DRC020

การประมาณการแปลงระบบเป็นเชิงเส้นด้วยการป้อนกลับของระบบถังน้ำสองถัง

Approximate Full State Feedback Linearization of Two Level Water Tank System

ศุภวัฒ เจียมลักษณไพศาล และ รัชทิน จันทร์เจริญ
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพ 10330
โทร 0-2218-6643 โทรสาร 0-2252-2889 อีเมล์ Ratchatin.C@eng.chula.ac.th

Suppawat Jiamluksanapaisal and Ratchatin Chancharoen
Mechanical Engineering Department, Faculty of Engineering, Chulalongkorn University
Phatumwan, Bangkok, 10330
Tel: 0-2218-6643 Fax: 0-2252-2889 Email: Ratchatin.C@eng.chula.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอเทคนิคการประมาณการแปลงระบบเป็นเชิงเส้นด้วยการป้อนกลับแบบ Full State และทดลองแปลงระบบระบบถังน้ำสองถังที่มีลักษณะไม่เชิงเส้นให้เป็นระบบเชิงเส้นที่มีสมการระบบตามที่ต้องการ ระบบที่พิจารณาเป็นระบบไม่เชิงเส้นที่มีตัวแปรขับควบคุมเพียงตัวเดียว แต่มีความอิสระเท่ากับสอง เทคนิคการประมาณเริ่มจากการเขียนสมการไม่เชิงเส้นในรูปแบบของสมการเชิงเส้นแบบ Local Approximation ที่ตำแหน่งขณะนั้นของระบบ และนำแบบจำลองเชิงเส้นนี้ไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมแบบ State Feedback จุดต่างเมื่อเปรียบเทียบกับวิธี Full State Feedback Linearization ก็คือเราจะไม่แปลงตัวแปรให้อยู่ในรูปของตัวแปรใหม่ แต่จะเน้นควบคุมบนพื้นฐานของตัวแปรระบบเดิมซึ่งมีความหมายทางกายภาพ และจะเป็นผลทำให้ระบบไม่เป็นระบบเชิงเส้นอย่างสัมบูรณ์ แต่ระบบประมาณเชิงเส้นนี้ก็เพียงพอที่จะทำให้ระบบควบคุมมีเสถียรภาพและมีพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับที่ต้องการ จุดเด่นก็คือตัวควบคุมจะมีความสามารถรับมือกับความไม่เชิงเส้นในรูปแบบต่างๆ โดยไม่ต้องปรับแก้ไขตัวควบคุม ซึ่งจะเป็นรากฐานที่สำคัญในการออกแบบตัวควบคุมอเนกประสงค์สำหรับระบบไม่เชิงเส้นต่อไป

Abstract

The paper presents an approximation technique to full state feedback linearization of a single input nonlinear system using the two level water tank system as an example. The tank system is approximately transformed into a closed loop linear system which its roots are at specified locations. The water tank system is a nonlinear system, consisting of single input and two degrees of freedom. The proposed technique writes the nonlinear system into a linear form using local approximation at a current position and then uses this linear model to design the adaptive state feedback controller. Compared to the full state feedback linearization technique, this technique does not require state transformation and the controller is based on the physical system state. This results in a near linear closed loop system which is stable and its characteristic is near specified. The strongpoint is that this single controller can control the nonlinear system of various forms. Using the proposed technique, the universal controller can be designed and constructed.

1. บทนำ

การออกแบบระบบควบคุมสำหรับระบบเชิงเส้น มีวิธีการที่ค่อนข้างเป็นระบบซึ่งทำให้สามารถควบคุมผลตอบสนองชั่วครู่ (Transient Response) และค่าความผิดพลาด (Steady State Error) ได้ การพิสูจน์เสถียรภาพก็กระทำได้ง่าย ประสิทธิภาพของระบบควบคุมจะถูกกำกับด้วยโพล (Pole) ซึ่งมีความสัมพันธ์โดยตรงกับผลตอบสนองและเสถียรภาพของระบบ แผนภาพ Root locus และ Bode Plot [1] เป็นเครื่องมือที่สำคัญในการออกแบบระบบเชิงเส้น โดย แผนภาพ Root locus อาจนำมาใช้ในการกำหนดตำแหน่งโพลเพื่อให้ผลลัพธ์การควบคุมมีสมรรถนะดีที่สุด และนำมาใช้ในการออกแบบตัวควบคุมแบบ PID หรือ State Feedback เพื่อให้ระบบควบคุมมีผลลัพธ์ตามที่ต้องการ ส่วนแผนภาพ Bode Plot อาจนำมาใช้เพื่อวิเคราะห์การตอบสนองต่อความถี่และการประเมินเสถียรภาพของระบบ

สำหรับระบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear system) นั้น ยังไม่มีเครื่องมืออเนกประสงค์เพื่อใช้ในการออกแบบระบบ เราอาจใช้ Phase Plane analysis [2] ในการวิเคราะห์ระบบ ซึ่งจะเหมาะสมกับระบบที่มีอันดับเท่ากับสองเท่านั้น หรือใช้ Lyapunov Theory [2] ในการวิเคราะห์หรือพิสูจน์เสถียรภาพของระบบ ซึ่งมีความยุ่งยากในเรื่องของการหา Lyapunov function

การที่จะควบคุมให้ระบบไม่เชิงเส้นมีเสถียรภาพ แนวทางหนึ่งก็คือการใช้ตัวควบคุมเพื่อแปลงให้ระบบควบคุมเป็นระบบเชิงเส้น หรือที่เรียกว่า Feedback Linearization [2] ตัวควบคุมจะมีลักษณะเป็นแบบ Adaptive State Feedback และจะพยายามควบคุมให้ระบบโดยรวมเป็นระบบเชิงเส้นที่มีพฤติกรรมตามต้องการ การแปลงระบบให้เป็นเชิงเส้นนี้มีสอง วิธีการคือ Full State Feedback Linearization และ Input-Output Feedback Linearization สำหรับวิธีการ Full State Feedback Linearization นั้น จะมีความยุ่งยากอยู่ที่เทคนิคการเปลี่ยนตัวแปร เพื่อแปลงตัวแปรระบบให้อยู่ในรูปของตัวแปรใหม่ที่มีลักษณะพฤติกรรมเป็นแบบเชิงเส้น และสำหรับวิธีการ Input-Output Feedback Linearization จะมีความยุ่งยากอยู่ที่การพิสูจน์เสถียรภาพของ Hidden State

ในบทความนี้จะนำเสนอวิธี Computed Feedback Linearization (CFL) ในการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบไม่เชิงเส้น วิธีการ CFL นี้ จะคำนวณเพื่อหาค่าสัญญาณป้อนเข้าระบบเพื่อแปลงให้ระบบเป็นระบบเชิงเส้น และมีตำแหน่งโพลตามที่กำหนด การประมาณค่าสัญญาณป้อนเข้าจะกระทำที่ทุกๆ รอบของการควบคุม และจะมีพื้นฐานอยู่บนแบบจำลองระบบแบบเชิงเส้นโดยใช้วิธี Jacobian Linearization หรือ Local Approximation ที่ตำแหน่งขณะนั้นของระบบ ซึ่งจะทำให้สามารถประยุกต์ใช้วิธีการหาค่าตัวแปรควบคุมแบบ State Feedback ด้วยวิธีการ Linear Quadratic Regulator (LQR) [3] ได้ วิธีการควบคุมแบบ CFL นี้จะสามารถใช้ควบคุมระบบไม่เชิงเส้นในรูปแบบต่างๆ ได้โดยไม่ต้องดัดแปลงตัวควบคุม ซึ่งจะเป็นแนวทางที่สำคัญในการออกแบบตัวควบคุมอเนกประสงค์สำหรับระบบไม่เชิงเส้น และเนื่องจากตัวประมวลผลในปัจจุบันมีความเร็วที่สูงมาก ทำให้สามารถจัดการกับการคำนวณที่สูงมากในทุกรอบของการควบคุมได้อย่างถูกต้องและทันเวลา ผลลัพธ์ตัวควบคุมที่ได้จะอยู่ในรูปของ Adaptive State Feedback

จุดเด่นของการควบคุมด้วยวิธี CFL ก็คือเราไม่ต้องแปลงตัวแปรและจะเน้นควบคุมตัวแปรระบบโดยตรง และไม่ต้องกังวลถึงเสถียรภาพของ Hidden State เนื่องจากเราควบคุมทุกเสตตไปพร้อมกัน และการนำระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเข้ามาใช้ ทำให้ตัวควบคุมสามารถประมาณแบบจำลองระบบจากการเคลื่อนที่ได้ และทำให้ตัวควบคุมรับมือกับความไม่เชิงเส้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทั้งนี้ ผู้เขียนได้นำเสนอวิธีการควบคุมด้วยวิธี CFL นี้ในการควบคุมระบบเพนดูลัมแบบผกผัน [4,5]

ในบทความนี้จะเน้นศึกษาถึงการใช้วิธี CFL ในการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบถังน้ำที่มีความไม่เชิงเส้น โดยในตอนต้นจะพิจารณาระบบถังน้ำแบบถังเดี่ยวที่มีพื้นที่หน้าตัดไม่คงที่และมีค่าปริมาณน้ำที่ไหลออกจากถังเป็นฟังค์ชั่นไม่เชิงเส้นกับระดับความสูงของน้ำ จากนั้นจะพิจารณาระบบถังน้ำแบบสองถังซึ่งจะทำให้ระบบเป็นแบบ Under-actuated System ซึ่งมีความยุ่งยากมากกว่ากรณีแรกมาก แต่วิธีการ CFL ก็สามารถนำมาใช้ในการควบคุมเพื่อให้ระดับน้ำมีระดับตามที่ต้องการ การทดลองและการจำลองศึกษาจะแสดงถึงจุดเด่นของวิธีการ CFL ซึ่งจะมีความสามารถในการควบคุมระบบไม่เชิงเส้นได้ และก็มีความยืดหยุ่นในการรับมือกับความไม่เชิงเส้นในรูปแบบต่างๆ นอกจากนี้ ยังสามารถใช้ร่วมกับเทคนิควิธี LQR ได้

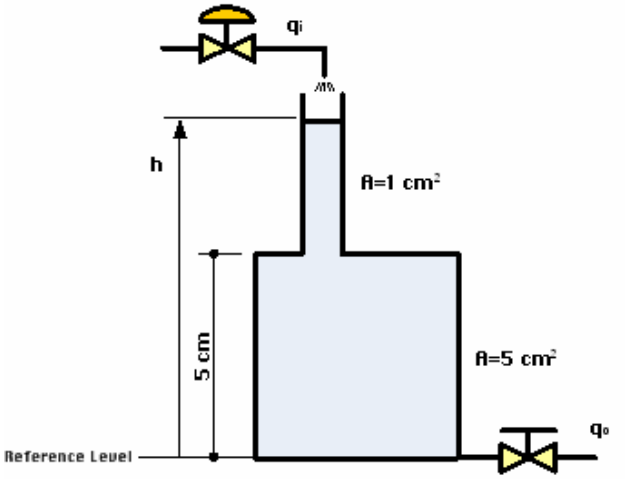
2. การควบคุมระบบถังน้ำแบบถังเดี่ยว

2.1 การจำลองควบคุม

ให้พิจารณาระบบถังน้ำแบบถังเดี่ยวดังแสดงในรูปที่ 1 ถังน้ำมีความสูง 15 ซม. มีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ 5 ซม. ที่ระดับความสูงขึ้นไป 5 ซม. จากระดับอ้างอิง และมีพื้นที่หน้าตัดเท่ากับ 1 ซม. ที่ระดับความสูงต่อจากนั้นขึ้นไป ปริมาณน้ำที่ไหลเข้าถังสามารถควบคุมได้ และปริมาณน้ำที่ไหลออกจากถังเป็นฟังก์ชั่นแบบไม่เชิงเส้นกับระดับความสูงของน้ำ ค่าระดับความสูงของน้ำและค่าอนุพันธ์สามารถวัดได้ แบบจำลองของระบบถังน้ำสามารถเขียนได้ดังนี้

$$A(h)\dot{h} + q_o(h) = q_i \,, \qquad (1)$$

โดยที่ A คือพื้นที่หน้าตัดของถัง (ซม^2)
h คือระดับความสูงของน้ำ (ซม)
q_o คือปริมาณน้ำที่ไหลออกจากถัง (ซม^3/วินาที)
q_i คือปริมาณน้ำที่ไหลเข้าถัง (ซม^3/วินาที)



รูปที่ 1 ระบบถังน้ำแบบถังเดียว

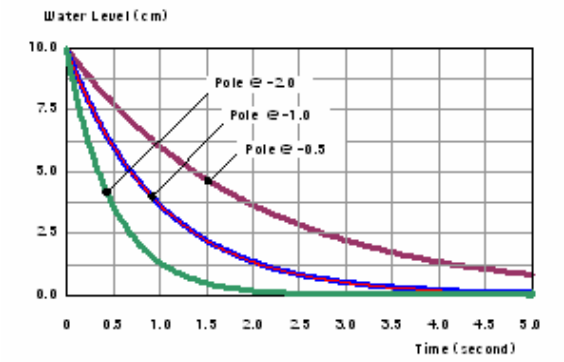
ในการจำลองควบคุมจะพิจารณาระบบ 3 ระบบที่มีค่าพารามิเตอร์ดังแสดงในตารางที่ 1 และจะทดลองใช้วิธี CFL เพื่อควบคุมระบบทั้ง 3 นี้ วิธีการ CFL จะคำนวณปริมาณน้ำที่ไหลเข้าถังด้วยระบบวิธีเชิงตัวเลข เพื่อหาค่าสัญญาณในรูปแบบของฟังก์ชั่นของระดับความสูงน้ำเพื่อทำให้ระบบควบคุมมีพฤติกรรมแบบเชิงเส้น และมีโพลในตำแหน่งที่กำหนด การจำลองควบคุมกระทำบนโปรแกรม Matlab® โดยใช้ระเบียบวิธี Runge Kutta [6] โดยมีระยะห่างเวลา 0.001 วินาที

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์สำหรับระบบถังน้ำแบบถังเดียว

กรณีที่	$q_{out}(h)$
1	$q_o = 2ga\sqrt{h}$
2	$q_o = 2gah^2$
3	$q_o = 2ga\sqrt{h} - 15$

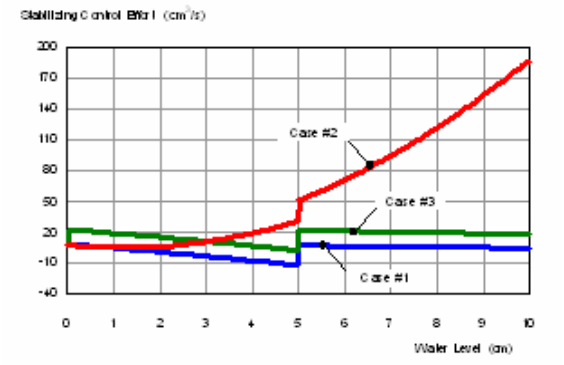
หมายเหตุ กำหนดให้ g = 9.81 เมตร/วินาที^{2} และ a = 0.1

และเนื่องจากวิธี CFL ไม่ต้องอาศัยแบบจำลองของระบบในการควบคุม โดยจะประมาณแบบจำลองขึ้นขณะที่ระบบทำงาน และนำแบบจำลองที่ประมาณขึ้นนี้มาใช้ในการสร้างระบบควบคุมแบบ State Feedback เมื่อทดลองควบคุมระบบทั้ง 3 พบว่าระบบจะมีผลตอบสนองชั่วครู่เท่ากัน และมีค่าความผิดพลาดที่ตำแหน่งสุดท้ายเป็นศูนย์ และความเร็วในการตอบสนองจะขึ้นอยู่กับตำแหน่งโพล (Poles) (รูปที่ 2) โดยที่เมื่อตำแหน่งโพลมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ระบบจะมีการตอบสนองช้าลง การจำลองควบคุมแสดงให้เห็นว่าเราสามารถแปลงระบบให้เป็นระบบปิดแบบเชิงเส้นที่มีตำแหน่งโพลตามที่ต้องการได้



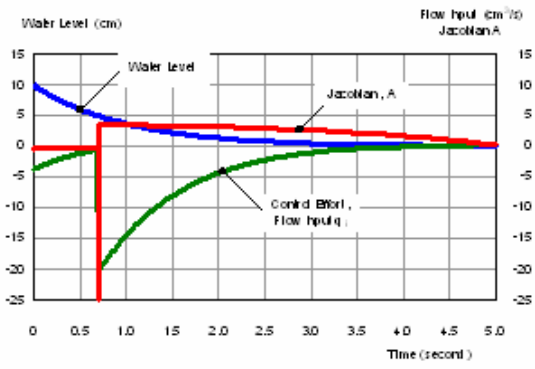
รูปที่ 2 ตำแหน่ง Pole กับผลตอบสนอง Transient Response

ที่ตำแหน่งโพลของระบบปิดเดียวกัน ระบบทั้ง 3 จะมี State Feedback ที่ต่างกันดังแสดงในรูปที่ 3 จุดเด่นของวิธีการ CFL ก็คือการหา State Feedback ในรูปของคำตอบเชิงตัวเลข และนำคำตอบเชิงตัวเลขนี้ไปใช้ในการป้อนกลับควบคุม ทำให้เราสามารถใช้ตัวควบคุมกับระบบไม่เชิงเส้นที่มีความแตกต่างกันได้ และระบบควบคุมก็มีความทนต่อการเปลี่ยนรูปของความไม่เชิงเส้นในระบบด้วย ในกรณีที่ความไม่เชิงเส้นในระบบเป็นแบบ Hard nonlinearity ก็จะทำให้ State Feedback มีรูปแบบเป็นฟังก์ชั่นไม่ต่อเนื่องด้วย

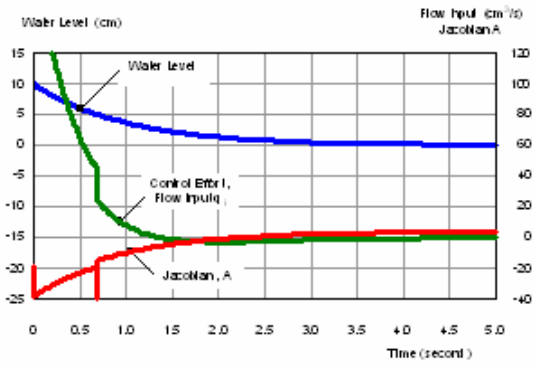


รูปที่ 3 รูปแบบสัญญาณป้อนกลับ

ผลลัพธ์การควบคุม (รูปที่ 4) แสดงให้เห็นว่าระบบที่ 1 และ 2 มีผลตอบสนองที่เท่ากัน แต่ความจริงแล้วระบบทั้งสองมีปริมาณน้ำที่ไหลเข้าถังต่างกันมาก และการเคลื่อนที่ของระดับน้ำผ่านตำแหน่งที่หน้าตัดของถังมีการเปลี่ยนแปลงขนาด ไม่กระทบต่อผลลัพธ์การควบคุม ซึ่งจุดนี้เป็นจุดเด่นของวิธีการ ซึ่งสามารถรับมือกับ Hard nonlinearity ได้



a) ผลลัพธ์ กรณีที่ 1



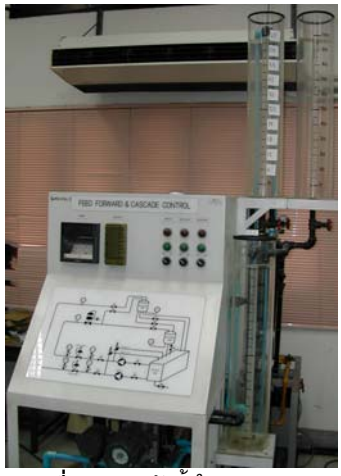
b) ผลลัพธ์ กรณีที่ 2

รูปที่ 4 ผลลัพธ์การควบคุม

2.2 การทดลองควบคุม

การออกแบบระบบควบคุมด้วยวิธี CFL ได้นำมาใช้ควบคุมระบบถังน้ำแบบ 2 ถังดังแสดงในรูปที่ 5 แบบจำลองของระบบจากการทดลองประมาณได้เท่ากับ

$$A\dot{h} + q_o(h) = q_i(h)\,. \qquad (2)$$



รูปที่ 5 ระบบถังน้ำในการทดลอง

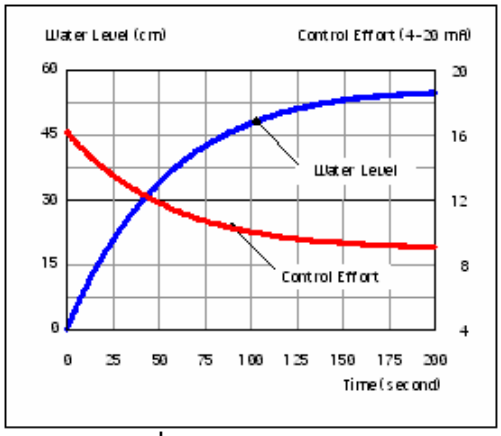
เพื่อให้ระบบควบคุมเป็นระบบเชิงเส้นโดยใช้ State Feedback เราจะเลือกให้ปริมาณน้ำที่ไหลเข้าถังเป็นฟังก์ชั่นของระดับความสูงน้ำดังนี้

$$q_i(h) = q_o(h) + A(-\lambda h) + q_P \,, \qquad (3)$$

โดยที่ q_P คือ ปริมาณน้ำเพื่อกำหนดตำแหน่งสมดุล (ซม^3/วินาที)

ระบบป้อนกลับจะมีสมการดังนี้

$$A(\dot{h} + \lambda h) = 0 \,. \qquad (4)$$



รูปที่ 6 ผลลัพธ์การทดลองควบคุม

ในการทดลองนี้ เราจะควบคุมระดับน้ำให้มีค่าความสูงเท่ากับ 54 ซม. โดยการกำหนดให้ $q_P = (0.002)(0.054)$ ผลลัพธ์การควบคุมแสดงในรูปที่ 6 ระดับน้ำจะเพิ่มขึ้นแบบ Exponential และจะลู่เข้าสู่สมดุลที่ระดับน้ำประมาณ 55 ซม. ผลการตอบสนองประมาณได้เท่ากับ

$$h(t) = 56.37(1 - e^{-0.01841t}) \,. \qquad (5)$$

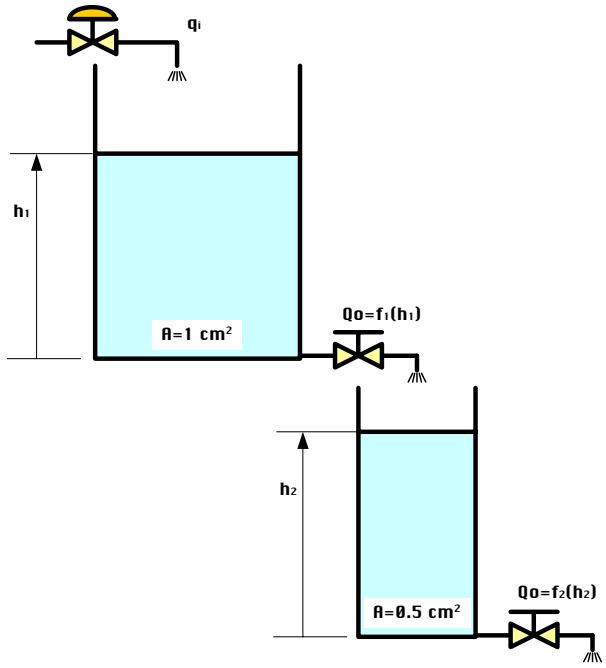
โดยที่ระบบมีโพลอยู่ที่ -0.0184 และอาจประมาณได้ว่าระบบมีพฤติกรรมแบบเชิงเส้น โดยมีแบบจำลองเท่ากับ

$$10.8637\dot{h} + 0.2h = q_{iP} \qquad (6)$$

การจำลองและทดลองควบคุมแสดงให้เห็นว่า CFL มีศักยภาพในการควบคุมระบบถังน้ำที่มีความไม่เชิงเส้นและสามารถควบคุมระบบถังน้ำให้มีพฤติกรรมเป็นแบบเชิงเส้นที่มีผลตอบสนองเป็นไปตามที่กำหนดได้

3. การจำลองควบคุมระบบถังน้ำสองถัง

ในส่วนนี้จะนำเสนอผลลัพธ์การจำลองควบคุมระบบถังน้ำสองถัง โดยที่ระบบจะมีลักษณะเป็นแบบ Under-actuated system เนื่องจากมีตัวแปรที่ควบคุมได้เพียงตัวเดียวคือปริมาณน้ำที่ไหลเข้าถังบน และมีตัวแปรที่ต้องการควบคุมเท่ากับ 2 คือระดับน้ำของทั้ง 2 ถัง ให้พิจารณาระบบถังน้ำ 2 ถังดังแสดงในรูปที่ 7



รูปที่ 7 ระบบถังน้ำ 2 ถัง

ระบบมีแบบจำลองดังนี้

$$\begin{aligned} A_1\dot{h}_1 + q_1(h_1) &= q_i \\ A_2\dot{h}_2 + q_2(h_2) &= q_1(h_1) \end{aligned} \,, \qquad (7)$$

โดยที่ A_1 และ A_2 คือ พื้นที่หน้าตัดของถังบนและถังล่างตามลำดับ
h_1 และ h_2 คือ ระดับน้ำของถังบนและถังล่างตามลำดับ
q_1 และ q_2 คือ ปริมาณน้ำที่ไหลออกจากถังบนและถังล่างตามลำดับ
q_i คือ ปริมาณน้ำที่ไหลเข้าถัง

การควบคุมระบบถังน้ำสองถังด้วยวิธีการ CFL จะใช้การแปลงรูประบบไม่เชิงเส้น ให้เป็นระบบเชิงเส้นด้วยวิธี Local Approximation [7] ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{Bmatrix} = A(h_1,h_2)\begin{Bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{Bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} -q_1(h_1)/A_1 \\ -q_2(h_2) + q_1(h_1)/A_2 \end{bmatrix} - A(h_1,h_2)\begin{Bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{Bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} q_i \qquad (8)$$

เนื่องจากระบบเป็นระบบแบบ Under-actuated system ทำให้เราไม่สามารถแปลงระบบให้เป็นระบบเชิงเส้นด้วยวิธีป้อนกลับได้โดยตรง เนื่องจากมีตัวแปรที่ควบคุมได้น้อยกว่าตัวแปรที่ต้องการควบคุม สำหรับวิธีการ CFL นั้น จะต่างจากวิธี Full State Feedback Linearization ตรงที่วิธีการ CFL นั้นมีพื้นฐานอยู่บนเสตตของระบบโดยตรง ซึ่งจะต่างจากวิธี Full State Feedback Linearization ที่จะทำการแปลงตัวแปร หรือเสตต ให้อยู่ในรูปของตัวแปรใหม่ และระบบจะมีพฤติกรรมเชิงเส้นบนตัวแปรใหม่นั้น ในตัวอย่างนี้จะแสดงให้เห็นว่า

CFL สามารถควบคุมระบบไม่เชิงเส้นแบบ Under-actuated system ด้วย State Feedback ได้โดยไม่ต้องแปลงตัวแปร และจะใช้การประมาณ Full State ด้วยวิธีการ Jacobian Linearization ในการสร้างตัวควบคุม และในตัวอย่างนี้จะเลือก Feedback gain ด้วยวิธีการ Linear Quadratic Regulator (LQR) ดังนี้

$$K(h_1,h_2) = LQR(A,B,\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},[10]) \quad (9)$$

และจะได้สัญญาณป้อนกลับ หรือ ปริมาณน้ำที่ไหลเข้าถังบน เป็นฟังก์ชั่นของระดับน้ำของทั้ง 2 ถัง ดังนี้

$$q_i(h_1,h_2) = \frac{1}{B}\left[q_1(h_1) - \begin{bmatrix} a_{11}(h_1,h_2) & a_{12}(h_1,h_2)\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}h_1\\ h_2\end{Bmatrix} - K(h_1,h_2)\begin{Bmatrix}h_1\\ h_2\end{Bmatrix}\right] + q_P \quad (10)$$

ระบบป้อนกลับจะมีสมการระบบดังนี้

$$\begin{Bmatrix}\dot{h}_1\\ \dot{h}_2\end{Bmatrix} = [A-BK]\begin{Bmatrix}h_1\\ h_2\end{Bmatrix} + \left(\begin{bmatrix}0\\ q_2-q_1\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0 & 0\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}h_1\\ h_2\end{Bmatrix}\right) \quad (11)$$

จากสมการแบบจำลองของระบบป้อนกลับ อาจพิจารณาได้ว่าระบบมีเสถียรภาพ เนื่องจาก Eigenvalue ของ [A-BK] มีเสถียรภาพ และระบบจะเสมือนกับว่ามีสัญญาณรบกวนแบบ Systematic Disturbance ที่มีขนาดเท่ากับ

$$\left(\begin{bmatrix}0\\ q_2-q_1\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0 & 0\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}h_1\\ h_2\end{Bmatrix}\right) \quad (12)$$

สำหรับระบบถังน้ำในตัวอย่างนี้ ขนาดของสัญญาณระบบกวนนี้จะมีค่าลดลงเมื่อระบบเข้าใกล้ตำแหน่งสมดุล เมื่อระบบควบคุมป้อนกลับทำงาน ระบบจะลู่เข้าสู่ตำแหน่งที่ (h_1, h_2) เท่ากับศูนย์ ซึ่งเป็นตำแหน่งสมดุลของระบบ

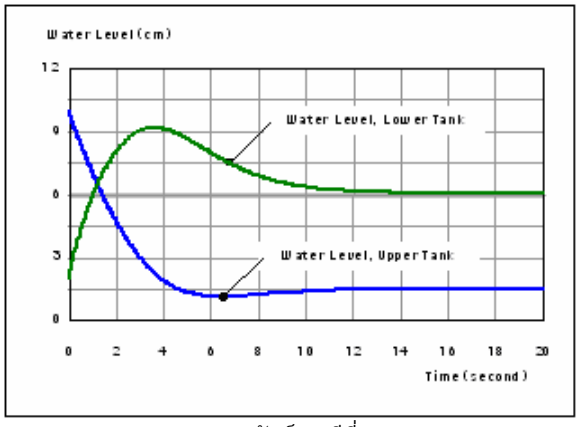
ในกรณีที่ต้องการให้ตำแหน่งสมดุลอยู่ที่ตำแหน่งอื่น หรือต้องการควบคุมให้ระดับน้ำของถังล่าง มีค่าเท่ากับ h_{2s} ก็สามารถกระทำได้ จากการกำหนด h_{2s} จะทำให้สามารถหา h_{1s} ที่ทำให้

$$0 = q_2(h_{2s}) - q_1(h_{1s}) \quad (13)$$

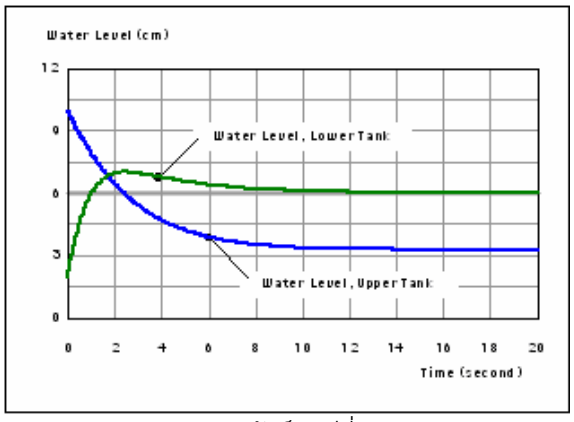
เนื่องจากระบบเป็นระบบไม่เชิงเส้นแบบ Under-actuated system ดังนั้น เราจะไม่สามารถกำหนดตำแหน่งสมดุลที่ทุก (h_1, h_2) ใดๆ ได้ และเมื่อสามารถคำนวณหาตำแหน่งสมดุล (h_{1s}, h_{2s}) ที่เป็นไปได้แล้ว เราก็จะกำหนดให้

$$\begin{bmatrix}q_P\\ 0\end{bmatrix} = [A-BK]\begin{Bmatrix}h_{1s}\\ h_{2s}\end{Bmatrix} \quad (14)$$

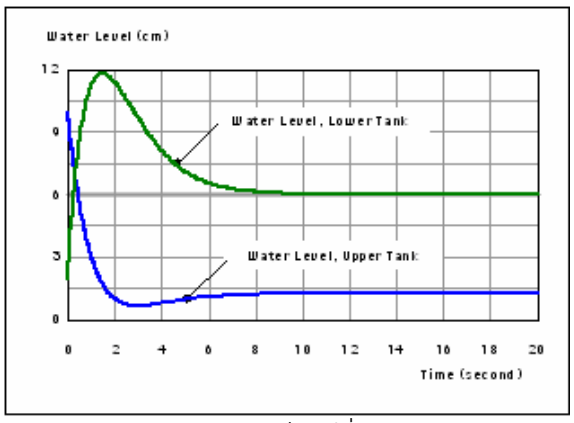
จากตำแหน่ง (h_1, h_2) ใดๆ ระบบจะลู่เข้าสู่ตำแหน่ง (h_{1s}, h_{2s}) ได้ด้วยวิธีการที่นำเสนอนี้



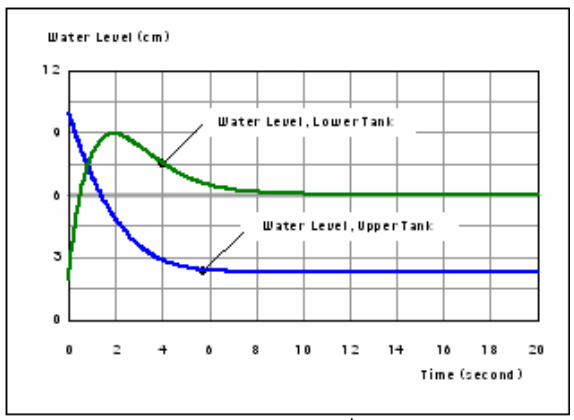
a) ผลลัพธ์ กรณีที่ 1



b) ผลลัพธ์ กรณีที่ 2



c) ผลลัพธ์ กรณีที่ 3



d) ผลลัพธ์ กรณีที่ 4

รูปที่ 8 ผลลัพธ์การจำลองควบคุม

จากหลักการดังกล่าวนี้ เราได้จำลองควบคุมระบบถังน้ำ 2 ถัง 4 ระบบ ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ระบบดังแสดงในตารางที่ 2 ระบบทั้ง 4 นี้จะมีลักษณะความไม่เชิงเส้นที่แตกต่างกัน แต่เราจะใช้ตัวควบคุมตัว CFL เดียวกันในการควบคุม กำหนดให้ต้องการควบคุมระดับน้ำถังล่างให้มีระดับความสูงเท่ากับ 6 ซม. และกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นอยู่ที่ (h_1, h_2) เท่ากับ (10, 2) ซม

ตารางที่ 2 ค่าพารามิเตอร์สำหรับระบบถังน้ำสองถังในการจำลองควบคุม

กรณีที่	a_1	a_2	$q_1(h_1)$	$q_2(h_2)$
1	1	0.5	$\sqrt{h_1}$	$0.5\sqrt{h_2}$
2	1	0.5	$\sqrt{h_1}$	$0.05 \cdot h_2^{\,2}$
3	1	0.5	h_1	$0.5\sqrt{h_2}$
4	1	0.5	$2\sqrt{h_1}$	$0.5 \cdot h_2$

จากการจำลองควบคุมแสดงให้เห็นว่า CFL สามารถควบคุมระบบให้เข้าสู่ตำแหน่งสมดุลตามต้องการในทั้ง 4 กรณี ดังแสดงในรูปที่ 8 สัญญาณควบคุมในทั้ง 4 กรณีมีความแตกต่างกัน และทางเดินของระดับน้ำของถังบนก็มีความแตกต่างกัน แต่ระบบควบคุมสามารถควบคุมให้ระดับน้ำของถังล่างเข้าสู่สมดุลได้ในลักษณะที่คล้ายกัน

4. สรุป

วิธีการควบคุมแบบ Computed Feedback Linearization (CFL) สามารถควบคุมระบบไม่เชิงเส้นให้มีพฤติกรรมของระบบควบคุมเป็นแบบเชิงเส้นได้ โดยระบบควบคุมสามารถรับมือกับ Hard Nonlinearity และความไม่เชิงเส้นในระบบในรูปแบบต่างๆ ได้ โดยที่ผลลัพธ์การควบคุมยังมีพฤติกรรมเป็นแบบเชิงเส้นตามที่ต้องการ วิธีการนี้สามารถนำมาใช้ในการควบคุมระบบแบบ Under-actuated system และสามารถใช้งานร่วมกับวิธี LQR เพื่อสร้างตัวควบคุมที่เกือบจะดีที่สุดสำหรับระบบไม่เชิงเส้นได้ แม้ว่ายังจะต้องศึกษาถึงจุดเด่นและข้อจำกัดของวิธีการอีกมาก แต่ผลการศึกษาในเบื้องต้นแสดงให้เห็นว่าวิธีการที่นำเสนอจะเป็นรากฐานที่สำคัญในการพัฒนาตัวควบคุมอเนกประสงค์สำหรับระบบไม่เชิงเส้นต่อไป

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบ ห้องปฏิบัติการวิจัยหุ่นยนต์และระบบอัตโนมัติ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่สนับสนุนเครื่องมืออุปกรณ์ต่างๆ ในการวิจัยนี้ และขอขอบคุณศูนย์เทคโนโลยีโลหะและวัสดุแห่งชาติ (MTEC) สำหรับทุนในการวิจัยนี้

เอกสารอ้างอิง

[1] R. C. Dorf and R. H. Bishop. Modern Control Systems. Prentice Hall, New Jersey, 2001.

[2] J E. Slitine and W. Ping., Applied Nonlinear Control. Prentice Hall, New Jersey, 1991.

[3] J. Pittner and M. A. SimaanPointwise, “Linear Quadratic Optimal Control of a Tandem Cold Rolling Mill,” The 39th Industry Applications Conference. Vol 2, Oct 2004.

[4] R. Chanchareon, J. Kananai, S. Chananuw., and V. Sanveraphunsiri,. “Stabilizing of an Inverted Pendulum Using Computed Feedback Linearization Technique,” Proc. IASTED Conf. Intelligent Systems and Control, MA, USA, 2005.

[5] R. Chanchareon, S. Chananuw., and V. Sanveraphunsiri,. “Tracking Control of an Inverted Pendulum using Computed Feedback Linearization Technique,” IEEE International Conference on Robotics, Automation and Mechatronics (RAM 2006), Bangkok, Thailand, June, 2006.

[6] Steven C. CHAPRA, Raymond P. CANALE, Numerical Methods for Engineers, McGRAW-HILL, Inc., 1990.

[7] M. Johansson. On Modeling, “Analysis and Design of Piecewise Linear Control Systems,” ISCAS '03. May 2003.