

## ความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบสนองที่สภาวะคงตัวที่สภาวะพลวัตของเตาอบขนาดเล็ก A Correlation between Steady – State and Dynamic Responses of Small Oven

ศิริศักดิ์ แสนสมบูรณ์สุข , บุญสร้าง ดิเรกสถาพร

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

### บทคัดย่อ

การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบสนองที่สภาวะคงตัวกับที่สภาวะพลวัตของเตาอบขนาดเล็กได้กระทำโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองแสดงให้เห็นว่าประสิทธิภาพของเตาอบที่เป็นผลตอบสนองที่สภาวะคงตัวมีความสัมพันธ์โดยตรงกับผลตอบสนองที่พลวัต นอกจากนี้ยังพบว่าผลตอบสนองอิสระที่สภาวะพลวัตขึ้นอยู่กับอัตราส่วนของความต้านทานความร้อน ( $R_2/R_1$ ) และอัตราส่วนความจุความร้อน ( $W_2/W_1$ ) ในกรณีที่มีการควบคุมพบว่าผลตอบสนองที่มีการควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์และการควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัลจะมีความรวดเร็วและแม่นยำกว่าผลตอบสนองในกรณีที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วนและแบบสัดส่วนบวกอนุพันธ์ และผลการคำนวณที่ได้จากทฤษฎียังได้รับการทดสอบความถูกต้องด้วยผลการทดลอง ดังนั้นในทางปฏิบัติจึงควรออกแบบเตาอบให้มีสภาวะที่ดีทั้งที่สภาวะคงตัวและสภาวะพลวัต

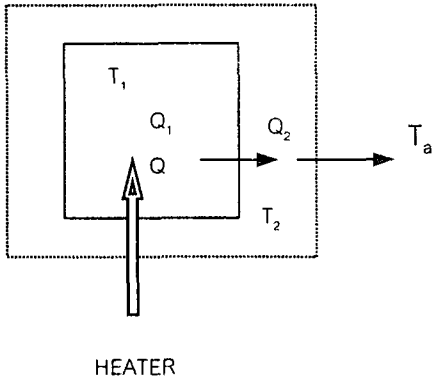
### Abstract

A correlation between steady-state and dynamic responses of a small oven was investigated by using a mathematical model. Simulation results obtained from the proposed model obviously indicate that the steady-state response, namely an oven efficiency, has a direct relation with the dynamic responses. In addition, it has been found that the dynamic responses depend on the thermal resistance ratio ( $R_1/R_2$ ) and the heat capacitance ratio ( $W_2/W_1$ ) . For the control action point of view, the responses using the PID and PI control actions are more accurate and faster than those of P and PD control action actions. Moreover, the simulation results have also been confirmed by experiments. As a result, it is emphasized that the oven should practically be designed to have the excellent performance both at the steady state and the dynamic state.

1. บทนำ

การใช้เตาอบในทางอุตสาหกรรมต่างๆ จำเป็นต้องมีการควบคุมอุณหภูมิของเตาอบเพื่อให้ได้อุณหภูมิที่เหมาะสมกับการใช้งานแต่ละประเภท โดยมีปัจจัยหลายประการที่มีผลต่อการควบคุม เช่น ข้อจำกัดของอุปกรณ์ควบคุม กระบวนการถ่ายเทความร้อนในเตาอบอันประกอบด้วย การนำความร้อน การพาความร้อน และการแผ่รังสี ดังนั้นในงานที่ต้องการความแม่นยำในการควบคุม จะต้องพิจารณาตัวแปรต่างๆ ที่มีอิทธิพลต่อผลตอบสนองของเตาอบ เพื่อนำไปใช้ในการออกแบบระบบควบคุมที่เหมาะสมต่อไป จุดประสงค์ของบทความนี้คือ ศึกษาคุณลักษณะทางพลวัตและการควบคุมเตาอบ นอกจากนี้ยังศึกษาถึงความสัมพันธ์ของสมรรถนะที่สถานะคงตัวและสถานะพลวัตของเตาอบ เมื่อตัวแปรต่างๆ เปลี่ยนแปลงไป โดยข้อมูลที่ได้จากการศึกษาจะช่วยให้สามารถออกแบบระบบควบคุมเตาอบได้อย่างเหมาะสม

2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์



รูปที่ 2.1 แบบจำลองของเตาอบ

สมมติฐานที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเตาอบ มีดังต่อไปนี้

- 1) สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนโดยการพาและการแผ่รังสีของอากาศภายในห้องอบไปยังผนังเตาอบมีค่าคงที่
- 2) สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนโดยการพาและการแผ่รังสีของผนังภายนอกเตาอบไปยังอากาศมีค่าคงที่
- 3) ความจุความร้อนของอากาศภายในเตาอบและของผนังเตาอบมีค่าคงที่

จากกฎการของพลังงานที่สถานะไม่คงตัว (Unsteady state)

สำหรับการถ่ายเทความร้อนภายในเตาอบ จะได้ว่า

$$Q - Q_1 = m_1 c_1 \frac{dT_1}{dt} \tag{2.1}$$

และเมื่อพิจารณาการถ่ายเทความร้อนที่เข้าและออกจากผนังเตา จะได้ว่า

$$Q_1 - Q_2 = m_2 c_2 \frac{dT_2}{dt} \tag{2.2}$$

โดย

$T_1$  = อุณหภูมิภายในเตาอบ

$T_2$  = อุณหภูมิผนัง

$T_a$  = อุณหภูมิอากาศ

$Q$  = อัตราการถ่ายเทความร้อนจากขดลวดความร้อน

$Q_1$  = อัตราการถ่ายเทความร้อนจากอากาศในห้องอบสู่ผนัง

$Q_2$  = อัตราการถ่ายเทความร้อนจากผนังด้านนอกสู่อากาศ

$m_1 c_1$  = ความจุความร้อนของอากาศภายในห้องอบ

$m_2 c_2$  = ความจุความร้อนของผนังเตาอบ

โดย อัตราการถ่ายเทความร้อน  $Q_1$  คือ

$$Q_1 = h_{r1} A_1 (T_1 - T_2) + h_{c1} A_1 (T_1 - T_2) = (T_1 - T_2) \left( \frac{1}{R_1} \right) \tag{2.3}$$

และ อัตราการถ่ายเทความร้อน  $Q_2$  คือ

$$Q_2 = h_{r2} A_2 (T_2 - T_a) + h_{c2} A_2 (T_2 - T_a) = (T_2 - T_a) \left( \frac{1}{R_2} \right) \tag{2.4}$$

โดยที่

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{c1}} &= h_{c1} A_1 & \frac{1}{R_{r1}} &= h_{r1} A_1 = \frac{\sigma F_{c-A_1} (T_1^4 - T_2^4) A_1}{(T_1 - T_2)} \\ \frac{1}{R_{c2}} &= h_{c2} A_2 & \frac{1}{R_{r2}} &= h_{r2} A_2 = \frac{\sigma F_{c-A_2} (T_2^4 - T_a^4) A_2}{(T_2 - T_a)} \\ \frac{1}{R_1} &= \frac{1}{R_{c1}} + \frac{1}{R_{r1}} \\ \frac{1}{R_2} &= \frac{1}{R_{c2}} + \frac{1}{R_{r2}} \end{aligned}$$

จาก (2.1) ถึง (2.4) จะสามารถเขียนสมการให้อยู่ในรูปตัวแปร

$Q$  และ  $T_1$  และจะได้ว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเตาอบคือ

$$(R_1 + R_2)Q + W_2 R_1 R_2 \frac{dQ}{dt} = W_1 W_2 R_1 R_2 \frac{d^2 T_1}{dt^2} + (W_1 R_1 + W_2 R_2 + W_1 R_2) \frac{dT_1}{dt} + T_1 - T_a \tag{2.5}$$

โดย

$$W_1 = m_1 c_1$$

$$W_2 = m_2 c_2$$

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเตาอบสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการไร้มิติได้ โดยใช้ตัวแปรไร้มิติ ดังต่อไปนี้

Dimensionless time:  $t^* = \frac{t}{W_1 R_1}$

Dimensionless temperature:  $T_1^* = \frac{T_1(t) - T_{atm}}{T_{set} - T_{atm}}$

Dimensionless  $Q = Q^*(t^*) = \frac{Q(R_1 + R_2)}{(T_{set} - T_{atm})}$

และสมการ (2.5) จะเขียนในเทอมตัวแปรไร้มิติ ได้ดังนี้

$$K\beta_1 \frac{dQ^*}{dt^*} + Q^* = K \frac{d^2 T_1^*}{dt^{*2}} + (1 + K + \beta_2) \frac{dT_1^*}{dt^*} + T_1^* \quad (2.6)$$

โดย

$$K = \frac{W_2 R_2}{W_1 R_1}, \quad \beta_1 = \frac{R_1}{(R_1 + R_2)}, \quad \beta_2 = \frac{R_2}{R_1}$$

ดังนั้น จะได้ว่า ฟังก์ชันถ่ายโอน ของระบบ คือ

$$\frac{T_1^*(S)}{Q^*(S)} = \frac{K\beta_1 S + 1}{KS^2 + (1 + K + \beta_2)S + 1} \quad (2.7)$$

และ สามารถจัดให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน ได้ดังนี้

$$\frac{T_1^*(S)}{Q^*(S)} = \frac{\omega_n^2}{Z} \cdot \frac{S + Z}{S^2 + 2\xi\omega_n S + \omega_n^2} \quad (2.8)$$

โดยที่

$$K\beta_1 = M$$

$$(1 + K + \beta_2) = N$$

$$\xi = \frac{N}{2K\sqrt{1/K}} = \frac{N}{2\sqrt{K}} = \frac{(1 + K + \beta_2)}{2\sqrt{K}}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{K}}$$

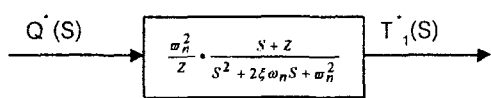
$$Z = \frac{1}{M}$$

$$\alpha = \frac{Z}{\xi\omega_n}$$

3. ผลตอบสนองของระบบควบคุม

3.1 ผลตอบสนองอิสระของระบบควบคุม

จากฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ สามารถเขียนแทนด้วยบล็อกไดอะแกรมดังนี้



รูปที่ 3.1 บล็อกไดอะแกรมแบบลูบเปิดของระบบควบคุม กรณี ระบบมีความหน่วงน้อย

$$0 \leq \xi < 1 : K \geq -(1 + \beta_2) \geq K - 2\sqrt{K}$$

กรณี ระบบมีความหน่วงวิกฤต

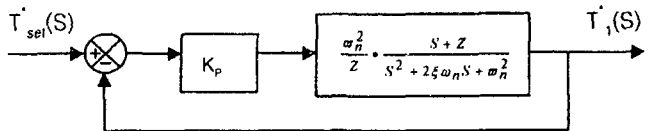
$$\xi = 1 : -(1 + \beta_2) = K - 2\sqrt{K}$$

กรณี ระบบมีความหน่วงสูงกว่าวิกฤต

$$\xi > 1 : -(1 + \beta_2) < K - 2\sqrt{K}$$

3.2 ผลตอบสนองของระบบที่มีการควบคุม

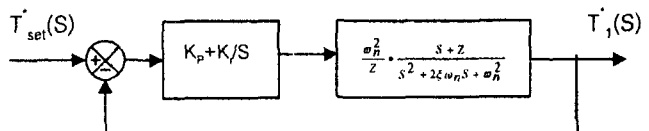
3.2.1 กรณีใช้การควบคุมแบบสัดส่วน



รูปที่ 3.2 บล็อกไดอะแกรมของการควบคุมแบบสัดส่วน ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเมื่อมีการควบคุมแบบสัดส่วน คือ

$$\frac{T_1^*(S)}{T_{set}^*(S)} = \frac{K_p \omega_n^2 (S + Z)}{ZS^2 + (2\xi\omega_n Z + K_p \omega_n^2)S + \omega_n^2 Z(1 + K_p)} \quad (3.1)$$

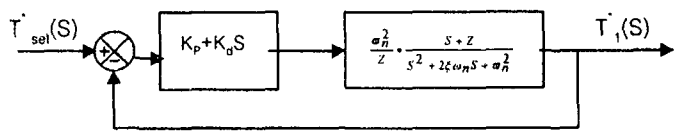
3.2.2 กรณีใช้การควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัล



รูปที่ 3.3 บล็อกไดอะแกรมของการควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัล ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเมื่อมีการควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัล คือ

$$\frac{T_1^*(S)}{T_{set}^*(S)} = \frac{\omega_n^2 (K_p S^2 + K_p Z S + K_i S + K_i Z)}{ZS^3 + (2\xi\omega_n^2 Z + \omega_n^2 K_p)S^2 + \omega_n^2 (Z + K_p Z + K_i)S + \omega_n^2 K_i Z} \quad (3.2)$$

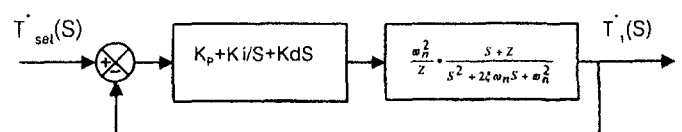
3.2.3 กรณีใช้การควบคุมแบบสัดส่วนบวกอนุพันธ์



รูปที่ 3.4 บล็อกไดอะแกรมของการควบคุมแบบสัดส่วนบวกอนุพันธ์ ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเมื่อมีการควบคุมแบบสัดส่วนบวกอนุพันธ์ คือ

$$\frac{T_1^*(S)}{T_{set}^*(S)} = \frac{\omega_n^2 (K_d S^2 + (K_p + K_d Z)S + K_p Z)}{ZS^3 + (2\xi\omega_n^2 Z + \omega_n^2 K_p + K_d Z)S + \omega_n^2 (Z + K_p Z)} \quad (3.3)$$

3.2.4 กรณีใช้การควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์



รูปที่ 3.5 บล็อกไดอะแกรมของการควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์

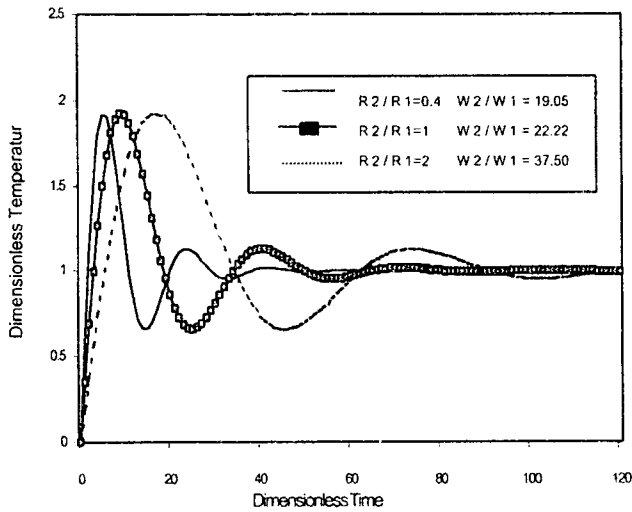
ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเมื่อมีการควบคุมแบบสัดส่วนบวก

อินทิกรัลบวกอนุพันธ์ คือ

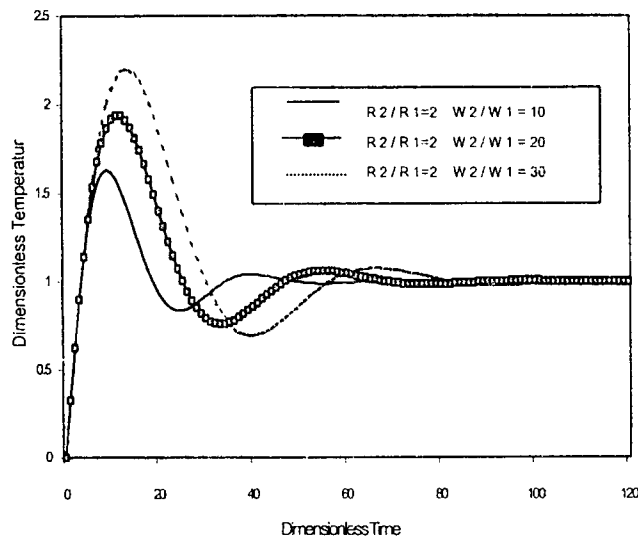
$$\frac{T_r(s)}{T_{ref}(s)} = \frac{\omega_n^2(KdS + (Kp + KdZ)S^2 + (KpZ + Ki)S + KiZ)}{(Z + \omega_n^2 Kd)S^3 + (2Z + Kp + KdZ\omega_n^2)S^2 + \omega_n^2(Z + KpZ + Ki)S + \omega_n^2 KiZ} \quad (3.4)$$

4. ผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลอง

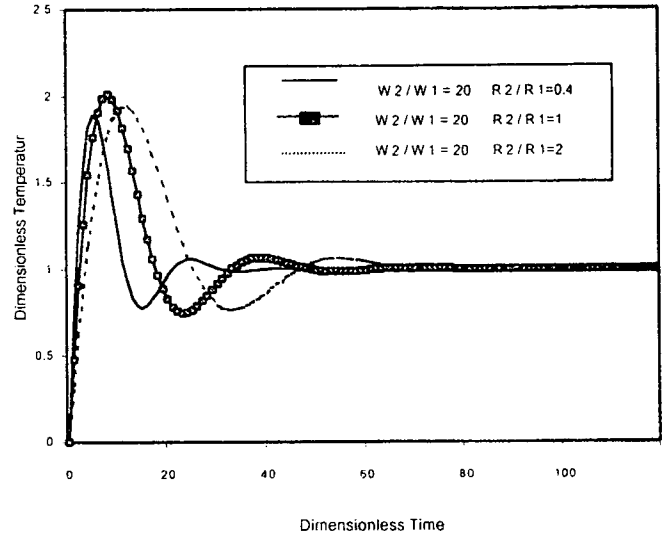
4.1 ผลตอบสนองอิสระของระบบ



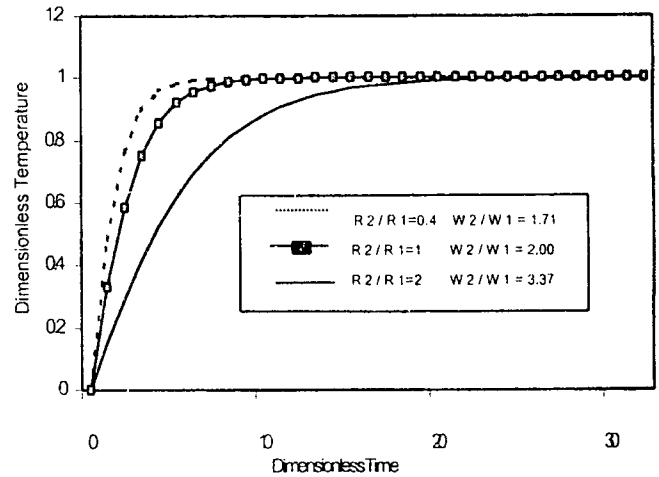
รูปที่ 4.1 ผลตอบสนองอิสระเมื่อระบบอยู่ในสภาวะ underdamped



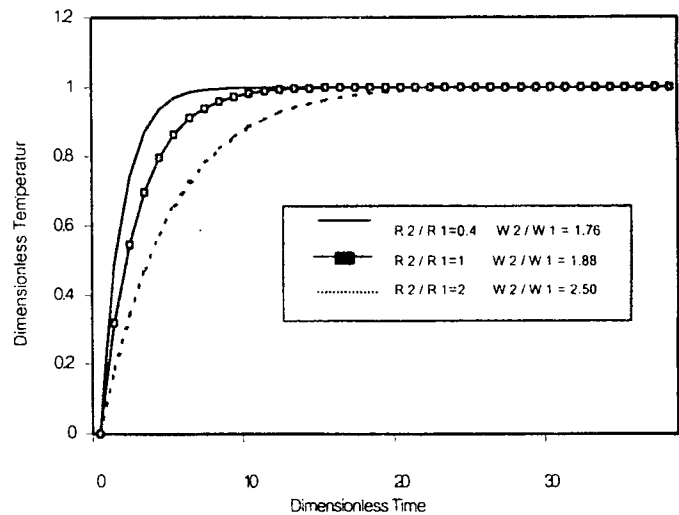
รูปที่ 4.2 ผลตอบสนองอิสระเมื่อระบบอยู่ในสภาวะ underdamped



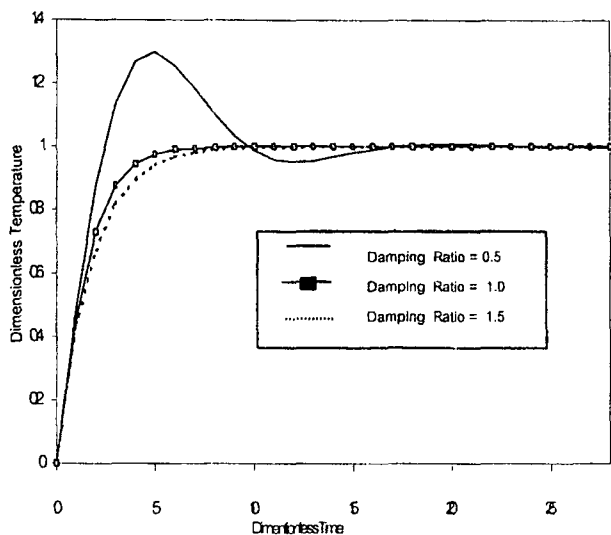
รูปที่ 4.3 ผลตอบสนองอิสระเมื่อระบบอยู่ในสภาวะ underdamped



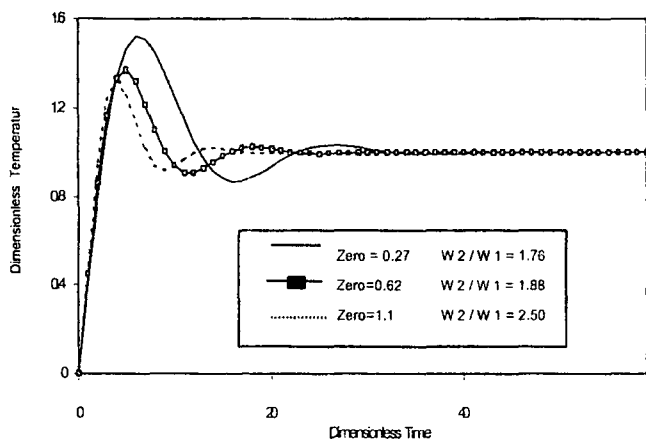
รูปที่ 4.4 ผลตอบสนองอิสระเมื่อระบบอยู่ในสภาวะ critical damped



รูปที่ 4.5 ผลตอบสนองอิสระเมื่อระบบอยู่ในสภาวะ over damped

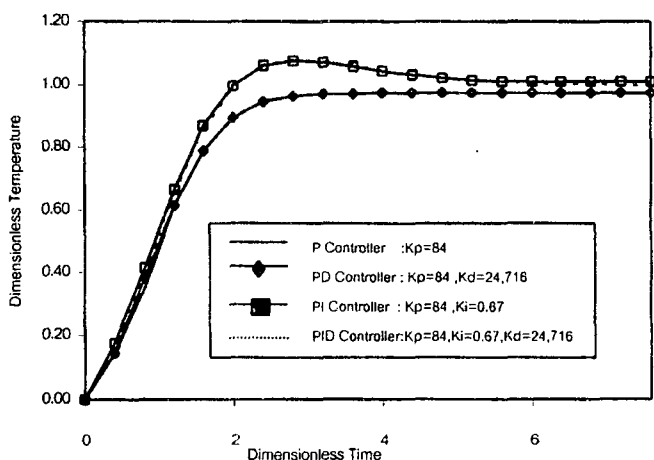


รูปที่ 4.6 ผลตอบสนองอิสระของการเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนความหน่วงของระบบ(Damping Ratio)



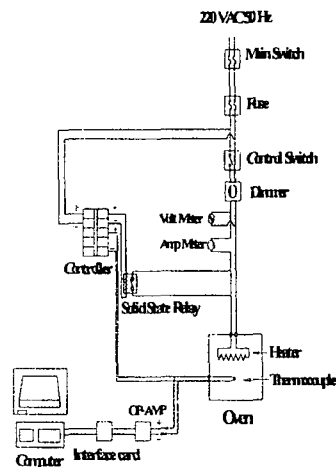
รูปที่ 4.7 ผลตอบสนองอิสระของการเปลี่ยนแปลงค่า Zero ของระบบ โดยที่ อัตราส่วนความหน่วง=0.4

4.2 ผลตอบสนองเมื่อมีการควบคุม



รูปที่ 4.8 ผลตอบสนองของการควบคุมแบบต่างๆ

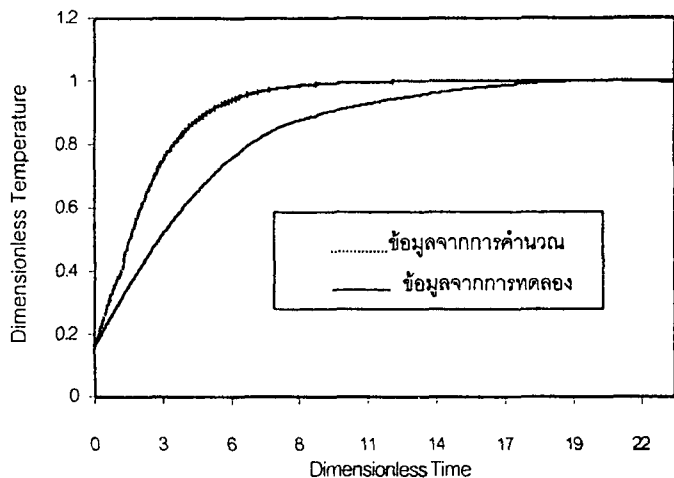
5. ผลการทดลอง



รูปที่ 5.1 ชุดทดลองการควบคุมอุณหภูมิของเตาอบ

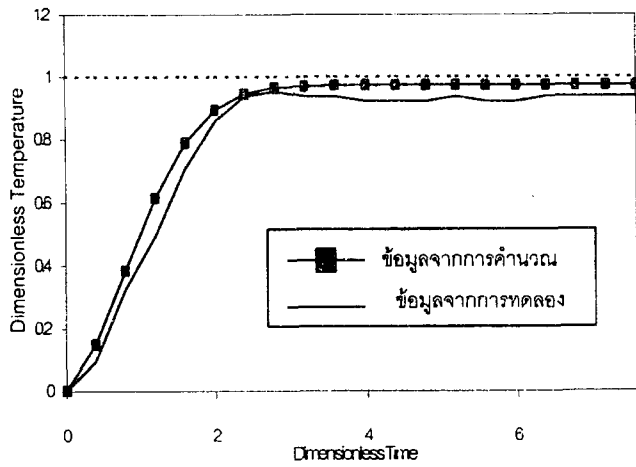
เตาอบ

5.1 ผลการทดลองผลตอบสนองอิสระของระบบ

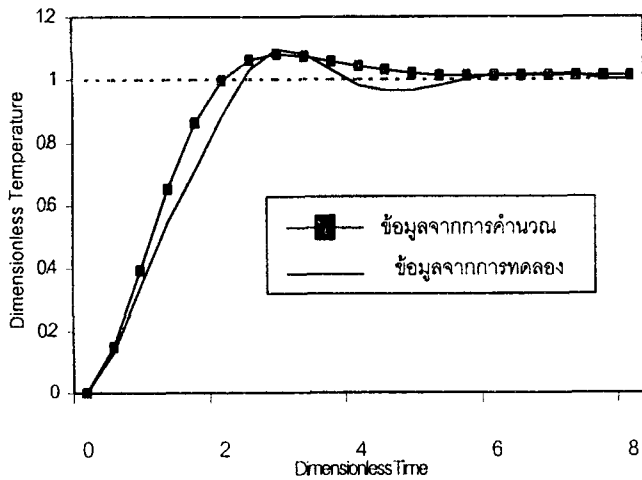


รูปที่ 5.2 ผลการตอบสนองอิสระของระบบ

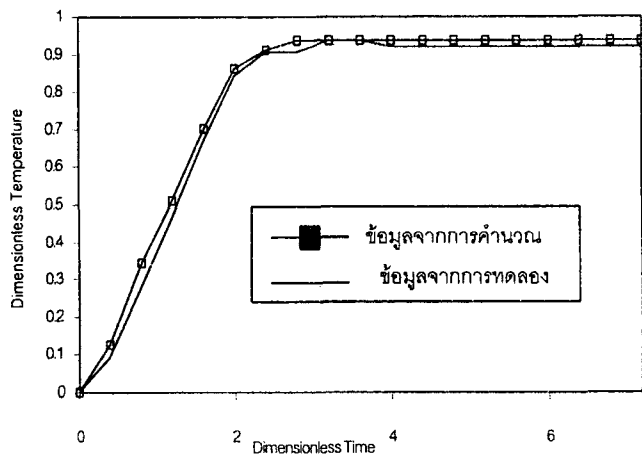
5.2 ผลการทดลองผลตอบสนองของระบบที่มีการควบคุม



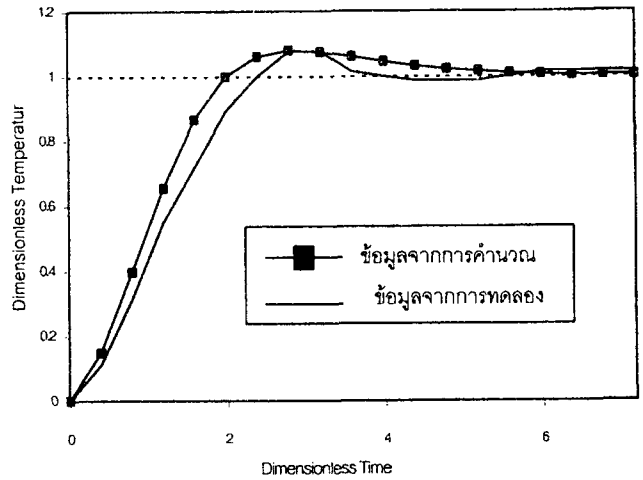
รูปที่ 5.3 ผลการตอบสนองของระบบเมื่อมีการควบคุมแบบสัดส่วน ( $K_p = 84$ )



รูปที่ 5.4 ผลการตอบสนองของระบบเมื่อมีการควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัล ( $K_p = 84, K_i = 0.67$ )



รูปที่ 5.5 ผลการตอบสนองเมื่อระบบมีการควบคุมแบบสัดส่วนบวกอนุพันธ์ ( $K_p = 84, K_d = 24.716$ )



รูปที่ 5.6 ผลการตอบสนองเมื่อระบบมีการควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์ ( $K_p = 334, K_i = 0.67, K_d = 24.716$ )

6. ประสิทธิภาพของเตาอบ

เมื่อพิจารณาประสิทธิภาพของเตาอบที่สภาวะคงตัวที่อัตราส่วนความหน่วงต่างๆ ของระบบ จะได้ว่าสมการที่ใช้คำนวณหาประสิทธิภาพของเตาอบ คือ

$$\eta = \frac{(Q_{in} - Q_{loss})}{Q_{in}}$$

โดย  $\eta$  = ประสิทธิภาพของเตาอบ

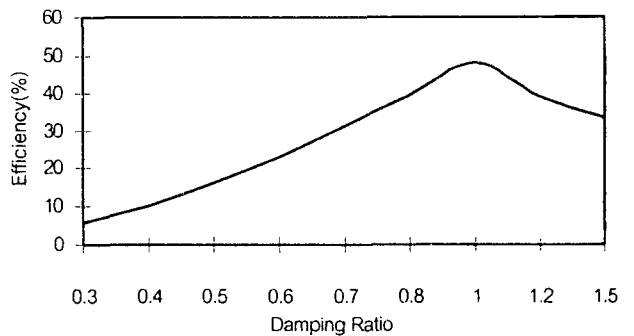
$$\therefore Q - Q_1 = m_1 C_1 \frac{dT_1}{dt}$$

$$\text{ดังนั้นจะได้ว่า } \eta = \frac{m_1 C_1 \frac{dT_1}{dt}}{Q} \tag{7.1}$$

สมการ (7.1) สามารถเขียนให้อยู่ในเทอมไร้มิติได้ดังนี้ คือ

$$\eta = \frac{1}{\beta_1 Q^*} \cdot \frac{dT_1^*}{dt^*} \times 100\% \tag{7.2}$$

สำหรับผลการคำนวณประสิทธิภาพเตาอบที่อัตราส่วน ความหน่วงต่างๆ ได้แสดงไว้ในรูปที่ 7.1



รูปที่ 7.1 ประสิทธิภาพของเตาอบที่ค่าอัตราส่วนความหน่วงต่างๆกัน

## 7. สรุป

7.1 ในกรณีของผลตอบสนองอิสระของเตาอบ พบว่าระบบจะเข้าสู่สภาวะคงตัวได้เร็ว เมื่ออัตราส่วนของการถ่ายเทความร้อนของอากาศภายในเตาอบไปยังผนังของเตาอบต่อการถ่ายเทความร้อนจากผนังด้านนอกของเตาอบไปยังอากาศ และอัตราส่วนความจุความร้อนของผนังเตาอบต่อความจุความร้อนของอากาศภายในเตาอบมีค่าน้อย

7.2 ในกรณีที่มีการควบคุม พบว่า เตาอบที่ใช้การควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัลบวกอนุพันธ์ ใช้เวลาในการเข้าสู่ค่าเป้าหมายเท่ากับเตาอบที่มีการควบคุมแบบสัดส่วนบวกอินทิกรัล ในขณะที่เตาอบที่มีการควบคุมแบบสัดส่วนบวกอนุพันธ์และการควบคุมแบบสัดส่วนมีผลตอบสนองที่เกิดความคลาดเคลื่อนที่สภาวะคงตัว นอกจากนี้ ลักษณะของผลตอบสนองระหว่างผลการทดลอง และผลการคำนวณมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี

7.3 จากผลการคำนวณประสิทธิภาพของเตาอบที่อัตราส่วนความหน่วงต่างๆกันพบว่า สมรรถนะของเตาที่สภาวะคงตัวและสภาวะพลวัตมีความสัมพันธ์ต่อกัน ซึ่งแสดงให้เห็นว่า เราสามารถออกแบบเตาอบให้มีสมรรถนะที่ดีที่สภาวะคงตัว(Steady State)และที่สภาวะพลวัต(Dynamic State) โดยที่อัตราส่วนความหน่วงเท่ากับ 1 เตาอบจะมีประสิทธิภาพที่ดีที่สุด

## สัญลักษณ์

- c ค่าความร้อนจำเพาะ , J/ kg . K
- h สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน , J/ kg . K
- Kp อัตราขยายแบบสัดส่วน , ไร้หน่วย
- m มวล , kg.
- Q อัตราการถ่ายเทความร้อน ,Watts
- R ความต้านทานความร้อน , KW
- T อุณหภูมิ , °C
- Td Derivative time ,sec.
- Ti Integral time , sec.
- t เวลา , sec.
- W ความจุความร้อน , J/K
- ξ อัตราส่วนความหน่วง , ไร้หน่วย
- η ประสิทธิภาพ , (%)

## สัญลักษณ์กำกับบน

- \* - เทอมไร้มิติ

## สัญลักษณ์กำกับล่าง

- 1 - ภายในเตาอบ
- 2 - ผนังเตาอบ

## บรรณานุกรม

1. R.S.Baheti.,and R.R. Mohier., Experimental Results in the Modeling and Control of a small Furnace, Transaction of ASME , vol 103,pp 370-374,1981
2. Lee,C.C., Fuzzy Logic in Control System ; Fuzzy Logic Controller Part I, IEEE Transaction on systems ,Man and Cybernetics ., vol 20 ,No. 2 ,pp. 404-418 , 1990
3. Peter Harriott ., Process Control , Mc Graw-Hill ,1983
4. Katsuhiko Ogata ., Modern Control Engineering , Prentice Hall inc.,1987
5. ดร. บุญสร้าง ดิเรกสถาพร . การควบคุมอัตโนมัติ . ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น , 1999