

ผลกระทบและการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโหมดแข็งเกร็ง
ในการสร้างแบบจำลองโมดัลสำหรับการดัดแปลงพลศาสตร์โครงสร้าง
Effect and Parameter Estimation of Rigid Body Modes
to Construction of Modal Models for Structural Dynamics Modification

วรเทพ กุศลมานเกียรติ^{1*} จักร ชันท์ลักษณ์²
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
บางซื่อ กทม. 10800

โทร 0-9122-2773 *อีเมลล์ thep_engineer@yahoo.com^{1*} chakjoe@hotmail.com²

Worathep Kusamankiet^{1*}, Chak Chantalakhana²

Department of Mechanical Engineering, King Mongkut's Institute of Technology North Bangkok,
Bangsue, Bangkok, Thailand 10800.

Tel : 0-9122-2773 *E-mail: thep_engineer@yahoo.com^{1*} chakjoe@hotmail.com²

บทคัดย่อ

การทำนายพฤติกรรมทางพลศาสตร์ของโครงสร้างที่ทำการดัดแปลง สามารถทำได้โดยใช้ข้อมูลการทดสอบโมดัล (Modal testing) ของโครงสร้างก่อนดัดแปลง โดยใช้เทคนิคที่รู้จักกันในนาม การดัดแปลงพลศาสตร์โครงสร้าง (Structural Dynamics Modification, SDM) ซึ่งเทคนิคนี้สามารถช่วยให้การออกแบบโครงสร้างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น เนื่องจากสามารถทำนายได้ว่าผลจากการดัดแปลงโครงสร้างจะทำให้พฤติกรรมทางพลศาสตร์เปลี่ยนไปอย่างไร โดยที่ไม่ต้องทำการดัดแปลงโครงสร้างจริง อย่างไรก็ตามในกระบวนการทดสอบโมดัลเพื่อหาค่าตัวแปรโหมด (Modal Parameters) และแบบจำลองโมดัล (Modal model) ของโครงสร้างก่อนดัดแปลงนั้น มักใช้การทดสอบแบบแขวนห้อยอิสระ (Free support) เพื่อลดผลกระทบจากความหน่วงอันเกิดจากการยึดโครงสร้าง แต่การทดสอบลักษณะนี้จะมีโหมดเคลื่อนที่แบบวัตถุแข็งเกร็ง (Rigid body modes) รวมอยู่ด้วย นอกเหนือจากโหมดดัดตัว (Flexible Modes) ซึ่งจะมีผลอย่างมากต่อวิธีการดัดแปลงพลศาสตร์โครงสร้าง (SDM) ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอผลการศึกษาทางทฤษฎีถึงความสำคัญของโหมดแข็งเกร็งที่มีผลต่อการทำนายพฤติกรรมทางพลศาสตร์โครงสร้างที่มีการดัดแปลงแบบยึดตรึง รวมทั้งการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโหมดดังกล่าว และได้ทำการทดลองจริงกับโครงสร้างคานอย่างง่าย โดยทำการยึดตรึงปลายคานทั้ง 2 ด้าน จากข้อมูลผลการทดสอบจริงแบบแขวนห้อยอิสระ และใช้ผลจากแบบจำลองไฟไนต์อีลิเมนต์มาเปรียบเทียบความถูกต้อง

Abstract

Prediction of modified structural dynamics can be performed by using modal data of unmodified structural dynamics or known as Structural Dynamics Modification (SDM) techniques. The techniques are useful for designing of large structures with several sub-components which pre-analysis needed before assembly process. Usually, modal testing procedures used for SDM techniques are utilized a free support boundary condition such that the effect from damping of joint or connector not involve to the dynamics behavior of the structures. However, there are rigid body modes needed to identify from testing data. The rigid modes are influenced to the identified flexible modes such that the first few modes after SDM processes can be invisible from the response.

This research is illustrated about the important of the rigid body modes to the fixed-type modified structure dynamics including the parameter estimation of this mode. The finite element model of the cantilever beam is used for numerical studies is used for experimental investigation to SDM application. The beam with free support is tested for dynamic responses. Then the responses are used for identified of modal models for SDM. The results from FEM will be compared with the results from SDM.

1. บทนำ

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาและประยุกต์หลักการทางโมดัล (Modal analysis) ในการใช้ข้อมูลผลการทดสอบโมดัลของโครงสร้างก่อนการตัดแปลงเพื่อทำนายการพฤติกรรมทางพลศาสตร์โครงสร้างที่ถูกตัดแปลงโดยการยึดตึง เทคนิคดังกล่าวรู้จักกันในนามการตัดแปลงพลศาสตร์โครงสร้าง (Structural Dynamics Modification, SDM) ซึ่งมีประโยชน์อย่างมากในการออกแบบชุดต้นแบบหรือการแก้ปัญหาทางด้านความสั่นสะเทือน เนื่องจากสามารถทำนายพฤติกรรมทางพลศาสตร์ของโครงสร้างตัดแปลงได้ โดยไม่ต้องทำการตัดแปลงโครงสร้างจริง อันเป็นการช่วยลดเวลาและค่าใช้จ่ายในการแก้ปัญหาหรือทดสอบได้

โดยทั่วไปการทดสอบโครงสร้างที่ใช้ในเทคนิคนี้ มักทำการทดสอบโมดัลกับโครงสร้างที่ถูกแขวนห้อยอย่างอิสระเพื่อลดผลกระทบจากความหน่วงอันเกิดขึ้นจากการเชื่อมต่อ ซึ่งส่งผลต่อการสร้างแบบจำลองโมดัล แต่การทดสอบลักษณะนี้จำเป็นต้องมีการรวมตัวแปรของโหมดของโหมดแข็งเกร็ง (Rigid body mode) เข้าไปในการสร้างแบบจำลองโมดัลด้วย นอกเหนือจากโหมดดัดตัว (Flexible mode) เพราะจะมีผลต่อการทำนายพฤติกรรมของโครงสร้างหลังมีการตัดแปลง งานวิจัยนี้ได้แสดงให้เห็นถึงวิธีการตัดแปลงพลศาสตร์โครงสร้าง (SDM) และความสำคัญของโหมดแข็งเกร็งที่มีผลต่อความถูกต้องในการทำนายสำหรับงานวิจัยที่ผ่านมา อาทิเช่น D.J. Ewins[1] ได้นำเสนอการทำนายพฤติกรรมทางพลศาสตร์ของอุปกรณ์รับน้ำหนัก (carrier) ของเฮลิคอปเตอร์เมื่อมีการยึดติดกับลำตัว (Airframe) โดยใช้เทคนิคการทำนายโครงสร้างประกอบ (Sub-structuring) โดยผลการทดลองสามารถทำนายพลศาสตร์ของโครงสร้างประกอบได้ดีกับโหมดต่ำและได้สรุปผลการทดลองไว้ว่าเกิดจากความผิดพลาดในการสร้างแบบจำลอง เช่นเดียวกับกับ Ant'onio Panlo Vale Urgueira[2] ได้นำเสนอเทคนิคอิมพีแดนซ์คัปปลิง (Impedance coupling technique) และโมดัลคัปปลิง (Modal coupling) ที่ใช้ในการทำนายโครงสร้างย่อยที่มีการตัดแปลงโดยการประกอบกับโครงสร้างย่อยอื่น (Sub-structuring) และยังได้นำเสนอถึงความสำคัญและวิธีการหาตัวแปรโหมดของโหมดแข็งเกร็งเนื่องจากใช้การทดสอบโครงสร้างย่อยแบบแขวนห้อยอิสระ (Free support) ต่อมา Peter Avitabile[3] ได้กล่าวถึงประวัติ แนวโน้มของการพัฒนางานวิจัยที่เกี่ยวข้องและปัญหาของวิธีการตัดแปลงโครงสร้าง (SDM) โดยได้กล่าวว่าเทคนิคนี้ได้กลายเป็นเครื่องมือสำคัญที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในการออกแบบ ส่วนปัญหาของเทคนิคนี้มีอยู่ด้วยกันหลายส่วน เช่น ปัญหาการตัดทอนโหมด (Truncation effect) การไม่สามารถวัดค่าได้ในแนวองศาอิสระการหมุน (rotational degree of freedom, RDOF) โหมดแข็งเกร็ง (Rigid Body Modes) การสเกลรูปร่างการสั่น (Mode shape scaling) การพิจารณาโหมดแบบซับซ้อนและโหมดสัดส่วน (Complex vs. Proportional Mode) ซึ่งปัญหาเหล่านี้เป็นอุปสรรคและมีผลต่อความถูกต้องในการทำนาย ซึ่งบางปัญหาเกิด

จากข้อจำกัดของเครื่องมือวัดและยังคงเป็นปัญหาที่คงอยู่จนถึงทุกวันนี้ เช่นปัญหาการตัดทอนโหมด (Truncation effect) นอกจากนี้ยังได้นำเสนอเทคนิคการปรับปรุงโครงสร้างแบบต่างๆ เช่น เทคนิคการปรับปรุงค่าไอเกนวาลู (Eigenvalue Modification Technique, EMT) เทคนิคการปรับปรุงค่าไอเกนวาลูแบบโลคัล (Local Eigenvalue Modification Procedure, LEMP) และวิธีการปรับปรุงโครงสร้างโดยการใส่ผลตอบสนองของควมถี่ (Structural Modification Using Response Functions, SMURF) ซึ่งเป็นเทคนิคที่นำมาใช้ในงานวิจัยนี้ งานวิจัยชิ้นต่อมาได้แก่ Peter Wallack, Pual Skoog and Mark Richardson [4] นำเสนอการทำนายรูปร่างการสั่นและค่าความถี่ธรรมชาติของการปรับปรุงแผ่นเรียบบาง (Plate) ด้วยการเสริมคานขวาง (Rib) โดยได้นำเสนอวิธีการสร้างแบบจำลองของคานและการทำนายผลพฤติกรรมทางพลศาสตร์ที่เปลี่ยนไปเมื่อนำไปยึดติดกับแผ่นเรียบบาง โดยได้นำเสนอวิธีที่นำมาใช้ 2 วิธี คือ วิธีแมกซิมั่มโอเวอร์แลปปีงสติฟเนส (Maximum Overlapping Stiffness, MOS) และวิธีซัมเมชันโอเวอร์แลปปีงสติฟเนส (Summation Overlapping Stiffness, SOS) โดยทำการศึกษานำแบบจำลองไฟไนต์อีลิเมนต์ ซึ่งผลการทดลองที่ได้พบว่าสามารถทำนายค่ารูปร่างการสั่นและค่าความถี่ธรรมชาติได้เป็นที่สอดคล้องกัน (เมื่อเทียบผลการทดลองจริงและวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์โดยตรง) โดยวิธี SOS ให้ผลดีกว่าวิธี MOS นอกจากนี้ยังได้พัฒนาเทคนิคแบบเดิมไปเป็น การตัดแปลงพลศาสตร์โครงสร้างแบบพร้อมกัน (Simultaneous Structural Dynamics Modification, S²DM) [5] ซึ่งให้ผลการคำนวณที่รวดเร็วกว่าสำหรับการคำนวณเมตริกซ์ที่มีขนาดใหญ่ งานวิจัยชิ้นต่อมาได้แก่ Sestieri A, D'Ambrogio W[6] นำเสนอทฤษฎีและวิธีการตัดแปลงโครงสร้าง (SDM) โดยการใช้ฐานข้อมูล 2 รูปแบบคือ ฐานข้อมูลโมดัล (Modal database) และ ฐานข้อมูลฟังก์ชันตอบสนองของควมถี่ (FRFS database) ซึ่งพบว่าฐานข้อมูลทั้งสองสามารถนำมาใช้ในการทำการปรับปรุงโครงสร้างได้ แต่ฐานข้อมูลโมดัลจะมีข้อจำกัดมากกว่า เนื่องจากผลกระทบของการตัดทอนโหมด (Truncation effect) สำหรับการหาค่าตัวแปรโหมดและวิธีการสร้างแบบจำลองโมดัลได้ถูกนำเสนอโดย N.M.M. Maia and J.M.M. Silva [7] และ Randall J. Allemang [8] ซึ่งสามารถใช้หาค่าตัวแปรโหมด (Modal parameter) ได้จริงจากผลการทดสอบโมดัล (Modal Testing)

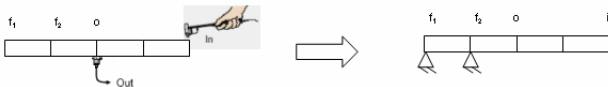
2. แบบจำลองโมดัล

ในการสร้างแบบจำลองเพื่อศึกษาพฤติกรรมการสั่นสะเทือนของโครงสร้างทางกลในโดเมนความถี่ สมการที่ในการสร้างแบบจำลองโมดัลคือ

$$H_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \left(\frac{r A_{jk}}{\omega_r \xi_r + i(\omega - \omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2})} + \frac{r A_{jk}^*}{\omega_r \xi_r + i(\omega + \omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2})} \right) \quad (1)$$
$$r A_{jk} = a_r \phi_{jr} \phi_{kr}$$

โดย $H_{jk}(\omega)$ คือฟังก์ชันตอบสนองความถี่ (Frequency Response Functions, FRFs) ที่ประกอบไปด้วยข้อมูลคุณลักษณะทางโหมด (Modal Parameters) คือ ค่าคงที่โหมด (Modal constant) r, A_{jk} โดย 'r' คือลำดับโหมดการสั่น คือตำแหน่งจุดโครงสร้างที่ตอบสนอง 'k' คือตำแหน่งจุดโครงสร้างที่กระตุ้น a_r คือค่าการขยาย (scaling) ϕ_{jr} คือค่าเวกเตอร์เจาะจง (Eigen vector) หรือค่ารูปร่างการสั่น (Mode shape) ของจุดที่ 'j' โหมดที่ 'r' และค่าเจาะจง (Eigen value), คือ ω_r, ξ_r ซึ่งเป็นความถี่ธรรมชาติและอัตราส่วนการหน่วงตามลำดับ ซึ่งข้อมูลเหล่านี้สามารถหาได้จากข้อมูล FRFs ที่ได้จากการทดลอง[7]

3. การดัดแปลงพลศาสตร์โครงสร้าง (Structural Dynamic Modification, SDM)



ภาพที่ 1 การทดลองแบบอิสระเพื่อทำนายการดัดแปลงแบบยืดตรง

จากภาพที่ 1 เป็นการทดลองหาค่าฟังก์ชันตอบสนองความถี่ (FRFs) ของโครงสร้างคานก่อนมีการดัดแปลงเพื่อนำผลที่ได้ไปทำนายฟังก์ชันตอบสนองความถี่ของโครงสร้างคานหลังการดัดแปลงแบบยืดตรงจำนวน 2 จุด (f_1, f_2) โดยสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบสนอง ฟังก์ชันตอบสนองความถี่และแรงกระทำต่อจุดต่างๆ ได้ดังสมการ (2)

$$\begin{bmatrix} x_{f_1} \\ x_{f_2} \\ x_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{f_1 f_1} & H_{f_1 f_2} & H_{f_1 o} \\ H_{f_2 f_1} & H_{f_2 f_2} & H_{f_2 o} \\ H_{o f_1} & H_{o f_2} & H_{o o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{f_1} \\ F_{f_2} \\ F_o \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} F_{f_1} \\ F_{f_2} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H_{f_1 f_1} & H_{f_1 f_2} \\ H_{f_2 f_1} & H_{f_2 f_2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} H_{f_1 o} \\ H_{f_2 o} \end{bmatrix} F_o \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} F_{f_1} \\ F_{f_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{bmatrix} F_o \quad (4)$$

$$x_o = \begin{bmatrix} H_{o f_1} & H_{o f_2} & H_{o o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ 1 \end{bmatrix} F_o \quad (5)$$

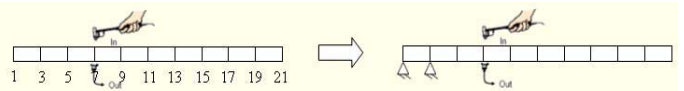
$$H_{oi_modified} = \frac{x_o}{F_o} = \begin{bmatrix} H_{o f_1} & H_{o f_2} & H_{o o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

จากสมการ (6) (ประยุกต์มาจากวิธี Structural Modification Using Response Functions, SMURF [3]) แสดงให้เห็นว่าฟังก์ชันตอบสนองความถี่ (FRFS) ของโครงสร้างคานที่ถูกดัดแปลง สามารถทำนายได้โดยใช้ฟังก์ชันตอบสนองความถี่ (FRFS) ก่อนมีการดัดแปลง ได้อย่างไร

ตามฟังก์ชันตอบสนองความถี่ (FRFs) ที่ได้มาจากการทดสอบโมดัลแบบแขวนห้อยอิสระซึ่งมีโหมดแข็งเกร็ง (Rigid body modes) รวมอยู่ด้วย นอกเหนือจากโหมดดัดตัว (Flexible modes) แต่ในทางปฏิบัติเครื่องมือวัดและการจับสัญญาณอาจไม่สามารถวัดโหมดเหล่านี้ได้อย่างชัดเจนซึ่งหากไม่มีการรวมโหมดดังกล่าว เข้าไปในแบบจำลองโหมด (Modal model) จะทำให้การทำนายพฤติกรรมทางพลศาสตร์ของโครงสร้างที่มีการดัดแปลงเกิดความผิดพลาดได้ ดังที่จะกล่าวต่อไป

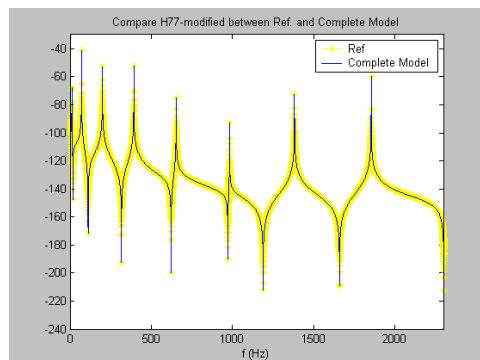
4. โหมดแข็งเกร็ง (Rigid body modes)

4.1 ผลกระทบจากการขาดโหมดแข็งเกร็ง

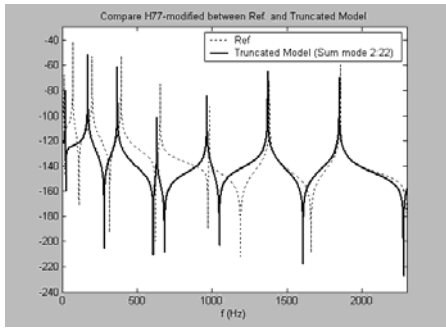


ภาพที่ 2 แบบจำลองไฟไนต์อีลิเมนต์ของคาน 2 มิติ

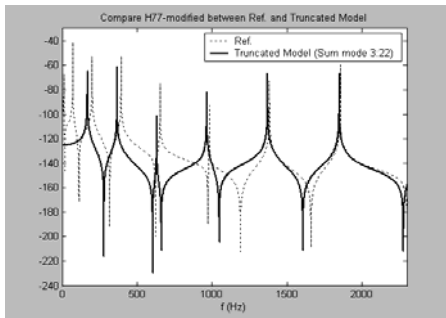
การทดลองนี้เป็นการทดลองเชิงตัวเลขเพื่อศึกษาถึงความสำคัญของโหมดแข็งเกร็งที่มีผลต่อการทำนายพฤติกรรมพลศาสตร์โครงสร้างดัดแปลง โดยใช้แบบจำลองไฟไนต์อีลิเมนต์ของคาน 2 มิติแบบแขวนอิสระ (Free support) มาทำการศึกษาดังภาพที่ 2 มีคุณสมบัติของคานคือ ค่ามอดูลัสความยืดหยุ่น (Modulus of Elasticity, E) = 200GPa ค่าความหนาแน่น (Density, D) = 7,800 Kg/m³ ขนาดกว้างยาวสูง = 45 mm x 710 mm x 6 mm จากคุณสมบัติและรูปแบบการทดสอบพบว่าโหมดและค่าความถี่ธรรมชาติทั้งหมด 22 โหมด ประกอบด้วยโหมดแข็งเกร็ง (Rigid body modes) 2 โหมด และโหมดดัดตัว (Flexible modes) 20 โหมด และได้กำหนดให้ $H_{jk}^{mm_mod}$ คือ ฟังก์ชันตอบสนองความถี่ (FRFS) ของโครงสร้างที่ถูกดัดแปลงโดยใช้วิธีการตามสมการ(6)มีแรงกระตุ้นที่จุด 'k' วัดผลตอบสนองที่ 'j' โดยใช้ฟังก์ชันตอบสนองความถี่ (FRFS) ของโครงสร้างก่อนดัดแปลงที่มีการรวมโหมดตั้งแต่โหมด m ถึง n และผลการทดลองได้แสดงให้เห็นถึงผลกระทบระหว่างการรวมและไม่รวมโหมดแข็งเกร็งได้เป็นอย่างดีดังภาพที่ 3 ถึง 5



ภาพที่ 3 เปรียบเทียบ FRFS $H_{77}^{1,22_mod}$ กับ FRFS ที่ใช้อ้างอิง



ภาพที่ 4 เปรียบเทียบ FRFS $H_{77_mod}^{2,22}$ กับ FRFS ที่ใช้อ้างอิง



ภาพที่ 5 เปรียบเทียบ FRFS $H_{77_mod}^{3,22}$ กับ FRFS ที่ใช้อ้างอิง

ภาพที่ 3 แสดงให้เห็นถึงความถูกต้องของวิธีการตามสมการที่ (6) โดยฟังก์ชันตอบสนองความถี่ (FRFs) ก่อนตัดแปลงที่มีการรวมตัวแปรโหมดครบทุกโหมด (โหมดที่ 1 ถึง 22) ซึ่งกราฟฟังก์ชันการตอบสนองความถี่ที่ทำนายได้จะทับกันอย่างสนิทกับกราฟอ้างอิง แต่หากไม่รวมโหมดแข็งเกร็งจะมีความผิดพลาดเกิดขึ้น โดยเฉพาะในช่วงโหมดแรก ดังภาพที่ 4 และ 5

4.2 การหาค่าโมดัลพารามิเตอร์ของโหมดแข็งเกร็ง

ในทางอุดมคติแล้วสภาวะการทดสอบแบบแขวนห้อยอิสระจะเป็นดังภาพที่ 6 ซ้ายมือ ซึ่งให้ค่าโมดัลพารามิเตอร์ของโหมดแข็งเกร็งดังนี้

- ความถี่ธรรมชาติ = 0 Hz
- ค่าอัตราส่วนความหน่วง = 0 %
- ค่ารูปร่างการสั่นจะขึ้นอยู่กับคุณสมบัติความเฉื่อย (มวลและโมเมนต์ความเฉื่อย) ซึ่งจะแบ่งตามประเภทของการสั่นดังนี้

○ การสั่นในแนวขวาง = $\frac{1}{\sqrt{m}}$ (7)

○ การสั่นในแนวการหมุน = $\frac{1}{\sqrt{I}}(y_p - y_{c.g.})$ (8)

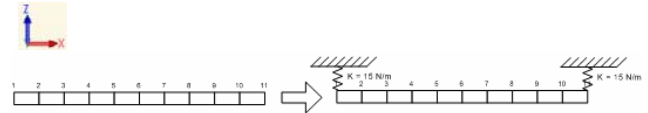
เมื่อ m คือ มวล , I คือ โมเมนต์ความเฉื่อย

y_p คือ ตำแหน่งจุดบนโครงสร้างที่พิจารณา

$y_{c.g.}$ คือ จุดศูนย์กลางถ่วงของโครงสร้างที่พิจารณา

โดยจำนวนโหมดดังกล่าวมีได้มากที่สุดจำนวน 6 โหมด (ตามจำนวนองศาอิสระและรูปแบบการทดสอบเช่นในกรณีนี้จะมีแค่ 2 โหมด คือ

ตามแนว z และ θ_y) แต่ในทางปฏิบัติแล้ว สภาวะดังกล่าวไม่สามารถเกิดขึ้นได้จริงทั้งรูปแบบการทดสอบและการวัดค่าได้ของเครื่องมือวัด จึงมีการเปลี่ยนรูปแบบการทดสอบใหม่ดังภาพ 6 ขวามือ โดยการแขวนห้อยโครงสร้างไว้กับสปริงอ่อนซึ่งจะทำให้ความถี่ธรรมชาติสูงขึ้น



ภาพที่ 6 การเปลี่ยนรูปแบบการทดสอบเพื่อหาค่าโมดัลพารามิเตอร์ของโหมดแข็งเกร็ง

จากภาพที่ 6 ใช้แบบจำลองไฟไนต์อีลิเมนต์ของคานมาทำการศึกษาโดยคุณสมบัติของคานคือ ค่ามอดูลัสความยืดหยุ่น = 59.5 GPa ค่าความหนาแน่น = 2693.1 Kg/m³ กว้างxยาวxสูง = 38.1 mm x 500 mm x 6.35 mm ซึ่งได้ผลค่าตัวแปรโหมดของโหมดแข็งเกร็งตามตารางที่ 1, 2 และ 3 โดยจากตารางที่ 1 จะเห็นได้ว่าเมื่อทำการแขวนคานไว้กับสปริงอ่อนขนาด 15 N/m จะทำให้ค่าความถี่ธรรมชาติของโหมดแข็งเกร็งมีค่าสูงขึ้นทั้ง 2 โหมดจนสามารถทำการวัดจริงได้ ส่วนค่ารูปร่างการสั่นของโหมดแข็งเกร็งที่ทดลองได้จะมีค่าใกล้เคียงกับการคำนวณด้วยสมการที่ (7) และ (8) ดังตารางที่ 2 และ 3

ตารางที่ 1

ค่าความถี่ธรรมชาติ		
mode	Non-K	Add K = 15 N/m
1 (R)	0	1.527
2 (R)	0	2.645
3 (F)	127.264	127.301
4 (F)	350.884	350.898
5 (F)	688.335	688.342
6 (F)	1139.538	1139.543

(R) หมายถึง Rigid body mode , (F) หมายถึง Flexible mode

ตารางที่ 2

ค่ารูปร่างการสั่น (ϕ) ของโหมดที่ 1 (R)			
ตำแหน่งคาน	Non-K	Add K = 15 N/m	$\frac{1}{\sqrt{m}}$
1	2.00	1.751	1.752
2	-1.453	1.752	1.752
3	-0.903	1.752	1.752
4	-0.354	1.753	1.752
5	0.195	1.753	1.752
6	0.745	1.753	1.752
7	1.294	1.753	1.752
8	1.844	1.753	1.752

ตารางที่ 2 (ต่อ)

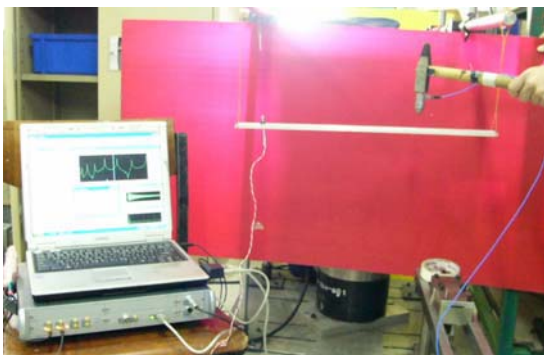
ค่ารูปร่างการสั่น(φ) ของโหมดที่ 1 (R)			
ตำแหน่งคาน	Non-K	Add K = 15 N/m	$\frac{1}{\sqrt{I}}$
9	2.393	1.752	1.752
10	2.943	1.752	1.752
11	3.492	1.751	1.752

ตารางที่ 3

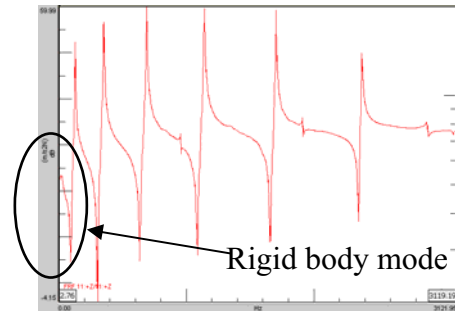
ค่ารูปร่างการสั่น(φ) ของโหมดที่ 2 (R)			
ตำแหน่งคาน	Non-K	Add K = 15 N/m	$\frac{1}{\sqrt{I}}(y_p - y_{c.g.})$
1	-2.876	-3.035	-3.035
2	-2.618	-2.428	-2.428
3	-2.360	-1.821	-1.821
4	-2.102	-1.214	-1.214
5	-1.84	-0.607	-0.607
6	-1.586	0	0
7	-1.328	0.607	0.607
8	-1.070	1.214	1.214
9	-0.812	1.821	1.821
10	-0.554	2.428	2.428
11	-0.295	3.035	3.035

5. การทดลองกับโครงสร้างคานจริง

การทดลองนี้ได้ทำการทดสอบกับโครงสร้างคานจริงแบบแขวนห้อยอิสระดังภาพที่ 7 และมีคุณสมบัติเช่นเดียวกับคานในแบบจำลองไฟไนต์อีลิเมนต์ตามภาพที่ 6 โดยจากกราฟฟังก์ชันตอบสนองความถี่ (FRFs) สามารถหาค่าตัวแปรโหมดตัดตัวได้ และเห็นว่า ตำแหน่งของโหมดแข็งเกร็งจะอยู่ใกล้ความถี่ 0 Hz ดังภาพที่ 8

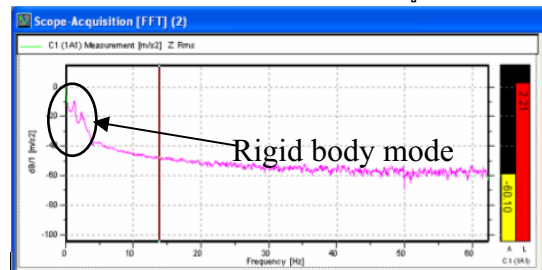


ภาพที่ 7 แสดงการทดสอบคานแบบแขวนห้อยอิสระ

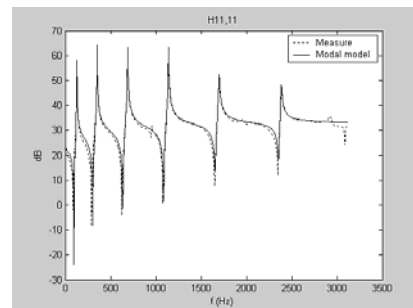


ภาพที่ 8 แสดงตำแหน่งของโหมดแข็งเกร็งที่ได้จากการทดสอบจริง

ดังนั้นค่าตัวแปรโหมดแข็งเกร็งจะหาจากกราฟโดยตรงได้ยาก จึงใช้ค่าตัวแปรโหมดในส่วนของการรูปร่างการสั่นที่ได้จากการคำนวณดังตารางที่ 2-3 (ตัวอักษรเอียง) ส่วนค่าความถี่ธรรมชาติหาได้จากการวัดสัญญาณการสั่นของคานแบบอิสระ ณ ตำแหน่งปลายคาน (โดยกำหนดช่วงความถี่ในการวัดสัญญาณให้มีค่าน้อยในที่นี้ใช้ 80 Hz) ซึ่งจะปรากฏโหมดแข็งเกร็งจำนวน 2 โหมดดังภาพที่ 9 และมีค่าความถี่ธรรมชาติเป็น 1.53 และ 2.69 Hz ซึ่งใกล้เคียงกับที่คำนวณได้จากแบบจำลองไฟไนต์อีลิเมนต์ดังภาพที่ 6 และตารางที่ 1 สำหรับค่าอัตราส่วนความหน่วงของโหมดดังกล่าวถือว่ามีความน้อยมากจนกำหนดให้เป็นศูนย์ได้



ภาพที่ 9 แสดงความถี่ธรรมชาติของโหมดแข็งเกร็ง



ภาพที่ 10 แสดงFRFsที่ทำนายได้จากข้อมูลการทดสอบ

จากค่าตัวแปรโหมดที่ได้สามารถนำมาสร้างเป็นแบบจำลองโมดัล ซึ่งเมื่อได้เปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการวัดจริงแล้วพบว่ามีความสอดคล้องกันมากดังภาพที่ 10 และนำไปใช้ในการทำนายการดัดแปลงโครงสร้างโดยการยึดตรึงปลายคานดังภาพที่ 11



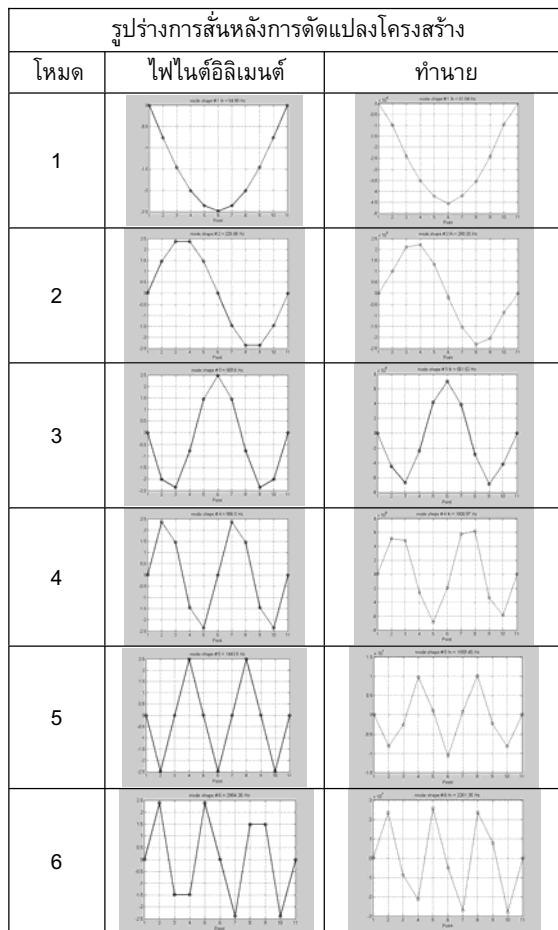
ภาพที่ 11 แสดงFRFsที่ทำนายได้จากข้อมูลการทดสอบ

ซึ่งผลการทำนายพบว่ามีค่าความสอดคล้องเป็นอย่างดีเมื่อเทียบกับผลที่ได้จากแบบจำลองไฟไนต์อีลิเมนต์ที่มีการตัดแปลงโดยตรงดังตารางที่ 4 และ 5

ตารางที่ 4

ค่าความถี่ธรรมชาติหลังการตัดแปลงโครงสร้าง		
โหมด	ไฟไนต์อีลิเมนต์	ทำนาย
1	54.95	61.04
2	225.85	250.25
3	509.6	561.52
4	906.5	1,000.97
5	1443.5	1,559.45
6	2084.35	2,261.35

ตารางที่ 5



6. สรุป

ค่าโมดัลพารามิเตอร์ของโหมดเชิงเกร็งมีความสำคัญเป็นอย่างมาก ต่อการสร้างความถี่ของโมดัลเพื่อการทำนายการตัดแปลงโครงสร้าง การทดลองได้แสดงให้เห็นว่าหากไม่มีการรวมโหมดดังกล่าว ผลการทำนายการตัดแปลงโครงสร้างจะมีความผิดพลาดเกิดขึ้นโดยเฉพาะ

ในช่วงโหมดต่ำ อย่างไรก็ตามการหาค่าโมดัลพารามิเตอร์ของโหมดดังกล่าวโดยเฉพาะค่าความถี่ธรรมชาติและค่ารูปร่างการสั่นยังหาได้ค่อนข้างยากในสภาพอุดมคติ แต่ก็สามารถหาได้ง่ายขึ้นเมื่อแขวนโครงสร้างหรือวางไว้บนสปริงอ่อน โดยค่ารูปร่างการสั่นสามารถคำนวณได้จากคุณสมบัติความเฉื่อยของโครงสร้าง ซึ่งผลการทดลองได้แสดงให้เห็นว่าสามารถทำนายค่าความถี่ธรรมชาติและค่ารูปร่างการสั่นของโครงสร้างได้จริง โดยมีความสอดคล้องกันกับผลที่ได้จากแบบจำลองไฟไนต์อีลิเมนต์

7. กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบคุณศูนย์วิจัยวิศวกรรมคำนวณขั้นสูง (RACE) ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ที่ได้เอื้อเฟื้ออุปกรณ์และเครื่องมือวัดในการทำงานวิจัยชิ้นนี้

8. เอกสารอ้างอิง

[1] D.J. Ewins (2001) , 'Modal Testing: Theory, Practice and Application', 2nd Edition, Research Studies Press Ltd., Hertfordshire

[2] A. P. V. Urgueira (1989), 'Dynamics analysis of coupled structures using experimental data', Thesis of Imperial College of Science Technology and Medicine London

[3] P. Avitabile (2003) , 'Twenty Years of Structural Dynamics Modification – A Review' , Sound and Vibration Magazine, January

[4] P. Wallack , P. Skoog and M. Richardson (1989) , 'Comparison of Analytical and Experimental Rib Stiffener Modification to a Structural' IMAC VII, Jan 30 – Feb 2, at the Riviera in Las Vegas, Nevada

[5] P. Wallack , P. Skoog and M. Richardson (1988), 'Simultaneous Structural Dyanamics Modification (S²DM)', IMAC VI, Feb 1-4, at the Hyatt Orlando in Kissimmee, Florida

[6] A. Sestieri and W. D'Ambrogio, (2000) 'Structural Dyanamic Modification' Sadhana Journal, Vol. 25, Part 3, pp 247 – 259 Printed in India

[7] N.M.M. Maia and J.M.M. Silva (2001), 'Modal analysis identification techniques', Research Studies Press Ltd. Hertfordshire

[8] R. J. Allemang, (1999) 'Vibrations: Analytical and Experimental modal analysis', Internal Report of Structural Dynamics Research Laboratory Department of Mechanical, Industrial and Nuclear Engineering of University of Cincinnati, Ohio