

แบบจำลองการถ่ายเทมวลสารและการเปลี่ยนแปลงทางกลของเมล็ดข้าว  
ในระหว่างการอบแห้งแบบฟลูอิดไคซ์เบด

Modeling Coupled Transport Phenomena and Mechanical Deformation of  
Rice during Drying in Fluidized-bed Dryer

ปรีดา ปรากฏมาก<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน  
ตำบลกำแพงแสน อำเภอกำแพงแสน จังหวัดนครปฐม 73140  
\*ติดต่อ: fengpdpr@ku.ac.th, 0-3435-5310 ext. 7507, fax 0-3435-5310

**บทคัดย่อ**

งานวิจัยนี้ศึกษาผลของเทคนิคการอบแห้งฟลูอิดไคซ์เบดที่มีต่อจลนพลศาสตร์และการแตกร้าวของเมล็ดข้าวสายพันธุ์สุพรรณบุรี 1 ในช่วงอุณหภูมิอากาศร้อน 85-130°C แบบจำลองคณิตศาสตร์สามมิติถูกพัฒนาขึ้นเพื่อทำนายความชื้น อุณหภูมิ และความเค้นของเมล็ดข้าวกล้องงอกในระหว่างการอบแห้ง จากผลการทดลองพบว่าจลนพลศาสตร์ความชื้นและอุณหภูมิของเมล็ดข้าวสอดคล้องกับผลการทดลองได้ดี แบบจำลองที่สร้างขึ้นทำให้ทราบว่าเกรเดียนต์ความชื้นและอุณหภูมิภายในเมล็ดมีค่าสูงสุดที่เวลาการอบแห้ง 35 และ 6 วินาที ตามลำดับ เกรเดียนต์ความชื้นและอุณหภูมิจะลดลงตามระยะเวลาการอบแห้ง โดยเกรเดียนต์ความชื้นมีอิทธิพลต่อการแตกร้าวมากกว่าเกรเดียนต์ของอุณหภูมิเนื่องจากมีค่าสูงและเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดความเค้นภายในเมล็ดข้าวซึ่งบริเวณแกนกลางเมล็ดข้าวมีความเค้นสูงสุดและมีค่าประมาณ 118 MPa

**คำหลัก:** ข้าวกล้อง; อบแห้ง; สมประสิทธิ์การแพร่; ไฟไนลิเมนต์; แตกร้าว

**Abstract**

The research studied the effect of the fluidized bed drying technique on drying kinetics and fissure of rice kernel (Suphan Buri 1) using hot air at drying temperature range of 85-130°C. The three-dimensional mathematical model was developed to simulate the evolutions of the moisture content, temperature and stresses within rice kernel during drying. The simulated moisture content and temperature of rice gain were favorably in agreement with experimental results. The simulation results showed that the maximum moisture and temperature gradients within rice kernel occurred at the drying times of 35 and 6 s, respectively. The moisture and temperature gradients were found to decrease with increase in drying time. The magnitude of moisture gradient was remarkably higher than the temperature gradient and thus the moisture gradient was a main cause of fissures in rice grains. The maximum stress was found near the middle region of kernel and had the value of stresses about 118 MPa.

**Keywords:** Brown rice; Drying; Effective Diffusivity; Finite Element; Cracking

## CST-43

### 1. บทนำ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในการจำลองกระบวนการอบแห้ง ทั้งในแง่การจำลองการเปลี่ยนแปลงความชื้นและอุณหภูมิ ตลอดจนการเปลี่ยนแปลงสมบัติต่างๆ ของอาหารและวัสดุชีวภาพ ระหว่างการอบแห้ง การจำลองทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยแบบจำลองที่เหมาะสมจะช่วยให้ได้ข้อมูลจำนวนมาก ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการออกแบบกระบวนการหรือหาสภาวะเหมาะสมที่สุดในการอบแห้งวัสดุที่ต้องการได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมยังอาจช่วยให้เกิดการเรียนรู้และเข้าใจถึงการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นระหว่างกระบวนการอบแห้งได้ดียิ่งขึ้น

Niamnuy และคณะ [1] ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการจำลองการถ่ายเทความร้อนและมวลสาร ตลอดจนการเปลี่ยนรูปของกึ่งในระหว่างการอบแห้ง โดยใช้โปรแกรม COMSOL Multiphysics™ การจำลองทำให้สามารถทำนายการกระจายความชื้นในกึ่ง (เกรเดียนต์ความชื้นในกึ่ง) และการเปลี่ยนรูปที่ไม่สม่ำเสมอ ซึ่งนำไปสู่การเกิดความเค้นในกึ่งอันเนื่องจากการอบแห้ง (Drying-induced Stress) โดยความเค้นในกึ่งที่เกิดขึ้นเนื่องจากการกระจายความชื้นที่ไม่สม่ำเสมอและการเปลี่ยนรูปที่ไม่เป็นอิสระของกึ่งระหว่างการอบแห้ง เนื่องจากบริเวณใดบริเวณหนึ่งของกึ่งไม่สามารถเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระ

นฤปดี และคณะ [2] ศึกษาการแตกร้าวของเมล็ดข้าวในระหว่างการอบแห้งแบบฟลูอิดไรซ์เบดด้วยอากาศร้อนอุณหภูมิ 90-150 °C ด้วยการพัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์ 3 มิติ พบว่าเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้นค่าความเค้นจะเพิ่มขึ้นและกระจายครอบคลุมเมล็ดข้าวโดยความเค้นเกิดสูงสุดที่ตอนกลางเมล็ด เนื่องจากมีค่าสูงกว่าค่าความแข็งแรงวิบัติ

การอบแห้งด้วยเทคนิคฟลูอิดไรซ์เบดที่อุณหภูมิสูงแม้จะให้อัตราการอบแห้งที่สูง แต่ทำให้เมล็ดข้าวเกิดการแตกร้าว ส่งผลกระทบต่อคุณภาพของข้าวกล้องงอก และเป็นสมบัติที่ไม่พึงประสงค์สำหรับผู้บริโภค

การศึกษาปัจจัยของการแตกร้าวที่เกิดขึ้นจากการอบแห้งที่อุณหภูมิสูงจึงอาจช่วยลดปัญหาดังกล่าว งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์การอบแห้งข้าวกล้องด้วยเทคนิคฟลูอิดไรซ์เบด เพื่อทำนายความชื้นและอุณหภูมิของเมล็ดข้าวและทำนายความเค้นที่เกิดขึ้นภายในเมล็ดข้าวในระหว่างกระบวนการอบแห้ง

### 2. อุปกรณ์และวิธีการวิจัย

นำข้าวสายพันธุ์สุพรรณบุรี 1 ที่มีความชื้นประมาณ 11 %dry basis เก็บในตู้เย็นที่อุณหภูมิ 4 °C ก่อนนำไปทดลอง นำข้าวมากระเทาะเปลือกให้เป็นข้าวกล้อง แล้วแช่น้ำอุณหภูมิ 35-37 °C เปลี่ยนน้ำทุก 4 ชั่วโมงจนกระทั่งครบ 36 ชั่วโมง จะเกิดข้าวกล้องงอก หลังจากกระบวนการนี้ข้าวจะมีความชื้น 52 %dry basis จากนั้นนำข้าวกล้องงอกมาอบแห้งแบบฟลูอิดไรซ์เบดด้วยอากาศร้อนที่อุณหภูมิ 85, 100 และ 130 °C ที่ความสูงเบด 8 cm และความเร็วของอากาศอบแห้ง 3.9 m/s โดยหมุนเวียนอากาศที่ออกจากห้องอบแห้งกลับมาใช้ร้อยละ 80 แล้วผสมกับอากาศแวดล้อมร้อยละ 20 และให้ความร้อนอีกครั้งจนได้อุณหภูมิที่ต้องการก่อนจะไหลเข้าห้องอบแห้ง

นำข้าวออกจากเครื่องอบแห้งที่เวลาต่างๆ แบ่งไปหาปริมาณความชื้นและอุณหภูมิเมล็ดโดยการใส่ตัวอย่างเข้าไปในภาชนะปิดที่หุ้มฉนวนและสอดสายเทอร์โมคัปเปิลเข้าไปภายในเพื่อวัดอุณหภูมิ หลังจากความชื้นลดลงถึงระดับ 19-20 %dry basis นำข้าวกล้องงอกเก็บในขวดโหล 30 นาที เพื่อลดความแตกต่างความชื้น และเป่าด้วยอากาศแวดล้อมอีก 30 นาที จนความชื้นลดลงถึงระดับ 13-15 %dry basis

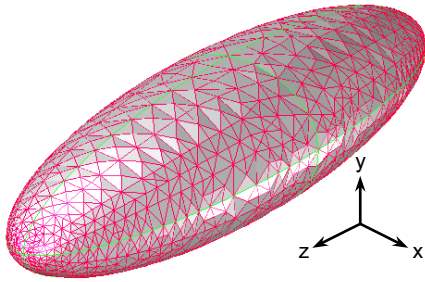
### 3. แบบจำลองคณิตศาสตร์

#### 3.1 รูปร่างเมล็ดข้าว

เมล็ดข้าวในแบบจำลองเป็นรูปทรงรี (Prolate spheroid) เมล็ดข้าวมีขนาดความยาว (แกน z) กว้าง (แกน x) และหนา (แกน y) เท่ากับ 7.58, 2.21 และ 1.71 mm ตามลำดับ โดยตำแหน่งจุดศูนย์กลางเมล็ด

### CST-43

พิกัด  $x$ ,  $y$  และ  $z$  มีค่าเท่ากับศูนย์ จำนวนเอลิเมนต์ของเมล็ดข้าวมีค่าเท่ากับ 9057 โดยจำนวนเอลิเมนต์เหล่านี้พิจารณาจากวิธี Mesh independent test ซึ่งเลือกจำนวน mesh ที่น้อยที่สุดที่ทำให้ความความชื้นเฉลี่ยของเมล็ดข้าวเปลี่ยนแปลงไม่เกิน 1% กำหนดให้พื้นผิวของ mesh เป็น Triangular และปริมาตร mesh เป็นแบบ Tetrahedral ดังแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 รูปร่างเมล็ดข้าว

### 3.2 แบบจำลองการถ่ายเทความร้อนและมวลสาร

สมการการถ่ายเทมวลของเมล็ดข้าวกลิ้งสามารถแสดงได้ดังสมการกฎการนำความร้อนของฟูเรียร์ (Fourier's law of conduction)

$$\rho_r C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (1)$$

เมื่อ  $T$  = อุณหภูมิของเมล็ดข้าว (K),  $k$  = การนำความร้อนของเมล็ดข้าว ( $W/mK$ ),  $\rho_r$  = ความหนาแน่นของเมล็ดข้าว ( $kg/m^3$ ),  $C_p$  ค่าความร้อนจำเพาะ ( $kJ/kgK$ ),  $t$  เวลา (s) สมการด้านบนหมายถึงอัตราการถ่ายเทความร้อนเข้าสู่เมล็ดข้าวในทุกทิศทาง (แกน  $x$ ,  $y$  และ  $z$ ) มีค่าเท่ากับการนำความร้อนของเมล็ดข้าว สมการถ่ายเทมวลสารของเมล็ดข้าวแบบสามมิติสามารถอธิบายจากกฎข้อสองของฟิค (Fick's second law)

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{eff} \frac{\partial M}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{eff} \frac{\partial M}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_{eff} \frac{\partial M}{\partial z} \right) \quad (2)$$

เมื่อ  $D_{eff}$  คือค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ประสิทธิผล ( $m^2/s$ ) และ  $M$  ความชื้น (dry basis) ในสภาวะ

เริ่มต้น (Initial condition) จะกำหนดให้อุณหภูมิและความชื้นภายในเมล็ดข้าวมีค่าคงที่ ซึ่งเขียนได้ดังนี้

$$\text{ที่ } t = 0, T = T_i = 25^\circ C \quad (3)$$

$$M = M_i = 0.52 \text{ kg.kg}^{-1} \text{ (dry basis)} \quad (4)$$

การเปลี่ยนความร้อนแฝงของน้ำส่วนใหญ่มักจะเกิดที่บริเวณผิวเมล็ด ดังนั้นจากการสมดุลพลังงานพบว่าการพาความร้อนไปยังผิวเมล็ดจะเท่ากับการนำความร้อนเข้าสู่เมล็ดรวมกับการเปลี่ยนแปลงความร้อนแฝงของการระเหยน้ำ สามารถเขียนสมดุลสมการเงื่อนไขขอบเขต (Boundary condition) ได้ดังนี้

$$-k\nabla T = h_t(T_s - T_\infty) - \rho_d \lambda h_m(M_s - M_e) \quad (5)$$

เมื่อ  $\nabla$  คือ divergence operator,  $h_t$  สัมประสิทธิ์การพาความร้อน ( $W/m^2 \text{ } ^\circ C$ ),  $T_s$  อุณหภูมิของผิวเมล็ด ( $^\circ C$ ),  $T_\infty$  อุณหภูมิอากาศแวดล้อม ( $^\circ C$ ),  $\rho_d$  ความหนาแน่นของเมล็ดข้าวแห้ง ( $kg/m^3$ ),  $\lambda$  ความร้อนแฝงของการระเหยน้ำ ( $J/kg$ ),  $h_m$  สัมประสิทธิ์การพามวล ( $m/s$ ),  $M_s$  ความชื้นที่ผิววัสดุ ( $kg/kg \text{ d.b.}$ ),  $M_e$  ความชื้นสมดุล ( $kg/kg \text{ d.b.}$ ) สมการที่ (5) แสดงถึงการนำความร้อนจากภายนอกเข้าสู่ภายในเมล็ดข้าว (เทอมซ้ายมือ) การถ่ายเทความร้อนจากอากาศแวดล้อมสู่เมล็ดข้าวด้วยการพาความร้อน (เทอมแรกของการสมการด้านขวามือ) และความร้อนแฝงของการระเหยน้ำที่ผิวเมล็ด (เทอมที่สองของการสมการด้านขวามือ) เงื่อนไขขอบเขตสำหรับวิเคราะห์พลั๊กซ์ของความชื้นที่เคลื่อนออกจากผิวเมล็ดไปยังอากาศแวดล้อมด้วยการพาความชื้นเขียนได้ดังนี้

$$-D_{eff} \nabla M = h_m(M_s - M_e) \quad (6)$$

### 3.3 การคำนวณความเค้นภายในเมล็ดข้าว

การกระจัดรวม (Total Displacement) หรือการเคลื่อนที่โดยรวมของจุดใดจุดหนึ่งในชั้นอาหารระหว่างช่วงเวลาของการคำนวณแสดงได้ดังสมการที่ (7)

$$\{dU\} = \begin{Bmatrix} dU_x \\ dU_y \\ dU_z \end{Bmatrix} \quad (7)$$

### CST-43

ในขณะที่ความเครียดรวม (Total Strain) เป็นฟังก์ชันของความเครียดเชิงกล (Mechanical Strain) อันเป็นผลมาจากความยืดหยุ่นของเมล็ดข้าว และความเครียดเนื่องจากการหดตัว (Shrinkage Strain หรือจัดเป็น Non-Mechanical Strain) ที่ตำแหน่งใดๆ ในเมล็ดข้าว แสดงได้ดังสมการ (8) [3]

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^p\} + \{d\varepsilon^d\} \quad (8)$$

เมื่อ  $d\varepsilon$  คือ Total strain,  $d\varepsilon^p$  คือ Mechanical strain และ  $d\varepsilon^d$  คือ Non-mechanical strain ทั้งนี้ ความเครียดรวมมีความสัมพันธ์กับการกระจัดรวมดังสมการที่ (9)

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{ji}}{\partial x_i} \right], \quad i, j = x, y, z \quad \text{หรือ} \quad \{d\varepsilon\} = [A]\{dU\} \quad (9)$$

โดย  $[A]$  คือเมทริกซ์ความเครียดเปลี่ยนรูป (Deformation Strain Matrix) และอาจประมาณค่าการกระจัดรวมได้จากผลรวมของการกระจัดของแต่ละโหนด (Total Nodal Displacement;  $\{dn\}$ )

$$\{dU\} = [A]\{dn\} \quad (10)$$

โดยที่  $[A]$  คือเมทริกซ์ฟังก์ชันรูปร่างของแต่ละโหนด (Nodal Shape Function Matrix) ซึ่งแปรเปลี่ยนไปตามรูปร่างของเอลิเมนต์ (Element) ซึ่งประกอบกันขึ้นเพื่อจำลองรูปร่างของชั้นอาหาร ทั้งนี้อาจรวมสมการที่ (9) และสมการที่ (10) เป็นสมการที่ (11) ได้ดังนี้

$$\{d\varepsilon\} = [A][A]\{dn\} = [B]\{dn\} \quad (11)$$

โดยที่  $[B] = [A][A]$  หากสมมติให้เมล็ดข้าวมีพฤติกรรมแบบยืดหยุ่น อาจใช้สมการที่ (12) เพื่ออธิบายการเปลี่ยนแปลงค่าความเค้น (Stress;  $\sigma$ ) ในเมล็ดข้าว

$$d\sigma_{ij} = \frac{E_y}{1+\nu} \left[ d\varepsilon_{ij}^p + \frac{\nu}{1-2\nu} (d\varepsilon_{xx}^p + d\varepsilon_{yy}^p + d\varepsilon_{zz}^p) \delta_{ij} \right], \quad i, j = x, y, z \quad (12)$$

โดย  $\nu$  คืออัตราส่วนปัวส์ซอง (Poisson Ratio) นอกจากนี้ยังอาจแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $\{d\varepsilon^d\}$  กับค่าสัมประสิทธิ์การหดตัวเชิงเส้นได้ดังต่อไปนี้ [3]

$$\{d\varepsilon^d\} = \begin{pmatrix} d\varepsilon^d \\ d\varepsilon^d \\ d\varepsilon^d \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad d\varepsilon^d = S_V^{1/3} \quad (13)$$

โดยที่  $S_V$  คือค่าสัมประสิทธิ์การหดตัวเชิงเส้น (Linear Shrinkage Coefficient) ซึ่งหาได้จากการทดลอง และมีความสัมพันธ์กับความชื้นของชั้นอาหารที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาในการอบแห้ง ดังสมการ (14) โดยปริมาตรของวัสดุอบแห้งที่เวลาใดๆ สามารถหาได้ดังแสดงในตารางที่ 1

$$S_V = \frac{V_t}{V_0} \quad (14)$$

โดย  $V_t$  คือปริมาตรของวัสดุอบแห้งที่เวลาใดๆ ( $m^3$ ) และ  $V_0$  คือปริมาตรของวัสดุอบแห้งที่เวลาเริ่มต้น ( $m^3$ ) สำหรับการประมาณค่าความเครียดเชิงกลนั้น ใช้หลักการงานเสมือน (Virtual Work Principle) ซึ่งกล่าวว่า วัตถุจะเปลี่ยนรูปร่างได้ความเค้นโดยรักษาค่างานเสมือนของการเปลี่ยนรูปให้มีค่าต่ำสุดเสมอ ทั้งนี้หากไม่พิจารณาผลของความดันและแรงที่เกิดจากน้ำหนักของวัตถุ (Body Force) ตลอดจนแรงที่กระทำต่อผิววัตถุ (Surface Force) อาจคำนวณหา  $\{d\varepsilon^p\}$  ได้จากสมการ

$$\int_V \delta \{d\varepsilon^p\}^T \{d\sigma\} dV = 0 \quad (15)$$

หรือสมการที่ (16)

$$\int_V [B]^T [D][B] dV \{dn\} = \int_V [B]^T [D] \{d\varepsilon^d\} dV \quad (16)$$

### CST-43

โดยที่  $[D]$  คือเมทริกซ์ความสัมพัทธ์ระหว่างความ  
เค้น-ความเครียดของวัสดุยืดหยุ่น (Elastic Stress-  
Strain Matrix) ในการคำนวณจะเริ่มโดยการแก้สมการ  
(16) เพื่อคำนวณหา  $\{dn\}$  จากนั้นจึงใช้สมการที่ (11)  
ในการหา  $\{d\varepsilon^p\}$  แล้วจึงใช้สมการที่ (8) ในการหา  
 $\{d\varepsilon^p\}$  เพื่อนำไปใช้ในสมการที่ (12) สำหรับการ

คำนวณหาสนามความเค้น (Stress Field) ในเมล็ด  
ข้าว ส่วนการคำนวณหาการกระจุกตัวของจุดใดจุด  
หนึ่งในชั้นอาหารนั้นใช้การแก้สมการที่ (10) งานวิจัย  
นี้หาคำตอบสมการโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์  
ด้วยโปรแกรม COMSOL<sup>TM</sup> Multiphysics Version  
3.3

ตารางที่ 1 ค่าสมบัติทางความร้อนของอากาศที่ใช้ในแบบจำลอง [4, 5]

สมการ	ตัวแปร	ความหมาย
(17)	$c_a$	$c_a = 1.00926E3 - 4.0403E - 2(T) + 6.1759E - 4(T^2) - 4.097E - 7(T^3)$
(18)	$k_a$	$k_a = 2.425E - 2 + 7.889E - 5(T) - 1.790E - 8T^2 - 8.570E - 12(T^3)$
(19)	$\rho_a$	$\rho_a = 101.325 / (0.287T_{abs})$
(20)	$\mu_a$	$\mu_a = 1.691E - 5 + 4.984E - 8(T) - 3.187E - 11(T^2) + 1.319E - 14(T^3)$
(21)	$D_{wa}$	$D_{wa} = -2.775E - 6 + 4.479E - 8(T - 273.15) + 1.656E - 10(T - 273.15)^2$
(22)	$R_e$	$R_e = \rho_a \cdot U \cdot D_p / \mu_a$
(23)	$S_c$	$S_c = \mu_a / (\rho_a \times D_{wa})$
(24)	$S_h$	$S_h = 2 + (0.6R_e^{0.5} S_c^{0.33})$
(25)	$h_m$	$h_m = (S_h \times D_{wa} / D_p)$
(26)	$N_u$	$N_u = (0.46R_e^{0.5}) + (0.00128R_e)$
(27)	$h_T$	$h_T = (N_u \cdot k_a) / D_p$
(28)	$h_{fg}$	$h_{fg} = (1 + (2.496 \exp(-21.733M))) \times (2502 - 2.386T) \times 1000$
(29)	$c_v$	$c_v = 1.883E3 - (1.6737E - 1)T + (8.4386E - 4)T^2 - (2.6966E - 7)T^3$
(30)	$c_w$	$c_w = 2.8223E3 - (11.828)T + (3.5043E - 2)T^2 - (3.601E - 5)T^3$
(31)	$M_e$	$M_e = (1/100) \times \left[ \frac{\log(1 - RH)}{(-3.2184E - 6) \times (T + 198.143)} \right]^{(1/2.66)}$ [6]

เมื่อ  $c_a$  = ความร้อนจำเพาะของอากาศ (J/kg·K),  $k_a$  = ค่าการนำความร้อนในอากาศ (W/m·K),  $\rho_a$  = ความหนาแน่นของ  
อากาศ (kg/m<sup>3</sup>),  $\mu_a$  = สัมประสิทธิ์ความหนืดของอากาศ (kg/m·s),  $R_e$  = Reynold number,  $S_c$  = Schmidt number,  
 $S_h$  = Sherwood number,  $h_m$  = สัมประสิทธิ์การพามวล (m/s),  $N_u$  = Nussel number,  $h_T$  = สัมประสิทธิ์การพาความร้อน  
(W/m<sup>2</sup>·K),  $h_{fg}$  = ความร้อนแฝงของการระเหย (J/kg),  $T$  = อุณหภูมิเฉลี่ยของอากาศภายในเบด (°C),  $T_{abs}$  = อุณหภูมิเฉลี่ย  
ของอากาศภายในเบด (K),  $c_v$  = ความร้อนจำเพาะของไอน้ำในอากาศ (J/kg.K),  $c_w$  = ความร้อนจำเพาะของน้ำ (J/kg.K)

ตารางที่ 2 ค่าสมบัติทางความร้อนและทางกายภาพของข้าว [6]

สมการ	ตัวแปร	สมการเอมไพริคัลและค่าคงที่
(32)	$\rho_r$	1719
(33)	$c_{p,r}$	$c_{p,r} = 1202 + 381 \left( \frac{M}{1 + M} \right)$
(34)	$k_r$	$k_r = \left( 0.0637 + 0.0958 \left( \frac{M}{1 + M} \right) \right) / \left( 0.656 - 0.475 \left( \frac{M}{1 + M} \right) \right)$

## CST-43

$$(35) \quad \mu \quad 0.385 - (0.005 \times M) \quad [7]$$

$$(36) \quad V_t \quad V_t = 1 + (1.435E - 2)M + (5.26E - 4)T_r$$

$\rho_r$  = ความหนาแน่นเมล็ดข้าว ( $\text{kg/m}^3$ ),  $M$  = ความชื้นเฉลี่ย ( $\text{kg/kg d.b.}$ ),  $c_{p,r}$  = ค่าความร้อนจำเพาะของข้าวขาว ( $\text{J/kg}\cdot\text{K}$ ),  $k_r$  = ค่าการนำความร้อนของเมล็ดข้าวขาว ( $\text{W/m}\cdot\text{K}$ ),  $k_b$  = ค่าการนำความร้อนของเยื่อหุ้มเมล็ด ( $\text{W/m}\cdot\text{K}$ ),  $\mu$  = อัตราส่วนปัวร์ซอง,  $V_t$  = ปริมาตรของวัสดุอบแห้งที่เวลาใดๆ ( $\text{m}^3$ ),  $T$  = อุณหภูมิเมล็ดข้าว ( $^{\circ}\text{C}$ )

### 3.4 สมมติฐานของแบบจำลองคณิตศาสตร์

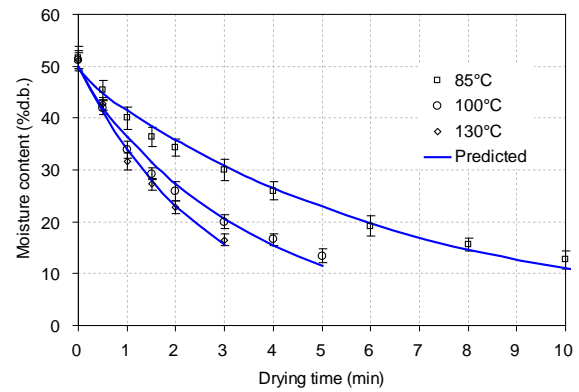
สมมติฐานในการวิเคราะห์กระบวนการทำแห้งข้าวกล้องมีดังนี้

1. เมล็ดข้าวเป็นเนื้อเดียวกัน (Homogeneous material) และมีสมบัติเป็น Isotropic material
2. ความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดในเมล็ดข้าวเป็นแบบเชิงเส้นตามสมการของฮุก (Hook's equation) และเป็นวัสดุอีลาสติก (Elastic material)
3. การอบแห้งเกิดฟลูอิดเซชันอย่างสม่ำเสมอเมล็ดข้าวผสมกันทั่วถึง (Well mixed) ทำให้ความชื้นและอุณหภูมิเมล็ดที่ทำแห้งต่าง ๆ ภายในเบดมีค่าเท่ากัน
4. การแตกร้าวของเมล็ดข้าวเกิดขึ้นเมื่อความเค้นภายในมีค่าสูงกว่าความแข็งแรงดึงวิบัติ (Failure tensile strength)
5. การถ่ายเทมวลภายในเมล็ดข้าวเกิดจากการแพร่ของน้ำและการพาความชื้นเกิดขึ้นที่ผิวของเมล็ดข้าวเท่านั้น
6. การพาความร้อนจากอากาศสู่เมล็ดเกิดขึ้นที่ผิวและการนำความร้อนเกิดขึ้นภายในเมล็ดข้าว

### 4. ผลการทดลองและวิจารณ์ผล

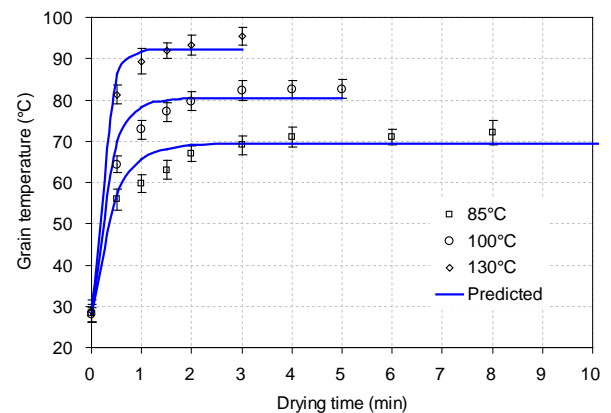
รูปที่ 2 แสดงการเปรียบเทียบจลนศาสตร์การอบแห้งข้าวที่อุณหภูมิ 85, 100 และ  $130^{\circ}\text{C}$  พบว่าอัตราการอบแห้งมีค่าแปรผันตามระดับอุณหภูมิในการอบแห้ง เมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น ความชื้นภายในเมล็ดข้าวจะลดลงเร็วขึ้น ค่าของความชื้นเฉลี่ยที่อุณหภูมิต่างๆ มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ ( $P < 0.05$ ) ในช่วงแรกของการอบแห้ง เมล็ดข้าวมีความชื้นสูงทำให้การระเหยความชื้นเฉพาะที่บริเวณผิวเมล็ด เมื่อความชื้นที่ผิวเมล็ดลดลงต่ำกว่า 20% d.b. น้ำภายในเมล็ดจะค่อยๆ แพร่จากด้านในออกมายังผิวนอก ซึ่งการแพร่ของความชื้นจากภายในออกมายังผิวเกิดขึ้น

ช้ากว่าอัตราการระเหยของความชื้นที่ผิว ทำให้การลดลงของความชื้นจะช้าลงกว่าช่วงแรก



รูปที่ 2 จลนศาสตร์การอบแห้งข้าวกล้องที่อุณหภูมิต่างกัน เส้นทึบแทนการทำนายจากแบบจำลอง

รูปที่ 3 แสดงอุณหภูมิเฉลี่ยของเมล็ดที่เปลี่ยนไปเวลา พบว่า อุณหภูมิเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วในช่วง 1 นาทีแรก หลังจากนั้นอุณหภูมิจะเกือบคงที่ โดยอุณหภูมิเมล็ดจะมีค่าต่ำกว่าอุณหภูมิอากาศอบแห้งประมาณ  $15-35^{\circ}\text{C}$  ในช่วงอุณหภูมิอากาศร้อน  $85-130^{\circ}\text{C}$  เนื่องจากความร้อนสูญเสียในรูปแบบต่างๆ



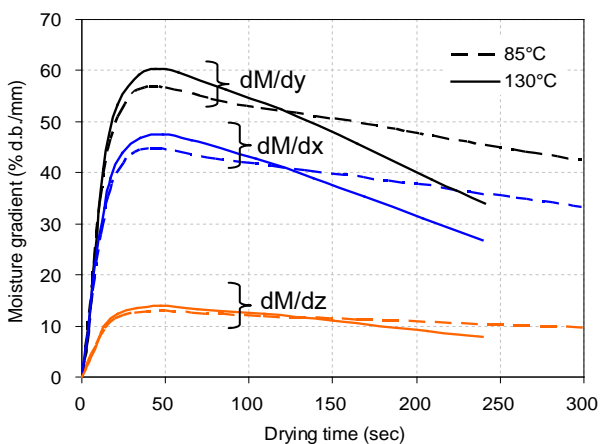
รูปที่ 3 อุณหภูมิเฉลี่ยของเมล็ดข้าวกล้อง เส้นทึบคือเส้นที่ทำนายด้วยแบบจำลอง



## CST-43

รูปที่ 2 และ 3 แสดงผลการเปรียบเทียบระหว่างค่าที่คำนวณได้จากแบบจำลองกับการทดลอง พบว่าการทำนายเส้นแนวโน้มของความชื้นและอุณหภูมิมีความใกล้เคียงกับผลการทดลอง ( $R^2=0.98$ ) อย่างไรก็ตามในรูปที่ 3 พบว่าในช่วงต้นของการอบแห้งแบบจำลองที่สร้างขึ้นไม่สามารถทำนายอุณหภูมิของเมล็ดข้าวได้แม่นยำ และผลการทำนายอุณหภูมิจะมีค่าสูงกว่าผลการทดลองทุกกรณี อาจเป็นผลมาจากค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนซึ่งเป็นฟังก์ชันของความชื้นเฉลี่ยยังไม่เหมาะสมและถูกต้องมากนัก

รูปที่ 4 แสดงเกรเดียนต์ความชื้นตามแกน x, y และ z ( $dM/dx$ ,  $dM/dy$  และ  $dM/dz$  ตามลำดับ) พบว่าเกรเดียนต์ความชื้นเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วในช่วงเริ่มต้นการอบแห้งโดยเพิ่มจนมีค่าสูงสุดที่เวลาประมาณ 35 วินาทีเนื่องจากช่วงเริ่มต้นอบแห้งมีความแตกต่างของความชื้นระหว่างภายในและผิวเมล็ด ส่งผลให้เกรเดียนต์ของความชื้นมีค่าสูง เมื่ออบแห้งต่อไปน้ำระเหยออกจากเมล็ดข้าวมากขึ้นทำให้ค่าความแตกต่างของความชื้นจะลดลง ทำให้เกรเดียนต์ความชื้นลดลง เมื่ออุณหภูมิเพิ่มจาก 85 เป็น 130°C ค่าเกรเดียนต์ความชื้นจะเพิ่มขึ้นตามอุณหภูมิอบแห้งที่เพิ่มขึ้น

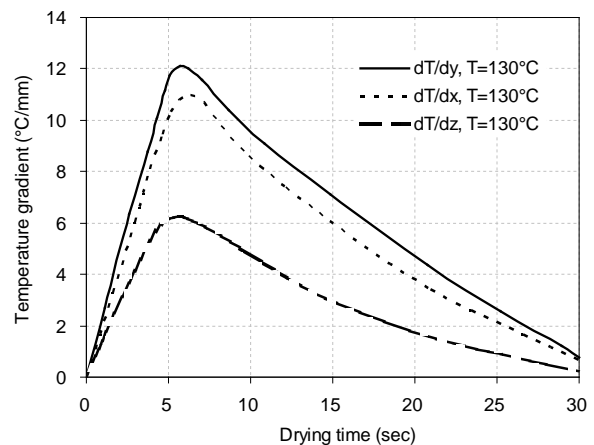


รูปที่ 4 เกรเดียนต์ความชื้นตามแกน x, y และ z ( $dM/dx$ ,  $dM/dy$  และ  $dM/dz$  ตามลำดับ) ของเมล็ดข้าวที่อุณหภูมิ 85 และ 130°C

ค่าเกรเดียนต์ความชื้นตามแนวแกน x และ y ( $dM/dx$  และ  $dM/dy$ ) มีค่าสูงกว่าแกน z ( $dM/dz$ ) เนื่องจากระยะในแกน x และ y สั้นกว่าระยะใน

แนวแกน z ทำให้เกรเดียนต์ความชื้นตามแกน x และ y มีค่ามากกว่าเกรเดียนต์ความชื้นตามแนวแกน z สอดคล้องกับการทดลองของ Yang และคณะ [8] และ นฤบดี และคณะ [2] ได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบสองมิติเพื่อศึกษาเกรเดียนต์ความชื้นในแนวแกนยาวและแนวขวางของเมล็ด พบว่าเกรเดียนต์ความชื้นตามแนวแกนยาวมีค่าน้อยกว่าเกรเดียนต์ความชื้นตามแนวแกนขวางของเมล็ด

ปัจจัยที่ทำให้เกิดความเค้นในเมล็ดข้าวคือ เกรเดียนต์ความชื้นและอุณหภูมิภายในเมล็ด ผลจากการจำลองดังแสดงในรูปที่ 5 พบว่า ความแตกต่างของอุณหภูมิภายในและนอกเมล็ดลดลงอย่างรวดเร็ว เกรเดียนต์อุณหภูมิมียุทธค่าต่ำ 1.5°C/mm หลังจากอบแห้งเพียง 30 วินาที แต่เกรเดียนต์ความชื้นยังคงมีค่าสูงมากกว่า 10-48% d.b./mm หลังจากอบแห้งไป 200 วินาที (รูปที่ 4) ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าเกรเดียนต์ความชื้นภายในเมล็ดข้าวน่าจะเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดความเค้นในเมล็ด และเป็นปัจจัยหลักที่ทำให้เมล็ดข้าวแตกร้า

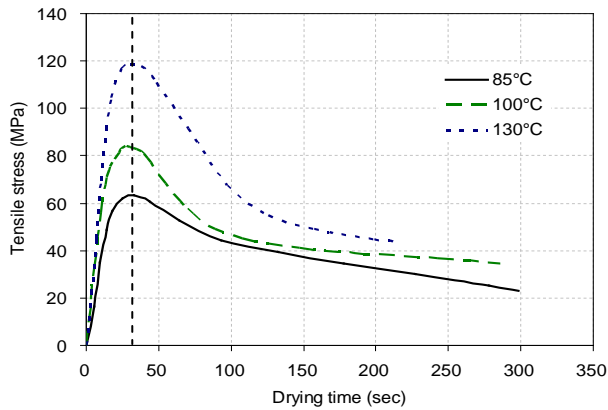


รูปที่ 5 เกรเดียนต์อุณหภูมิในแกน x, y, และ z ของเมล็ดที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาการอบแห้งที่  $T=130^{\circ}\text{C}$

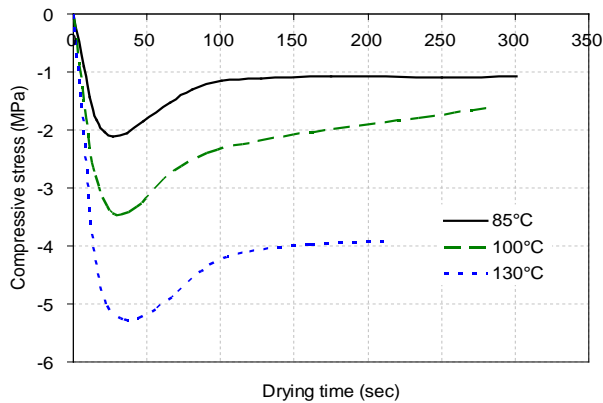
การแตกร้าของเมล็ดข้าวเกิดขึ้นเมื่อความเค้นดึงมีค่ามากกว่าความแข็งแรงดึงวิบัติซึ่งมีค่าเท่ากับ 51 MPa [9] ช่วงเริ่มต้นการอบแห้งความเค้นภายในเมล็ดข้าวมีค่าเท่ากับศูนย์เนื่องจากค่าความชื้นภายในเมล็ดที่เท่ากันทำให้ไม่เกิดความเค้นภายใน รูปที่ 6

## CST-43

แสดงผลจากการจำลองช่วงอุณหภูมิอบแห้ง 85-130°C พบว่าความเค้นภายในเมล็ดเพิ่มขึ้นตามระยะเวลาการอบแห้งและมีค่าความเค้นสูงสุดที่เวลา 35 วินาที แล้วค่อยๆ ลดลงตามเวลาการอบแห้ง ค่าความเค้นภายในเมล็ดเพิ่มขึ้นตามอุณหภูมิอบแห้งที่สูงขึ้น เนื่องจากอุณหภูมิที่เพิ่มขึ้นมีผลทำให้เกรตเดียนต์ความชื้นภายในเมล็ดเพิ่มขึ้น



รูปที่ 6 ความเค้นดึงภายในเมล็ดข้าวที่อุณหภูมิต่างๆ



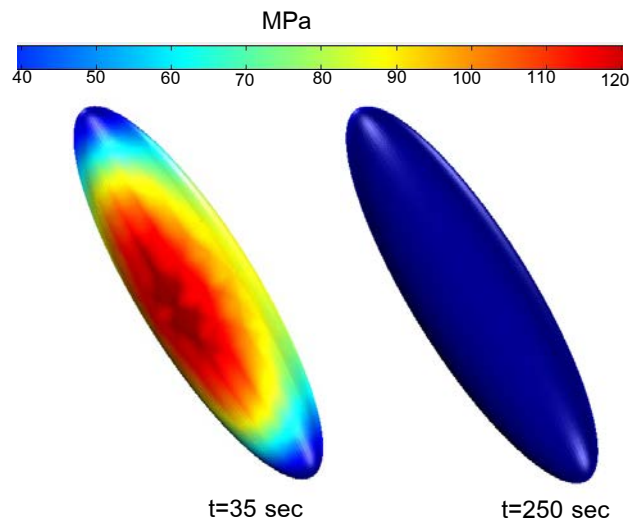
รูปที่ 7 ความเค้นอัดภายในเมล็ดข้าวที่อุณหภูมิต่างๆ

เมื่อพิจารณารูปที่ 6 และ 7 ซึ่งแสดงค่าความเค้นดึงและความเค้นอัดที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาการอบแห้งพบว่าที่อุณหภูมิอบแห้ง 130°C เวลาอบแห้ง 35 วินาทีที่มีค่าความเค้นดึงและความเค้นอัดต่ำสุดเท่ากับ 118 และ -5.2 MPa ตามลำดับ เมื่ออุณหภูมิอบแห้งลดลงเป็น 85°C ที่เวลาอบแห้งเดียวกัน มีค่าความเค้นดึงและความเค้นอัดลดลงเหลือ 63 และ -2.1 MPa ตามลำดับ

Jia และคณะ [10] อธิบายการเปลี่ยนแปลงความเค้นในการทำให้แห้งข้าวว่า ความเค้นดึงที่เกิดบริเวณผิว

เมล็ด และความเค้นอัดบริเวณแกนกลางเมล็ด เกิดขึ้นมากที่สุดในช่วงเริ่มต้นการอบแห้ง หลังจากนั้นความเค้นลดลงตามระยะเวลาการอบแห้ง ที่เงื่อนไขอบแห้ง 60°C ช่วงท้ายการอบแห้ง (60 นาที) ค่าความเค้นดึงที่ผิวเมล็ดและค่าความเค้นอัดภายในเมล็ดลดลงเกือบมีค่าเท่ากับศูนย์ และเกิดความเค้นอัดและความเค้นดึงที่บริเวณปลายเมล็ดโดยมีขนาดเท่ากับ -40 MPa และ 10 MPa ตามลำดับ

จากผลการจำลองที่อุณหภูมิ 130°C ที่เวลา 35 วินาที ทำให้ทราบว่าบริเวณที่มีปริมาณความเค้นดึงมากกว่าความแข็งแรงดึงวิบัติของเมล็ดข้าว เกิดขึ้นเป็นส่วนใหญ่ที่ บริเวณกลางเมล็ด ดังแสดงในรูปที่ 8 ซึ่งความเค้นดึงที่เกิดขึ้นมีค่าอยู่ในช่วง 100-118 MPa ส่งผลให้มีแนวโน้มที่จะเกิดการแตกร้าวบริเวณกลางเมล็ดมากกว่าบริเวณอื่น



รูปที่ 8 ความเค้นที่อุณหภูมิอบแห้ง 130°C

สำหรับการอบแห้งที่อุณหภูมิ 85, 100 และ 130°C เกิดความเค้นกระจายครอบคลุมเกือบทั้งเมล็ดในช่วง 35 วินาทีแรกของการอบแห้ง โดยขนาดความเค้นมีค่าสูงกว่า 51 MPa ทำให้อาจเกิดการแตกร้าวครอบคลุมเกือบทั้งเมล็ดเช่นกัน

### 5. สรุปผล

งานวิจัยนี้ได้พัฒนาแบบจำลอง ทางคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายการถ่ายเท มวลและ ความร้อน ในการ



## CST-43

อบแห้งข้าวกล้อง งอก แบบจำลองที่สร้างขึ้นสามารถทำนายความชื้นและอุณหภูมิภายในเมล็ดข้าวกล้องได้ดี ( $R^2 > 0.98$ ) ผลการจำลองทำให้ทราบว่า ความแตกต่างของอุณหภูมิและความชื้นภายในเมล็ดระหว่างการอบแห้งมีค่ามากที่เวลา 6 และ 35 วินาที ตามลำดับ โดยเกรเดียนต์ความชื้นภายในเมล็ดมีค่าสูงกว่าเกรเดียนต์ของอุณหภูมิ ทำให้มีผลกระทบต่อ การแตกตัวของเมล็ดข้าวมากกว่าเกรเดียนต์ของอุณหภูมิ และเกรเดียนต์ความชื้น เป็นปัจจัยหลักที่ทำให้เกิดความเค้นบริเวณกลางเมล็ดซึ่งมีค่าสูงกว่าค่าความแข็งแรงวิบัติ

### 6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณกลุ่มวิจัยอบแห้งขั้นสูงสำหรับอาหาร และวัสดุชีวภาพ คณะพลังงานสิ่งแวดล้อมและวัสดุ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี และคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ กำแพงแสน ที่ให้การสนับสนุนงานวิจัยนี้

### 7. เอกสารอ้างอิง

[1] Niamnuy, C., Devahastin, S., Soponronarit, S. and Raghavan, G.S. (2008). Modeling coupled transport phenomena and mechanical deformation of shrimp during drying in a jet spouted bed dryer, *Chemical Engineering Science*, vol. 63, July 2008, pp. 5503-5512.

[2] นฤบดี ศรีสังข์, สมชาติ โสภณรณฤทธิ์, สมเกียรติ ปรัชญาวารากร (2554). การอบแห้งข้าวกล้องงอกด้วยเทคนิคฟลูอิดไรซ์เบด, วิทยานิพนธ์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

[3] Tsukada, T., Sakai, N. and Hayakawa, K. (1991). Computerized model for strain-stress analysis of food undergoing simultaneous heat and mass transfer, *Journal of Food Science*, vol. 56(5), pp. 1438-1445.

[4] Mujumdar, A.S. (1995). *Handbook of Industrial Drying*, second ed., Marcel Dekker, Inc., New York.

[5] Pakowski, Z., Bartezak, Z., Strumilo, C., Stenstrom, S. (1991). Evaluation of equations approximating thermodynamic and transport properties of water, steam and air for use in CAD of drying processes, *Drying Technology*, vol. 9(3), pp. 753-773.

[6] Lague, L. and Jenkins, B. M. (1991). Modeling pre-harvest stress-cracking of rice kernels, part 2: Implementation and use of the model, *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers*, vol. 34(4), pp. 1812-1823.

[7] Kibar, H., Öztürk, T. and Esen, B. (2010). The effect of moisture content of physical and mechanical properties of rice (*Oryza sativa* L.), *Spanish Journal of Agricultural Research*, vol. 8(3), pp. 741-749.

[8] Yang, W., Jia, C.C., Siebenmorgen, T.J., Howell, T.A. and Cnossen, A.G. (2002). Intra-kernel moisture and temperature response of rice to drying and tempering treatments by finite element simulation, *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers*, vol. 45(4), pp. 1037-1044.

[9] Lee, K.W. and Kunze, O.R. (1972). Temperature and moisture effects on mechanical properties of rice, *The American Society of Agricultural and Biological Engineers*, St. Joseph, MI., Paper No. 72-338.

[10] Jia, C.C., Yang, W., Siebenmorgen, T.J., Bautisa, R.C. and Cnossen, A.G. (2002). A study of rice fissuring by finite-element simulation of internal stresses combined with high-speed microscopy imaging of fissure appearance,

## CST-43

*Transaction of the American Society of Agricultural  
Engineers*, vol. 45(3), pp. 741-749.