

การควบคุมระดับของเหลวด้วยตัวควบคุมโมเดลเบสพีไอดี Liquid level control by Model based PID controller

สีบวงค์ จันท์เอี่ยม^{*1} , สินชัย ชินวรรัตน์²

^{1,2}สาขาวิชาพลศาสตร์และการควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

1518 ถ.พิบูลสงคราม บางซื่อ กรุงเทพฯ 10800

โทรศัพท์ 02-9132500 ต่อ 8308 โทรสาร 02-25870026

Email: ¹boat2boat@hotmail.com , ²sch@kmitnb.ac.th

Seubwong Janiam, Sinchai Chinvorarat

Department of Dynamic and Control Faculty of Mechanical Engineering KingMongkut's Institute of Technology

1518 Piboonsongkram.R Bangsue Bangkok 10800

Tel 02-9132500 ext 8308 Fax 02-25870026

Email: ¹boat2boat@hotmail.com , ²sch@kmitnb.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ในการศึกษาทฤษฎีการควบคุมโมเดลเบสและนำมาประยุกต์ใช้ร่วมกับการควบคุมพีไอดี เพื่อควบคุมกระบวนการซึ่งเป็นระดับของเหลวในถังบรรจุ ให้เป็นแบบอัตโนมัติ โดยกระบวนการที่นำมาใช้ในการควบคุมนั้น เป็น ระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต (MIMO) แบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear) ที่ไม่มีความซับซ้อนมากเกินไป สามารถหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แทนระบบด้วยวิธีการสร้างสมการโดยอาศัยกฎทางฟิสิกส์ได้ เมื่อทำการออกแบบ และทดสอบตัวควบคุมโมเดลเบสพีไอดีกับชุดทดลองแล้วพบว่า ผลตอบสนองที่ได้จากตัวควบคุมโมเดลเบสพีไอดีเมื่อเปรียบเทียบกับตัวควบคุมพีไอดีที่ได้รับการปรับแต่งค่าด้วยวิธีการแบบดั้งเดิม จะให้ผลตอบสนองที่ดีกว่า สามารถกำจัดค่าผิดพลาดที่สถานะอยู่ตัว(Steady state error) สัญญาณรบกวน(Disturbance) รวมทั้งความผิดพลาดที่เกิดจากอินเทอร์แอคชัน(Interaction)ในระบบMIMOได้ดีกว่า และใช้เวลาเข้าสู่เสถียรภาพที่สถานะอยู่ตัวน้อยกว่า ทั้งนี้เป็นเพราะการควบคุมโมเดลเบสสามารถทำนาย(predict) พฤติกรรมของสัญญาณควบคุมในอนาคตได้ ถึงแม้แบบจำลองจะมีข้อผิดพลาด(model error) หรือไม่สามารถใช้แทนระบบได้อย่างสมบูรณ์ก็ตาม ก็ยังสามารถทำการติดตามรอยอินพุต (tracking) ให้เข้าสู่ค่าอินพุตอ้างอิง(set point) ได้ ซึ่งเป็นข้อได้เปรียบที่ชัดเจนของระบบควบคุมแบบโมเดลเบส สรุปได้ว่า การควบคุมแบบโมเดลเบสมีความเหมาะสมเพียงพอที่จะใช้ควบคุมระบบแบบMIMOสำหรับใช้งานจริงต่อไป

Abstract

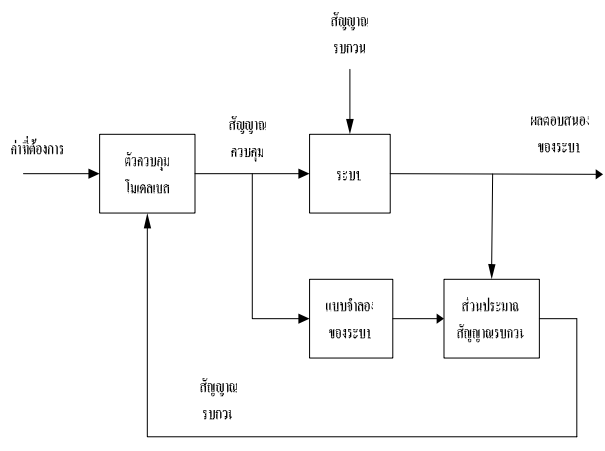
The purpose of this this research to learn the theory of Model Based Control with PID control algorithm to control the process that is the level in tank-liquid container automatically. The process is multiple input-multiple output , naturally, is nonlinear system which can be created mathematical model by physical law representing the overall system. When we design and test model base PID controller we find out the response of model base PID controller have a good response more than regular PID. The model base PID controller can reject all of Steady state error, disturbances and mismatch due to process interaction on MIMO system. And also less setting time. Because it can predict the future output even if the mathematical model had some error or not perfect but the response is able to tracking to set point that is the obviously advantage of model based control , In conclusion the model base is sufficient to used to control MIMO system in industrial work.

Keyword: model based control, PID controller, and mathematical model

1. บทนำ

ในปัจจุบันการควบคุมกระบวนการ (Process control) ได้มีการเรียนรู้หลักการ และเทคนิค ในการควบคุมกระบวนการมาประยุกต์ใช้กับกระบวนการต่างๆมากมาย จนกระทั่งได้ถูกพัฒนา จนกลายเป็นรูปแบบของระบบควบคุมแบบอัตโนมัติ (Automatic process control) ซึ่งไม่จำเป็นต้องใช้มนุษย์ในการควบคุมกระบวนการเหมือนในอดีตอีกต่อไป ทั้งนี้กระบวนการทางอุตสาหกรรม โดยทั่วไปจะเป็นระบบแบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต(MIMO) ทำให้เป็นไม่ยากนักที่การควบคุมอัตโนมัติจะเป็นไปตามต้องการอย่างมีประสิทธิภาพ เนื่องจากผลของอินเทอร์แอคชั่น ที่การปรับตัวแปรปรับแต่ง (Manipulate variable) ใดๆก็ตาม จะกระทบต่อตัวแปรควบคุม (Controller variable) ของระบบทั้งหมด ดังนั้นจึงมีแนวความคิดที่จะศึกษาทฤษฎีการควบคุมโมเดลเบส และนำมาประยุกต์ใช้ร่วมกับตัวควบคุมพีไอดี เพื่อควบคุมกระบวนการที่ระบบแบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต เนื่องเพราะการควบคุมโมเดลเบสสามารถทำนาย(predict)พฤติกรรมของสัญญาณควบคุมในอนาคตได้ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และตัวควบคุมพีไอดีก็เป็นที่ยอมรับใช้กันใ้กันอย่างแพร่หลายในกระบวนการทางอุตสาหกรรม

2. การควบคุมโมเดลเบส



รูปที่ 1 โครงสร้างของระบบควบคุมแบบโมเดล-เบส

พิจารณารูปที่1 โครงสร้างการควบคุมโมเดลเบสประกอบไปด้วยองค์ประกอบสำคัญ 3 ส่วน ดังนี้

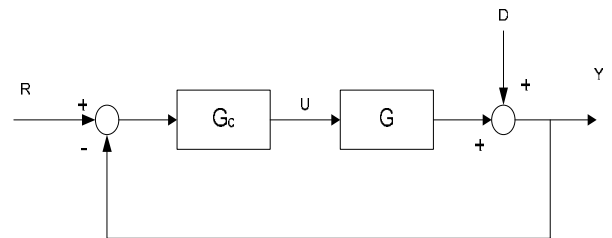
- (1) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ (Mathematical model) มีหน้าที่ทำนายผลตอบสนองในอนาคตของระบบ
- (2) ส่วนประมาณค่าสัญญาณรบกวน (Disturbance Estimation) มีหน้าที่ประมาณสัญญาณรบกวนที่กระทำต่อระบบจริง
- (3) ตัวควบคุม (Controller) ทำหน้าที่สร้างสัญญาณควบคุมเพื่อควบคุมให้ผลตอบสนองของระบบเข้าสู่ค่าที่ต้องการ

เมื่อได้รับสัญญาณควบคุมจากตัวควบคุมโมเดลเบส ทั้งระบบและแบบจำลองจะผลิตผลตอบสนองออกมา จากนั้นตัวตรวจจะทำการ

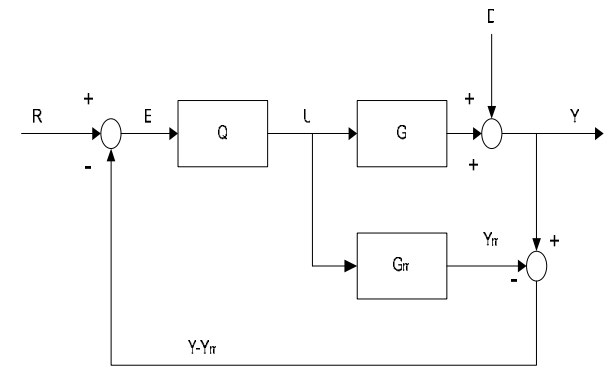
วัดผลตอบสนองที่เกิดขึ้นจริง ส่งต่อสัญญาณเข้าสู่ส่วนประมาณค่าสัญญาณรบกวน นำมาทำการเปรียบเทียบกับผลตอบสนองที่ได้มาจากแบบจำลอง ซึ่งจะได้สัญญาณรบกวนที่กระทำต่อระบบ รวมทั้งความผิดพลาดของแบบจำลอง(Model error) บ้อนกลับเข้าสู่ตัวควบคุม เพื่อเปรียบเทียบกับค่าที่ต้องการ (set point) เป็นสัญญาณความผิดพลาด (error signal) ตัวควบคุมจะรับค่าสัญญาณความผิดพลาดนี้ ดำเนินการปรับปรุงสัญญาณควบคุม เพื่อให้ระบบผลิตผลตอบสนองให้ใกล้เคียงกับค่าที่ต้องการมากที่สุด

2.1. การปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมพีไอดีด้วยโมเดลเบสสำหรับระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต

กำหนดให้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ สามารถใช้แทนระบบได้อย่างสมบูรณ์(Peafect model) หรือ $G_m(s) = G(s)$



(a) บล็อกไดอะแกรมของการควบคุมแบบดั้งเดิม



(b) บล็อกไดอะแกรมของการควบคุมแบบโมเดลเบส

รูปที่ 2 การควบคุมแบบป้อนกลับ

พิจารณาโครงสร้างของระบบควบคุมโมเดลเบสในรูปที่ 2(b) กำหนดให้กระบวนการเป็นมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุตที่มีเสถียรภาพ ที่มี n-อินพุต และ n-เอาต์พุต สามารถแสดงฟังก์ชันถ่ายโอนได้ ดังสมการ (1)

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1n} \\ G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n1} & G_{n2} & \cdots & G_{nn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

โดยที่มีอินพุต, เอาต์พุต และ สัญญาณควบคุมดังนี้

$$R(s) = (R_1, R_2, \dots, R_n) \quad (2)$$

$$Y(s) = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n) \quad (3)$$

$$U(s) = (U_1, U_2, \dots, U_n) \quad (4)$$

เนื่องจากต้องพิจารณาทฤษฎีการควบคุมโมเดลเบสที่ใช้กับระบบแบบหนึ่งอินพุต-หนึ่งเอาต์พุต (SISO) มาใช้กับระบบแบบ MIMO ที่มีโครงสร้างเป็นมัลติพลู ดังนั้นจึงพิจารณาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ $G_m(s)$ ในรูปเมตริกซ์ฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer functions matrix) ที่มีสมาชิกเฉพาะแนวทแยงของ $G(s)$ เท่านั้น ดังสมการ (5)

$$G_m(s) = \begin{bmatrix} G_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & G_{22} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & G_{mm} \end{bmatrix} \quad (5)$$

ดังนั้นตัวควบคุมโมเดลเบส $Q(s)$ เป็นเมตริกซ์ทแยงเช่นกัน

$$Q(s) = \text{diag}[Q_1 \quad Q_2 \quad \dots \quad Q_n]$$

$$Q(s) = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Q_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

ทำการออกแบบตัวควบคุมโมเดลเบส โดยแบ่งแฟคเตอร์ของแบบจำลองเป็น 2 ส่วนดังนี้

$$G_{ii}(s) = P_{ii}^m(s)P_{ii}^A(s) \quad (7)$$

โดยที่

$P_{ii}^m(s)$ คือ ส่วนที่สามารถอินเวอร์สได้ ประกอบไปด้วยส่วนที่คอซอล(Causal) และ ส่วนที่ทำให้ระบบมีเสถียรภาพ ในส่วนนี้ อัตราขยาย(gain)จะมีค่าอัตราขยายของแบบจำลองของระบบ

$P_{ii}^A(s)$ คือ ส่วนที่ไม่สามารถอินเวอร์สได้ ประกอบไปด้วยส่วนที่ไม่คอซอล(Causal) และ ส่วนที่ทำให้ขาดเสถียรภาพซึ่งได้แก่ค่าความหน่วงเวลา(time delays) และ ซีโร(zero)ที่อยู่ทางขวาของระนาบ (Right half plane) ดังสมการ (8)

$$P_{ii}^A(s) = \prod_{j,k} \left(\frac{-\tau_j s + 1}{\tau_j s + 1} \right) \left(\frac{\tau_k^2 s^2 - 2\tau_k \zeta_k s + 1}{\tau_k^2 s^2 + 2\tau_k \zeta_k s + 1} \right) e^{-T_{ii}s} \quad (8)$$

ในส่วนนี้จำเป็นต้องให้อัตราขยาย(gain) ที่สภาวะอยู่ตัวเริ่มต้น (initial steady-state) มีค่าเท่ากับ 1 เพื่อที่จะทำให้ผลตอบสนองเข้าสู่ค่าอินพุตอ้างอิง(set point) เนื่องจากในส่วนนี้เพิ่ม integral action ดังสมการ (9)

$$P_{ii}^A(0) = 1 \quad (9)$$

จะได้ตัวควบคุมโมเดลเบสที่ได้มาจากการอินเวอร์สแบบจำลอง ดังสมการ (10)

$$Q(s) = (P_{ii}^m)^{-1} \quad (10)$$

เนื่องจากตัวควบคุมแบบโมเดลเบสเป็นอินเวอร์สของแบบจำลอง ที่ทำการจัดส่วนที่ทำให้ตัวควบคุมขาดเสถียรภาพออก และอินเวอร์สเฉพาะส่วนที่สามารถอินเวอร์สได้เท่านั้น ดังนั้นสำหรับฟังก์ชันถ่ายโอนแบบเหมาะสมอย่างยิ่ง (Strictly proper) เมื่อทำการอินเวอร์สแล้วจะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนแบบไม่เหมาะสม (Not proper) เนื่องจากการอินเวอร์สทำให้อันดับของ Numerator มากกว่าอันดับของ Denominator ทำให้สัญญาณควบคุมไม่อยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ โดยเฉพาะเมื่ออินพุตที่เข้าสู่ตัวควบคุมมีความถี่สูง สัญญาณก็จะยิ่งถูกขยายให้มากขึ้น ประสิทธิภาพที่ได้ต่ำ จึงจำเป็นต้องทำการแก้ไขด้วยการเพิ่มตัวกรองผ่านความถี่ต่ำ (Low-pass filter) ให้กับตัวควบคุม ซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอนดังสมการ(11)

$$f_{ii}(s) = \frac{1}{(\lambda_i s + 1)^{r_i}} \quad (11)$$

โดยที่

$f_{ii}(s)$ คือ ตัวกรองผ่านความถี่ต่ำ (Low pass filter)

r_i คือ อันดับสัมพัทธ์ (relative order) โดยที่ ค่าของอันดับสัมพัทธ์นั้นจะเท่ากับผลต่างของอันดับ Denominator กับ อันดับ Numerator ซึ่งจะช่วยให้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมเป็นแบบเหมาะสม (proper) มีเสถียรภาพ(stability) และเชื่อถือได้(reliability)

λ_i คือ ค่าคงที่ทางเวลาของตัวกรองสัญญาณ ดังนั้นจะได้ตัวควบคุมโมเดลเบสดังนี้

$$Q_i = \frac{(P_{ii}^m)^{-1}}{(\lambda_i s + 1)^{r_i}} \quad (12)$$

2.2. การเปลี่ยนการควบคุมโมเดลเบสให้อยู่ในรูปการควบคุมป้อนกลับแบบดั้งเดิม

พิจารณารูปที่ 2(a) ตัวควบคุมป้อนกลับ G_c จะอยู่ในรูปของเมตริกทแยง (diagonal matrix) ดังสมการ(13)

DRC034

$$G_c(s) = \begin{bmatrix} G_{c1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & G_{c2} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & G_{cn} \end{bmatrix} \quad (13)$$

เราสามารถเปลี่ยนโครงสร้างของระบบควบคุมแบบโมเดลเบสในรูปที่ 2(b) ให้อยู่ในรูปของตัวควบคุมป้อนกลับแบบดั้งเดิมในรูปที่ 2(a) โดยที่ตัวควบคุมป้อนกลับมีความสัมพันธ์กับตัวควบคุมโมเดลเบส ดังสมการ(14)

$$G_c(s) = [I - Q(s)G_m(s)]^{-1}Q(s) \quad (14)$$

โดยที่ ตัวควบคุมป้อนกลับของลูปที่ i (G_{ci}) ที่ทำให้ผลตอบสนองของลูปที่ i เป็นไปตามต้องการคือ

$$G_{ci} = \frac{Q_i}{1 - G_{ii}Q_i} = \frac{(P_{ii}^m(s))^{-1}}{(\lambda_i s + 1)^{r_i} - P_{ii}^A(s)} \quad (15)$$

เนื่องจากเท่ากับ $P_{ii}^A(0) = 1$ ดังนั้นตัวควบคุมสามารถเขียนในเทอมของอินทิกรัลได้ดังสมการ(16)

$$G_{ci} = \frac{f(s)}{s} \quad (16)$$

ทำการกระจาย (expanding) ตัวควบคุม G_{ci} ในสมการ(16) ด้วย Maclaurin series จะได้

$$G_{ci} = \frac{1}{s} \left(f(0) + f'(0)s + \frac{f''(0)}{2}s^2 + \dots \right) \quad (17)$$

ผลจากการกระจายพบว่าตัวควบคุมประกอบไปด้วย "infinite number of high order s terms" กับ Integral term, $\left(\frac{1}{s}\right)$ เมื่อทำการพิจารณา 3 เทอมแรก จะพบว่าสอดคล้องกับ integral term, proportional term และ derivative term ของตัวควบคุมพีไอดี

$$G_{ci} = K_{Pi} \left(1 + \frac{1}{K_{Ii}s} + K_{Di}s \right) \quad (18)$$

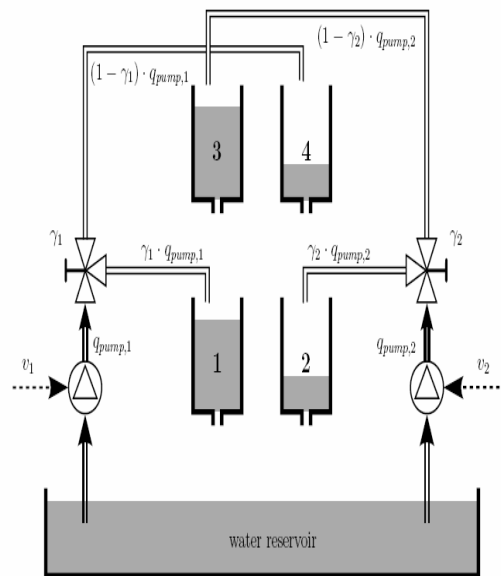
ดังนั้น เนื่องจากตัวควบคุมที่ได้จากสมการที่(15) เท่ากับ ตัวควบคุมที่ได้จากสมการที่(17) ซึ่งในทางปฏิบัติแล้วเป็นไปได้ที่จะพิจารณา "infinite number of high order of derivative term" ในสมการ (17) แต่เนื่องจากการควบคุมจริงในช่วงความถี่ต่ำ กับ ความถี่ปานกลาง (Low and Middle frequencies) มีความสำคัญกว่าที่ความถี่สูง และส่วนใหญ่เพียงแต่ 3 เทอมแรกของสมการที่(17) ก็เพียงพอ ที่จะทำให้ประสิทธิภาพของระบบป้อนกลับเป็นไปตามต้องการ ดังนั้นเมื่อทำการประมาณการตัวควบคุมในสมการ (17) ด้วย 3 เทอมแรก ซึ่ง

ได้แก่ $\frac{1}{s}$, 1 และ s โดยตัดเทอมอันดับสูงอื่นออกไป เทียบกับสมการพีไอดีมาตรฐาน ในสมการ(18) จะได้

$$K_{Pi} = f'(0), \tau_{Ii} = \frac{f'(0)}{f(0)}, \tau_{Di} = \frac{f''(0)}{f(0)} \quad (19)$$

จากสมการ(15)และ(19) ช่วยให้เราสามารถออกแบบตัวควบคุมของแต่ละลูปได้ทั้งหมด

3. การประยุกต์การควบคุมแบบโมเดลเบสสำหรับควบคุมระดับของเหลวในถัง

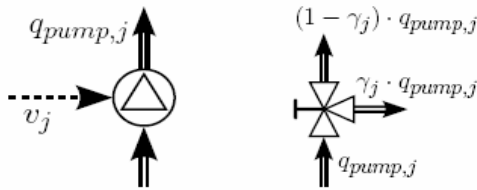


รูปที่ 3 การควบคุมกระบวนการซึ่งเป็นระดับน้ำในถังบรรจุ

พิจารณารูปที่ 3 กระบวนการเป็นระบบมัลติเพิลอินพุต-มัลติเพิลเอาต์พุต แบบ 2 x 2 โดยมีจุดประสงค์เพื่อควบคุมระดับน้ำในถังที่ 1 และถังที่ 2 ให้เป็นไปตามต้องการด้วยการควบคุมปั๊มที่ 1 และ 2 โดยมีสัญญาณพัลส์วิตมอดิวเลเตอร์(PWM) 0-100 % เป็นอินพุตให้แก่ระบบ (u_1 และ u_2) และ เอาต์พุตของระบบเป็นแรงดันไฟฟ้าจากตัวตรวจรู้ (y_1 และ y_2) เมื่อทำการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยกฎทางฟิสิกส์ โดยอาศัยสมดุลมวล (Mass balance) กับกฎของเบอร์นูลลี (Bernoulli's law) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{dh_1}{dt} &= -\frac{a_1}{A_1} \sqrt{2gh_1} + \frac{a_3}{A_1} \sqrt{2gh_3} + \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} v_1 \\ \frac{dh_2}{dt} &= -\frac{a_2}{A_2} \sqrt{2gh_2} + \frac{a_4}{A_2} \sqrt{2gh_4} + \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} v_2 \\ \frac{dh_3}{dt} &= -\frac{a_3}{A_3} \sqrt{2gh_3} + \frac{(1-\gamma_2)k_2}{A_3} v_2 \\ \frac{dh_4}{dt} &= -\frac{a_4}{A_4} \sqrt{2gh_4} + \frac{(1-\gamma_1)k_1}{A_4} v_1 \end{aligned} \quad (20)$$

โดยที่ A_i คือ พื้นที่หน้าตัดของถังที่ i
 a_i คือ พื้นที่หน้าตัดของทางออกจากถังที่ i
 h_i คือ ระดับน้ำของถังที่ i
 k_i คือ อัตราขยาย (gain) ของปั๊มที่ i
 k_c คือ อัตราขยาย (gain) ของตัวตรวจรู้ (sensor)
 γ_i คือ สัดส่วนการไหลเข้าถังที่ i
 v_i คือ สัญญาณ PWM



รูปที่ 4 อัตราการไหลของน้ำของปั๊มและวาล์ว

จากรูปที่ 4 อินพุตของระบบเป็นสัญญาณ PWM ที่จ่ายให้กับปั๊ม เพื่อควบคุมการไหลของน้ำ โดยที่

$$q_{pi} = k_i v_i, i=1,2 \quad (21)$$

เมื่อน้ำไหลผ่านวาล์ว อัตราการไหลของน้ำจะถูกแบ่งออกตาม สัดส่วนการไหลที่กำหนด เพื่อจ่ายให้กับถังด้านบนและด้านล่าง โดยที่ γ_1 และ γ_2 เป็นสัดส่วนการไหลเข้าถังที่ 1 กับ ถังที่ 2 มีค่าอยู่ในช่วง 0 - 1 ดังนั้นอัตราการไหลของน้ำเข้าถังบรรจุจะเป็น

$$\begin{aligned} q_1 &= \gamma_1 q_{p1} = \gamma_1 k_1 v_1 \\ q_2 &= \gamma_2 q_{p2} = \gamma_2 k_2 v_2 \\ q_3 &= (1-\gamma_2) q_{p2} = (1-\gamma_2) k_2 v_2 \\ q_4 &= (1-\gamma_1) q_{p1} = (1-\gamma_1) k_1 v_1 \end{aligned} \quad (22)$$

เอาต์พุตของระบบ (y_1 และ y_2) เป็นแรงดันไฟฟ้าจากตัวตรวจรู้ (sensor and transducer) ที่มีความสัมพันธ์กับระดับน้ำ ดังนี้

$$y_i = k_c h_i, i=1,2 \quad (23)$$

กำหนดตัวแปร deviation ดังนี้

$$\begin{aligned} x'_i &= h_i - h_i^s \\ u'_i &= v_i - v_i^s \end{aligned} \quad (24)$$

ทำการ linearized สมการ (20) แล้วจัดให้อยู่ในรูป state-space equation ดังสมการ (25)

$$\frac{dx'}{dt} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_1} & 0 & \frac{A_3}{A_1 \tau_3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_2} & 0 & \frac{A_4}{A_2 \tau_4} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_4} \end{bmatrix} x' + \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 k_2}{A_2} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2) k_2}{A_2} \\ \frac{(1-\gamma_1) k_1}{A_1} & 0 \end{bmatrix} u' \quad (25)$$

$$y' = \begin{bmatrix} k_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_c & 0 & 0 \end{bmatrix} x'$$

โดยที่ τ_i คือค่าคงที่ทางเวลา (Time constant) มีค่าเท่ากับ

$$\tau_i = \frac{A_i}{q_i} \sqrt{\frac{2gh_i^s}{g}}, i=1,2,\dots,4 \quad (26)$$

ทำการแปรรูปสมการ (25) จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอน ดังสมการ (27)

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 c_1}{1+s\tau_1} & \frac{(1-\gamma_2) c_1}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_3)} \\ \frac{(1-\gamma_1) c_2}{(1+s\tau_2)(1+s\tau_4)} & \frac{\gamma_2 c_2}{1+s\tau_2} \end{bmatrix} \quad (27)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{\tau_1 k_1 k_c}{A_1} \\ c_2 &= \frac{\tau_2 k_2 k_c}{A_2} \end{aligned} \quad (28)$$

กำหนดพารามิเตอร์ของกระบวนการดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 พารามิเตอร์ของกระบวนการ

$$c_1, c_2 = 3.72, 4.76$$

Process data	
A_1, A_2, A_3, A_4	$28, 32, 28, 32 \text{ cm}^2$
a_1, a_3, a_2, a_4	$0.071, 0.057, 0.071, 0.057 \text{ cm}^2$
K_1, K_2	$3.33, 3.35 \frac{\text{cm}^3}{\text{vs}}$
K_c	$0.5 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$
g	$981 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$
γ_1, γ_2	$0.7, 0.6$
$h_1^s, h_2^s, h_3^s, h_4^s$	$12.4, 12.7, 1.8, 1.4 \text{ cm}$

ดังนั้น

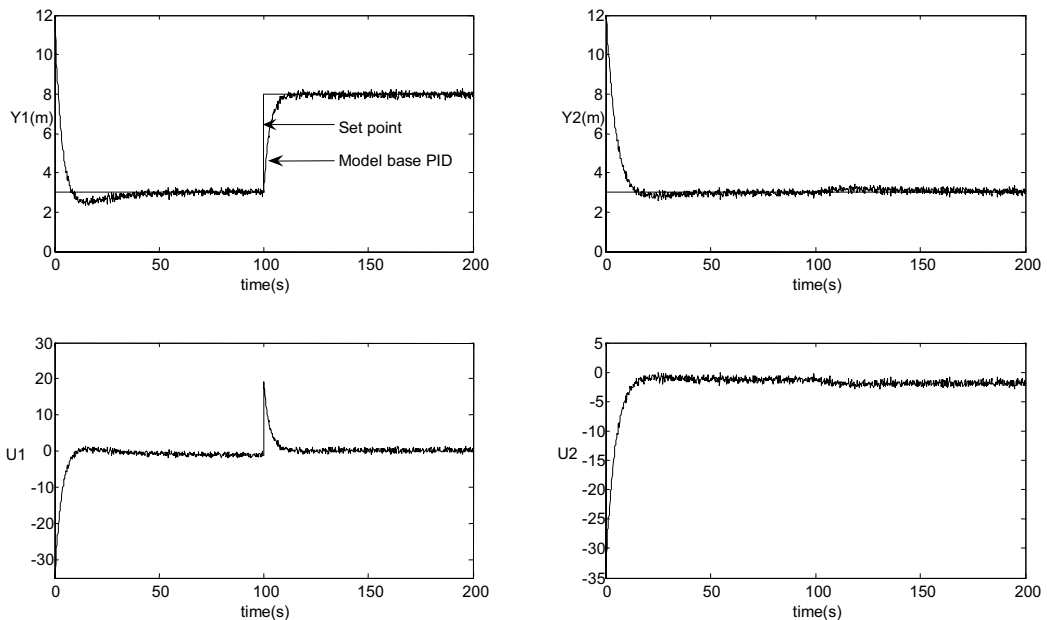
$$G(s) = \left[\begin{array}{cc} \frac{2.6}{62.7s+1} & \frac{1.488}{(62.7s+1)(23s+1)} \\ \frac{1.428}{(91s+1)(29.99s+1)} & \frac{2.856}{91s+1} \end{array} \right] \quad (28)$$

จากนั้น ทำการหาคำควบคุมโมเดลเบสพีโอดีตามขั้นตอนที่ได้ในหัวข้อที่ 2 แล้วทำการทดสอบ จะได้ผลตอบสนองซึ่งแสดงดังรูปที่ 5 และ รูปที่ 6

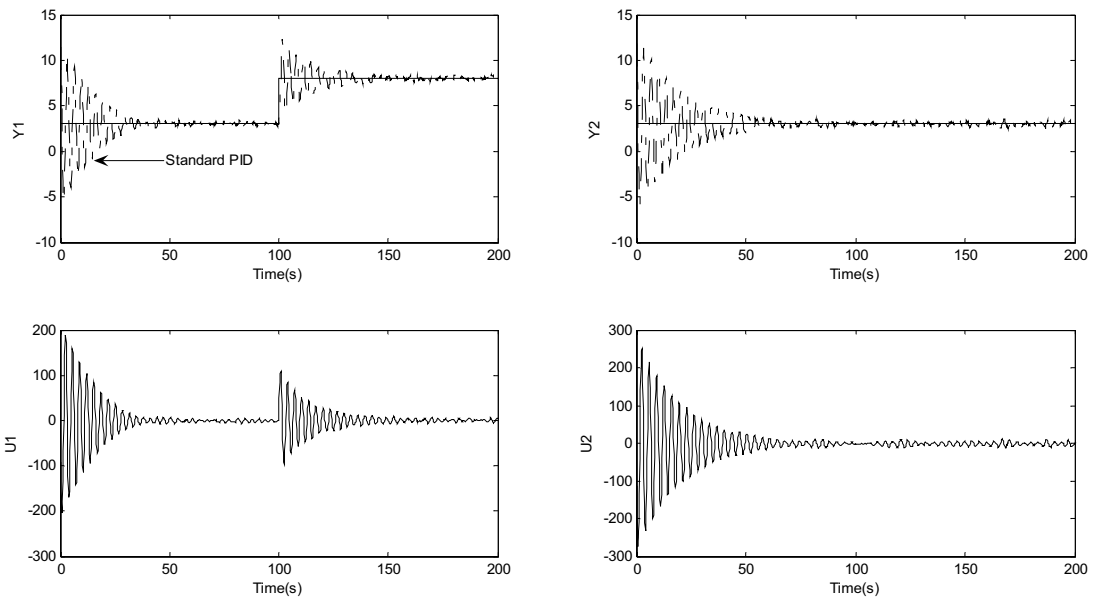
จากรูปที่ 6 จะเห็นว่าผลตอบสนองที่ได้จากตัวควบคุมพีโอดีปกติเกิดการสั่นไหว(Oscillation) อย่างมาก ก่อนที่จะเข้าเสถียรภาพที่สภาวะอยู่ตัวน้อย และใช้เวลาในการเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวถึง 50 วินาทีเป็นผลมาจากอินเทอร์แอคชั่น (Interaction) ของระบบแบบMIMO และสัญญาณรบกวน

จากรูปที่ 5 เมื่อใช้ตัวควบคุมโมเดลเบสพีโอดี พบว่าให้ผลตอบสนองที่ดีกว่า สามารถกำจัดค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวและสัญญาณรบกวนได้ดีกว่า และใช้เวลาในการเข้าสู่เสถียรภาพที่สภาวะอยู่ตัวน้อยกว่า เพียง 25 วินาทีเท่านั้น

แทนค่าตัวแปรของกระบวนการจากตาราง ลงในสมการ (26) และสมการ (28) เพื่อหาฟังก์ชันถ่ายโอน จะได้



รูปที่ 5 ผลตอบสนองและสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมโมเดลเบสพีโอดี



รูปที่ 6 ผลตอบสนองและสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมพีไอดีแบบปกติ

4. สรุป

การควบคุมระบบและกระบวนการต่างๆในทางอุตสาหกรรมที่เป็นแบบMIMOให้ได้ผลตอบสนองที่เป็นไปตามต้องการ และมีประสิทธิภาพในการทำงานนั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่ระบบควบคุมต้องได้รับการออกแบบ และปรับแต่งตัวแปรอย่างเหมาะสม แนวความคิดในการนำการควบคุมโมเดลเบสประยุกต์ใช้กับตัวควบคุมแบบพีไอดี เพื่อควบคุมกระบวนการที่เป็นระบบแบบMIMO โดยนำหลักการมาปรับค่าตัวแปร K_p , τ_I , τ_D ของตัวควบคุมพีไอดีนั้น นับว่ามีความเหมาะสมอย่างยิ่ง เนื่องจากสามารถกำจัดค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัว และสัญญาณรบกวนได้ดีกว่า และใช้เวลาในการเข้าสู่เสถียรภาพที่สภาวะอยู่ตัวน้อยกว่า เมื่อเทียบกับตัวควบคุมพีไอดีแบบปกติ

เอกสารอ้างอิง

- [1] สรวุฒิ สุจิตจร.การควบคุมอัตโนมัติ.Pearson Education Indochina Ltd.2003
- [2] Coleman Brosilow and Babu Joseph.Technique of Model-Based Control.Prentice Hall 2002
- [3] Hsiao-Ping Huang.Autotuning for model-based PID Controller. Ache Journal Vol 42 No9 September 1996
- [4] Dale E.Seborg, Thomas F. Edgar, and Duncan A. Mellinchamp.Process Dynamic and Control .John Wiley&Sons1989
- [5] Pao C.Chau .Process Control A First Course with MATLAB CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS Wiley & Sons 1989
- [6] Dong-Yup Lee, Moonyong Lee, Yongho Lee, and Sunwon Park. Mp Criterion Base Multiloop PID Controllers Tuning for Desired Close Loop Response.Korean J. Chem.Eng.2003