปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุด (13) และ (14) โดยแยกพิจารณาเป็น 2 กรณี คือ กรณีแรกกำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปรออกแบบโดยการสุ่มและกรณีที่สองกำหนดค่าเริ่มต้น โดยใช้จุดยึดเหนี่ยว ของปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายฟังก์ชันเป้าหมายเป็นค่าเริ่มต้น ผลที่ได้แสดงดังในตารางที่ 1 และ 2

ตารางที่ 1 แสดงปริมาณทางสถิติเปรียบเทียบระหว่างวิธีการ NNC กับ MNNC กำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปรออกแบบโดยการสุ่ม

ปริมาณทางสถิติ	ปัญหาการหาค่าเหมาะสม 1		ปัญหาการหาค่าเหมาะสม 2	
	NNC	MNNC	NNC	MNNC
AVE(sec)	0.3372	0.3415	0.3600	0.3610
STD	0.0313	0.0224	0.0219	0.0207

AVE คือ ค่าเฉลี่ย, STD คือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ตารางที่ 2 แสดงปริมาณทางสถิติเปรียบเทียบระหว่างวิธีการ NNC กับ MNNC กำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปรออกแบบโดยใช้จุดยึดเหนี่ยว

ปริมาณทางสถิติ	ปัญหาการหาค่าเหมาะสม 1		ปัญหาการหาค่าเหมาะสม 2	
	NNC	MNNC	NNC	MNNC
AVE(sec)	0.3411	0.3399	0.3545	0.3540
STD	0.0329	0.0221	0.0290	0.0242

AVE คือ ค่าเฉลี่ย, STD คือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

จากตารางแสดงเวลาเฉลี่ย และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดที่ 1 และ 2 แยกพิจารณาเป็น 2 กรณี คือ กำหนดค่าเริ่มต้นโดยการสุ่ม และกำหนดค่าเริ่มโดยใช้จุดยึดเหนี่ยวเป็นค่าเริ่มต้นพบว่า กรณีกำหนดค่าเริ่มต้นโดยการสุ่มดังตารางที่ 1 วิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติตัดแปลง จะใช้เวลาเฉลี่ยในการเข้าสู่ผลเฉลยได้ช้ากว่าวิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติทั้งปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดที่ 1 และ 2 แต่ให้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ดีกว่า กรณีที่สองกำหนดค่าเริ่มต้นโดยใช้จุดยึดเหนี่ยวของปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุด เป็นจุดเริ่มต้นดังตารางที่ 2 พบว่า วิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติตัดแปลงใช้เวลาเฉลี่ยในการเข้าสู่ผลเฉลยได้เร็วกว่า วิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติทั้งตัวอย่างปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดที่ 1 และ 2 และให้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ดีกว่าอีกด้วย

### 5. สรุป

จากกลุ่มตัวอย่างที่ทำการศึกษพบว่าวิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติตัดแปลงที่ปรับปรุงขึ้นใหม่ สามารถแก้ปัญหาการเข้าสู่ผลเฉลยได้ดีขึ้นกรณีปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุด ที่มีการเข้าสู่ผลเฉลยได้ยาก ขณะที่วิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติ จะเหมาะกับปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดที่มีการเข้าสู่ผลเฉลยได้ง่าย และจากการศึกษาพบว่าวิธีการข้อบังคับตั้งฉากไร้มิติตัดแปลง สามารถปรับปรุงความสม่ำเสมอของเวลาที่ใช้ในการเข้าสู่ผลเฉลยได้ดียิ่งขึ้น ดังจะเห็นได้จากค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานที่มีค่าลดลง

เอกสารอ้างอิง

[1] Eschenauer, H., Koski, J., and Osyczka A.,1990. Multicriteria Design Optimization: Procedures and Applications, Springer-Verlag, Berlin.

[2] Stanikov, R.B., and Matusov, J.B., 1995. Multicriteria Optimization and Engineering, Chapman and Hall, New York.

[3] Das, I., and Dennis, J.E., 1998. Normal-boundary intersection: a new method for generating the Pareto surface in nonlinear multicriteria optimization problems. SIAM Journal on Optimization, Vol. 8, No. 3, pp. 631-657.

[4] Messac, A., 1996. Physical programming: effective optimization for computational design. AIAA Journal, Vol. 34, No. 1, pp. 149-158.

[5] Messac, A., Ismail-Yahaya, A, and Mattson, C.A., 2002. The Normalized Normal Constraint Method for Generating the Pareto Frontier. Structural and Multidisciplinary Optimization (to be published).

[6] Suwin, S., Jumlong, L., and Sujin, B., 2004. Multiobjective Optimization of a Single-Cylinder Engine. Engineering Innovation for Sustainable Resources Management, Khon Kaen, Thailand, Jan. 23-24.