

การพิจารณาพฤติกรรมเชิงกลตามภาคตัดขวางของวัสดุเสริมแรงโดยวิธีผกผัน Mechanical transverse behaviour determination of the reinforced material by Inverse Method

สมชาย หาญกล้า

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล กองวิศวกรรมศาสตร์ โรงเรียนนายเรืออากาศ

ถ. พหลโยธิน บางเขน กรุงเทพฯ 10220

โทร. 66(2)534-5526, E-Mail: somchaihk@hotmail.com

Somchai Hanklar, Lecturer

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering

Royal Thai Air Force Academy, Paholyotin Road, Bangkok 10220

Phone 66(2)534-5526, E-Mail: somchaihk@hotmail.com

บทคัดย่อ

ปัจจัยที่สำคัญอันหนึ่ง ในการผลิตชิ้นส่วนที่ทำด้วยวัสดุผสมเชิงประกอบ (Composite Materials) โดยกระบวนการฉีดน้ำยางเข้าไปในแม่พิมพ์ (Resin Transfer Moulding) คือ การนำเอาวัสดุเสริมแรง (Reinforced Materials) ซึ่งทำจากวัสดุทอมาขึ้นรูป (Shaping Process) ก่อนการฉีดน้ำยาง และการอบแห้ง ในกรณีที่ชิ้นงานมีรูปทรงซับซ้อน การศึกษาความเป็นไปได้ของรูปทรงที่ต้องการ จะเกี่ยวข้องปัจจัยหลายอย่าง สิ่งหนึ่งที่สำคัญคือการศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมเชิงกลของวัสดุเสริมแรงที่ทำด้วยวัสดุทอที่ปราศจากน้ำยาง เช่นการขึ้นรูปตัวถังรถยนต์ จะใช้ความสามารถของการแปรรูปในย่านพลาสติก แต่ถ้าเป็นผิวของวัสดุทอ จะใช้การหมุนของมัดของเส้นใย (Rotation of Yarn Networks)

พฤติกรรมเชิงกลตามทิศทางของมัดของเส้นใย (yarn) สามารถหาได้จาก การทดสอบโดยการดึง (Tensile test) และของวัสดุทอหาได้จาก การทดสอบโดยการดึงแบบสองทิศทาง (Biaxial test) แต่พฤติกรรมเชิงกลในทิศทางตามภาคตัดขวางของมัดของเส้นใยของวัสดุทอสามารถหาได้จาก การทดสอบควบคู่กับวิธีส่องกล้อง ซึ่งกระทำได้ยากวิธีหนึ่งที่สามารถหาพฤติกรรมดังกล่าวได้ คือวิธีผกผัน (Inverse Method)

การศึกษาพฤติกรรมดังกล่าว ทำได้โดยการจำลองแบบของหน่วยพื้นฐานของการสานแบบขัดแตะ (Plained weave) ของวัสดุทอ ด้วยระเบียบวิธีขั้นประกอบอันตะ (3D Finite Element Method) ควบคู่กับวิธีผกผัน (Inverse Method) ในการศึกษาพฤติกรรมของวัสดุทอที่ทำ

ด้วยใยแก้ว การเปรียบเทียบผลที่ได้เชิงตัวเลขกับผลการทดลองมีความแม่นยำมาก ซึ่งประสิทธิภาพของวิธีนี้นำไปสู่การลดต้นทุนการผลิตได้

Abstract

To produce parts made of composite materials by the Resin Transfer Moulding (RTM) manufacturing process, an important consideration is the shaping process of the woven reinforcement material before the injection of resin and the hardening. In the

case of a complex shaped part, the possibility to obtain the designed form concerns several factors. One of these factors is the mechanical behaviour of the reinforced material in particular type (fiber fabric). For example in chassis shaping process for vehicle, this factor is the ability of deformation in plastic range. While the mechanical behaviour in case of fabric is the rotation of yarn networks.

The mechanical behaviour of the yarn can be obtained by tensile test. The mechanical behaviour of the fabric is given by biaxial test. But the mechanical behaviour in cross section plan of fabric can be identified by biaxial test coupled with VDO observation which is difficult. Alternatively, a method which allows

us to obtain the mechanical transverse behaviour is the Inverse Method.

The study of this behaviour by using a unit cell of fundamental weaving (plained weave) of the fabric is performed by a 3D Finite Element Method coupled the Inverse Method. The simulation of glass fiber fabric gives good precision compared with data tests. The performance of this technique can extend to study the other patterns of fabrics (twill, satin) and reduce the cost of manufacturing.

Keywords: Composite Structure Behaviour Fabric 3D-FEM Inverse Method

1. คำนำ

ปัจจุบันการนำชิ้นส่วน (parts) ที่ทำด้วยวัสดุผสมเชิงประกอบมาแทนชิ้นส่วนที่ทำด้วยโลหะในอุตสาหกรรมต่าง ๆ ได้เพิ่มปริมาณมากขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากมีน้ำหนักเบา ทนทานต่อสภาวะแวดล้อม และที่สำคัญทนทานต่อความล้าได้ดี (fatigue tolerance) [1] ในกรณีที่ชิ้นส่วนมีรูปร่างซับซ้อน (nondevelopable) จะเป็นการดี ถ้าหากว่า เราสามารถทราบล่วงหน้าว่ารูปทรงของชิ้นงานทำได้โดยไม่ฉีกขาด (Striction) และยับ (fold) หลังทำการขึ้นรูปวัสดุเสริมแรง

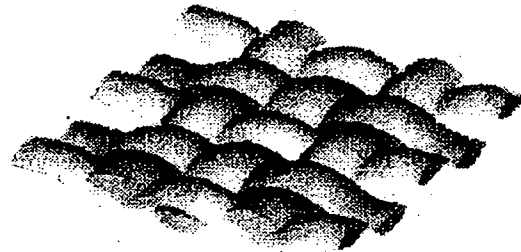
จากการศึกษาพฤติกรรมของวัสดุทอ โดย Boisse et al. [2] พบว่าพฤติกรรมของวัสดุทอแบบเชิงเส้น (linear) และแบบไม่เชิงเส้น (nonlinear) มีผลต่อรูปทรงที่ได้ทำการขึ้นรูปด้วยเหตุนี้เองการทราบถึงพฤติกรรมของวัสดุทอ จึงเป็นแรงจูงใจให้มีการศึกษาถึงการได้มาซึ่งพฤติกรรมดังกล่าว Buet [3] ได้ทำการทดสอบหาพฤติกรรมนี้โดยการดึงขึ้นทดลอง (วัสดุทอเส้นเล็ก ๆ) แบบ 2 ทิศทาง (biaxial test) การกระทำดังกล่าวสิ้นเปลืองเวลา งบประมาณ และบางครั้งอาจทำไม่ได้ ดังนั้น หนึ่งในวิธีที่จะเลี่ยงปัญหานี้สามารถกระทำได้โดยการสร้างแบบจำลองวัสดุทอด้วยระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะแบบ 3 มิติ (3D finite element method, 3D-FEM) เนื่องจากโครงสร้างของวัสดุทอเป็นแบบหน่วยซ้ำ (periodic structure) การจำลองแบบด้วยวิธีนี้เราต้องการหน่วยพื้นฐาน (unit cell) พฤติกรรมของมัดของเส้นใย (yarn) ในทิศทางของเส้นใย (longitudinal direction) และในทิศทางตามขวาง (transverse directions)

พฤติกรรมตามทิศทางของเส้นใยนั้น สามารถหาได้จาก การทดสอบดึง (tensile test) แต่ในทิศทางตามขวางถ้าใช้วิธีตรวจจับการแปรรูปด้วยกล้องวัดโอ หรือการเคลื่อนตัวด้วยเซนเซอร์ (LVDT) นั้น มีความยุ่งยากมาก ฉะนั้น พฤติกรรมอันหลังนี้จะใช้วิธี 3D-FEM ควบคู่กับวิธีผูกมัด ซึ่งกระบวนการจะจบด้วยการที่ผลลัพธ์ที่คำนวณได้ (พฤติกรรมแบบ 2 ทิศทางของวัสดุทอ) สอดคล้องกับผลการทดลองที่ได้จากการทดสอบโดยการดึงแบบ 2 ทิศทาง

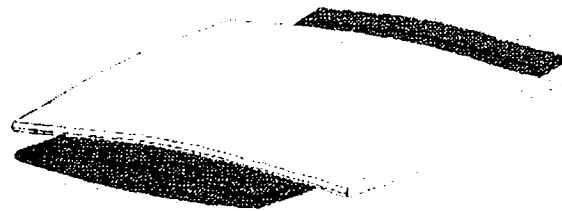
2. พฤติกรรมของวัสดุทอ

โดยทั่วไปพฤติกรรมเชิงกลของวัสดุทอที่ทำจากเส้นใยยาว (continuous fiber) เป็นปัญหาหลายระดับ (multi-scales) กล่าวคือ 3

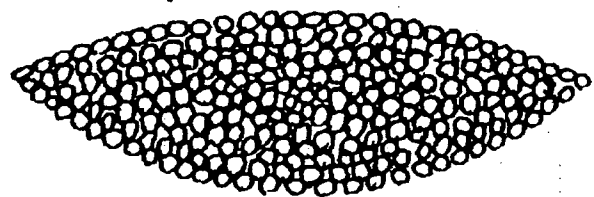
ระดับด้วยกัน ระดับมหภาค (macroscopic scale) เป็นเรื่องที่ว่าด้วยวัสดุทอทั้งผืน (รูปที่ 1 ก) ซึ่งที่ระดับนี้เอง มีการคำนวณโครงสร้างและจำลองแบบการขึ้นรูป (รูปที่ 2 ก และ 2 ข) ระดับกลาง (meso-scale) เกี่ยวข้องกับพฤติกรรมของหน่วยการสานพื้นฐาน (elementary pattern) (รูปที่ 1 ข) และระดับเล็กสุด (micro-scale) เป็นเรื่องที่ว่าด้วยการเรียงตัวของเส้นใย (arrangement) ของมัดของเส้นใย (รูปที่ 1 ค)



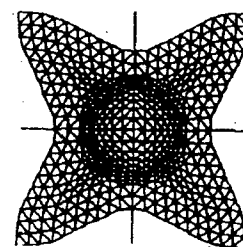
รูปที่ 1 ก ระดับมหภาค



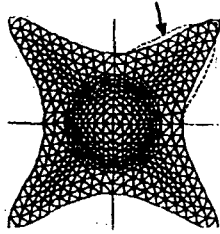
รูปที่ 1 ข ระดับกลาง



รูปที่ 1 ค ระดับอนุภาค

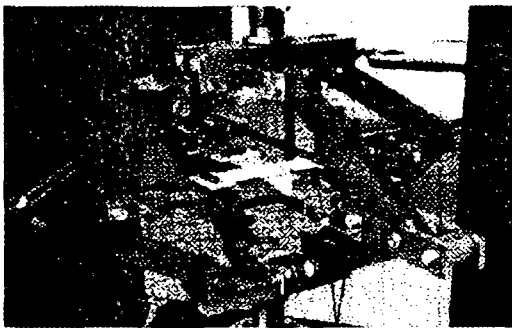


รูปที่ 2 ก แบบจำลองการขึ้นรูปด้วยพฤติกรรมเชิงเส้น

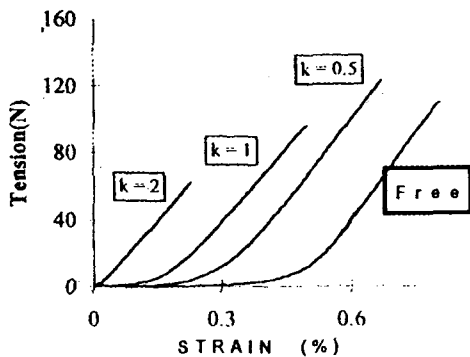


รูปที่ 2 ข แบบจำลองการขึ้นรูปด้วยพฤติกรรมไม่เชิงเส้น

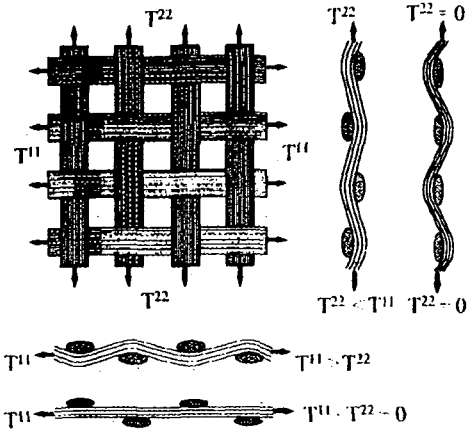
จากการทดสอบโดยการดึงแบบ 2 ทิศทาง (รูปที่ 3) [3] และ[4] ในระนาบของชั้นทดลอง ซึ่งตัดมาจากส่วนหนึ่งของวัสดุทอจะพบว่ามัดของเส้นใยค่อย ๆ แข็งขึ้นตามด้วยพฤติกรรมแบบเชิงเส้น (รูปที่ 4) พฤติกรรมแบบไม่เชิงเส้นคอนเริ่มต้นของการดึงนั้นมีสาเหตุมาจากที่มัดของเส้นใยปราศจากน้ำยาง ค่อย ๆ เหยี่ยดตรง (เปลี่ยนรัศมีความโค้ง) ลักษณะเช่นนี้ เป็นพฤติกรรมของวัสดุทอในระดับกลาง เพราะเกี่ยวข้องกับ pattern ของการสาน เช่น ชัดตะ (plained-weave) ชัดกระโศกมากกว่าหนึ่ง (will, satin) และอัตราการจัดในระหว่างทิศทั้งสองด้วย กล่าวคือ เป็นระดับที่อยู่ระหว่างโครงสร้างของวัสดุทอทั้งผืนและการเลี้ยวตัวของเส้นใย อีกนัยหนึ่งพฤติกรรมไม่เชิงเส้นชนิดวัสดุ (material type) ในระดับมหภาค ก็คือ พฤติกรรมไม่เชิงเส้นเชิงเรขาคณิต (geometric type) ของระดับกลาง เมื่อความโค้งลดลงในทิศทางหนึ่งแล้ว ความโค้งจะเพิ่มขึ้นในทิศทางที่เหลือเพราะลักษณะของชดกันของมัดของเส้นใย (รูปที่ 5)



รูปที่ 3 อุปกรณ์ดึงแบบ 2 ทิศทาง



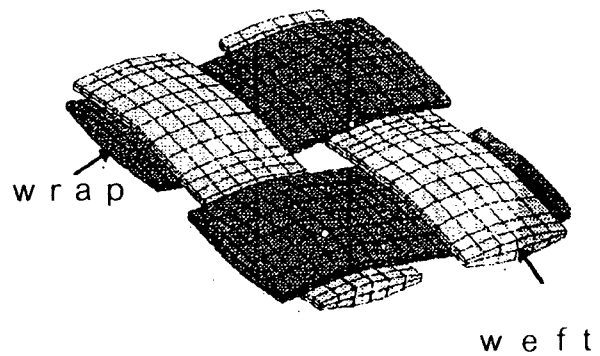
รูปที่ 4 ความตึง-ความเครียด (k=อัตราส่วนระหว่างโหลดในแต่ละทิศทาง)



รูปที่ 5 พฤติกรรมแบบ 2 ทิศทาง

3. การจำลองแบบด้วยระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะแบบ 3 มิติ (3D-FEM)

เนื่องจากการทดสอบดึงแบบสองทิศทาง ไม่สามารถบอกพฤติกรรมในทิศทางตามขวางของบริเวณที่มัดของเส้นใยชดกันได้ หนึ่งวิธีที่จะให้ข้อมูลเกี่ยวกับพฤติกรรมนี้คือ การจำลองแบบหน่วยพื้นฐานของการสาน เช่น ชัดตะ (รูปที่ 6) โดยใช้วิธี 3D-FEM



รูปที่ 6 หน่วยการสานพื้นฐาน (แบบชัดตะ)

การจำลองแบบของหน่วยการสานพื้นฐานของวัสดุทอ ไม่ใช่การคำนวณปัญหาของของแข็งใน 3 มิติทั่วไป ในที่นี้ "ของแข็ง" ประกอบขึ้นด้วยเส้นใยยาวซ้อนกันอยู่ด้วยแรงเสียดทาน สมบัติเชิงกลนี้ห่างไกลจากพฤติกรรมของของแข็งทั่วไป รายการเกี่ยวกับพฤติกรรมและเทคนิคที่ใช้ในการจำลองแบบมีดังนี้

- มัดของเส้นใยประกอบด้วยเส้นใยแบบยาวจำนวนมาก (มากกว่า 1,000 เส้น) ซึ่งทำให้มีพฤติกรรมแบบเส้นด้าย (thread behaviour) กล่าวคือ ปราศจากความแข็งแรงต่อการโค้ง, ต่อแรงเฉือน และต่อแรงอัด วัสดุยืดหยุ่น 3 มิติ จะมีคุณสมบัติเช่นนั้นได้ถ้าค่าของ :

shear modulus (G_{12}, G_{13}, G_{23}) มีค่าใกล้ศูนย์และ
อัตราส่วนปัวซอง ($\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$) มีค่าเป็นศูนย์

- ค่าคงที่ความยืดหยุ่น young's modulus ของมัดของเส้นใยต้องรู้และได้จากการทดสอบดึงมัดของเส้นใย
- การยุบตัวมัดของเส้นใยตามขวางเป็นพฤติกรรมแบบยืดหยุ่นไม่เชิงเส้น (hyperelastic)

$$\sigma = C:D \quad (1)$$

ซึ่ง σ เป็นอนุพันธ์ objective jaumann ของความเค้นโกชี (Cauchy)

D เป็นอัตราเร็วของความเครียด (strain rate)

C เป็น Hook tensor สำหรับวัสดุแบบ orthotropic ทั้งนี้เพราะว่ามีมการยุบตัวของ wrap yarn และ weft yarn อันเนื่องมาจากหลายสาเหตุ ซึ่งหนึ่งในนั้นคืออัตราส่วน (k) ระหว่างระยะเคลื่อนที่ของปลาย yarn ในแต่ละทิศทาง พฤติกรรมเช่นนี้ ประมาณได้ด้วยความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$C = E_0 \left[\epsilon_1^m \left\| \epsilon_1^n \right. \right] \quad (2)$$

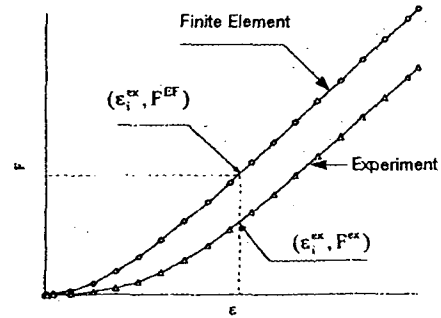
ซึ่ง E_0, m และ n เป็นค่าคงที่ที่จะต้องหาด้วยการใช้วิธีหมกผันควบคู่กับวิธีนี้ ส่วน ϵ_1 และ ϵ_2 คือความเครียดตามแนวและตามขวางของมัดของเส้นใยตามลำดับ

- ธรรมชาติของปัญหาเป็นแบบเรขาคณิตไม่เชิงเส้น การยุบตัวทางขวางและการค้อย ๆ เหยียดตรงของมัดเส้นใย จึงทำให้การจำลองแบบทำในขอบเขตของ large transformations
- สมบัติเชิงกลในทิศทางของมัดของเส้นใยและในทิศทางตามขวางมีค่าต่างกันมาก จำเป็นต้องให้ค่าความยืดหยุ่นในระบบ material coordinates ตลอดเวลาที่มีการกระทำ
- ความแข็งตึง (stiffness) เป็นศูนย์หรือมีค่าน้อยมาก อาจทำให้เกิดปัญหาการแปรรูปที่พลังงานเป็นศูนย์ จำเป็นต้องมีการควบคุมการแปรรูปในโหมด (mode) นี้ โดยใช้หลักการเดียวกันกับการสร้างเอลิเมนต์ทรงลูกบาศก์แบบ 8 โหนด (node) ที่ใช้ reduced integration ได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้เพื่อควบคุม hourglass modes [5]
- มัดของเส้นใยในทิศทาง wrap และ weft สัมผัสกัน ต้องจำลองด้วย contact elements
- ลดปัญหาตัวแปรด้วยการศึกษา unit cell ได้เพราะโครงสร้างเป็นแบบซ้ำกัน ซึ่งจะต้องเพิ่มเงื่อนไขขอบเขต (Boundary conditions) เป็นการทดแทน

4. วิธีหมกผัน (INVERSE METHOD)

วิธีหมกผัน [6] เป็นวิธีที่ช่วยหาค่าของค่าคงที่เชิงกลและเชิงเรขาคณิต ซึ่งยากที่จะกระทำได้จาก การทดสอบโดยตรง โดยหลักการเป็นการนำเสนอรบบด้วยชุดของสมการที่กำกับด้วยค่าคงที่ (parameters) m , ซึ่งในปัญหาของเราคือ E_0, m และ n

หลักการของการประเมินค่าของค่าคงที่ด้วยวิธีหมกผันคือ การเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณและการทดสอบ (รูปที่ 7)



รูปที่ 7 เปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณและการทดสอบ

ซึ่งอยู่ภายใต้เงื่อนไขการกรรมเดียวกัน จากนั้นจะต้องทำการลดผลต่างระหว่างผลลัพธ์ทั้งสองโดยการคำนวณฟังก์ชันความคลาดเคลื่อน (error function) ตามสมการ (3) โดยใช้ norm เฉพาะเช่น Moindres Carres

$$E(m) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_{ex}} r_i^2(m) \quad (3)$$

$$r_i = F_i^{ef}(\epsilon_i^{ex}) - F_i^{ex}(\epsilon_i^{ex}) \quad (4)$$

ซึ่ง n_{ex} เป็นจำนวนค่าที่วัดผลการทดลอง

ปัญหา Optimization จะเริ่มต้นด้วยการกำหนด $m(0)$ ให้อยู่ใน admissible space แล้ว Minimise ฟังก์ชัน $E(m)$ ซึ่งกระทำโดยวิธีของ Levenberg-Marquardt [7] และ [8] วิธีนี้จะให้ค่าของ $E^{(k+1)}$ น้อยกว่า $E^{(k)}$ จาก iteration k ไป $k+1$ ทำไปจนถึงขีดจำกัดความเที่ยงตรง (precision) ซึ่งในการที่จะผ่านไป iteration ถัดไปจะกำหนดด้วยค่าคงที่ $\lambda^{(k)}$ ของ Levenberg-Marquardt ซึ่งมีค่าเป็นทวิคูณของ $\lambda^{(0)}$ ส่วนการกำหนดค่าที่เปลี่ยนไปของ E_0, m และ n หาได้จากสมการต่อไปนี้

$$[(J^{(k)})^T(J^{(k)}) + \lambda^{(k)}I]dm^{(k)} = -(J^{(k)})^T r^{(k)} \quad (5)$$

$$J_{i\alpha} = \frac{\partial r_i}{\partial m_\alpha} = \frac{\partial F_i^{ef}}{\partial m_\alpha} \quad (6)$$

ซึ่ง r เป็นเวกเตอร์ที่มีองค์ประกอบ r_i

J เป็นเมตริกซ์จาคอบีเยน (jacobian) ของ E และคำนวณด้วยวิธีผลต่างสืบเนื่อง (finite difference)

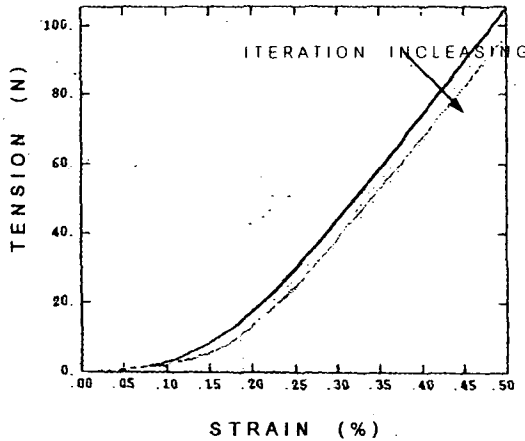
1 เป็นยูนิตเมตริกซ์

5. ผลระหว่างการจำลองกับวิธีผกผัน

กรณีศึกษา : unit cell ของวัสดุทอที่ทำด้วยใยแก้ว

: ขนาด กว้างxยาวxสูง คือ 10mmx10mmx0.84mm

: โหลดด้วยการดึงเป็นระยะ 0.025 mm ทั้งสี่ด้าน



รูปที่ 8 ผลการคำนวณผลต่างในแต่ละ iteration

จากกราฟในรูปที่ 8 จะเห็นว่า วิธีผกผันนั้นมีประสิทธิภาพมาก การคำนวณใช้เพียงไม่กี่ iterations ก็ได้ค่าคงที่ ผลการจำลองแสดงไว้ในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 พหุติกรรมที่คาดหวัง

Longitudinal modulus	$E_l = 35 \text{ GPa}$
Transverse moduli	$E_t = 250 * \epsilon_l \epsilon_t \text{ GPa}$
Shear moduli	$G_{ij} = 5 \text{ Mpa}$
Poisson's ratio	$\nu_{ij} = 0$

6. สรุป

จากการศึกษาพหุติกรรมเชิงกลของวัสดุทอโดยการประยุกต์ 3D-FEM กับหน่วยพื้นฐานของการสาน (unit cell) ควบคู่กับวิธีผกผัน ทำให้สามารถประเมินพหุติกรรมในทิศทางตามขวางของมัดของเส้นใยได้อย่างมีประสิทธิภาพ

เอกสารอ้างอิง

- [1] F. Lene, "Technique d'Homogenisation des Composites a Renforts Tissés", Mecanique Materiaux Electricite, Vol. 433, 1990, pp. 24-28
- [2] P. Boisse, M. Borr, K. Buet, A. Cherouat, "Finite Element Simulations of Textile Composite Forming Including the Biaxial Fabric Behaviour", Composite B Eng. 28B, June, 1997

[3] K. Buet, "Modelisation du Comportement Mecanique Multi-echelles des Tissus de Filaments", These de Doctorat de l'Universite d'Orleans, 1998

[4] M. Borr, P. Boisse, "Determination du Comportement Biaxial des Tissus de Filaments de Verre, Mesure Optique de la Deformation", Proceeding de Photomecanique 95, Cachan, 1995, pp. 187-194

[5] T. Belytschko, J.S. Ong, "Hourglass Control in Linear and Nonlinear Problems", Comp. Meth. In Appl. Mech. And Eng., Vol. 43, 1984, pp. 251-276

[6] O. Ghouati, J. Gelin, "Une Methode d'Identification Inverse des Parametres Materials pour les Comportements Nonlineaires", Revue Europeenne des Elements Finis, Vol. 4, n° 4, 1995, pp. 463-485

[7] K. Levenberg, "A Method for the Solution of Certain Nonlinear Problems in Least Squares", Quart Appl. Math., Vol. 2, 1944, pp. 164-168

[8] D. W. Marquardt, "An Algorithm for Least Squares Method Estimation for Nonlinear Parameters", J. Soc. Indus. Appl. Math., Vol. 11, 1963, pp. 431-440