

ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมแบบร่วมวิวัฒนาการและทำงาน  
ร่วมกันสำหรับการตรวจสอบความเสียหายโดยหลักการ  
สั่นสะเทือนในแผ่นโลหะปลายยึด

Vibration-Based Damage Detection in Fixed-ends Plates by Cooperative  
Coevolutionary Genetic Algorithm

อภิวัฒน์ สุกใส<sup>1</sup>, และ กิตติพงษ์ บุญโล่ง<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ตำบลแสนสุข อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี 20131

\*ติดต่อ: [kittipong@buu.ac.th](mailto:kittipong@buu.ac.th), 0847666262

**บทคัดย่อ**

การตรวจสอบความเสียหายโดยหลักการสั่นสะเทือนเป็นการตรวจสอบแบบไม่ทำลายซึ่งอิงกับข้อเท็จจริงที่ว่าคุณลักษณะการสั่นสะเทือนดังเช่นความถี่ธรรมชาติ และเวกเตอร์แอมพลิจูดของโครงสร้างที่พิจารณา จะเปลี่ยนแปลงไปหากมีความเสียหายเกิดขึ้น งานวิจัยนี้นำเสนอขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมแบบร่วมวิวัฒนาการและทำงานร่วมกัน (CCGA) ซึ่งเหมาะสำหรับปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดที่มีหลายตัวแปรตัดสินใจ โดยสำหรับ CCGA ฟังก์ชันวัตถุประสงค์คือค่าเชิงตัวเลขของผลต่างระหว่างคุณลักษณะการสั่นสะเทือนของความเสียหายที่แท้จริงกับความเสียหายที่ทำนายได้โดยปัญหาทดสอบคือการตรวจสอบความเสียหายของแผ่นโลหะปลายยึด จากการจำลองพบว่า CCGA ให้ผลที่การทำนายความเสียหายที่แม่นยำและเชื่อถือได้

**คำหลัก:** การตรวจสอบความเสียหาย; หลักการสั่นสะเทือน; ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมแบบร่วมวิวัฒนาการและทำงานร่วมกัน;

**Abstract**

Vibration-based damage detection, a nondestructive method, is based on the fact that vibration characteristics such as natural frequencies and mode shapes of structures are changed when the damage happens. This paper presents cooperative coevolutionary genetic algorithm (CCGA), which is capable for an optimization problem with a large number of decision variables, as the optimizer for the vibration-based damage detection in fixed-ends plates. In the CCGA, a minimized objective function is a numerical indicator of differences between vibration characteristics of the actual damage and those of the anticipated damage. The damage detection in fixed-ends plates is used as the test problems. The simulation results reveal that the CCGA can efficiently identify the occurred damage in the fixed-ends plate.

**Keywords:** Vibration-based damage detection, Genetic Algorithm, Co-operative co-evolution, Residual force vector, Eigen problem, Plate structure.

## CST-194

### 1. บทนำ

ในการทดสอบความสมบูรณ์ของโครงสร้างนั้น การใช้วิธีการที่ไม่เป็นการทำลายมีความสำคัญอย่างมาก การตรวจสอบความเสียหายโดยใช้หลักการสั่นสะเทือนถือเป็นวิธีการที่ไม่เป็นการทำลาย เพื่อใช้ระบุความเสียหายในโครงสร้าง เมื่อมีความเสียหายเกิดขึ้นในโครงสร้าง ลักษณะการสั่นสะเทือน เช่น ความถี่ธรรมชาติ หรือ รูปแบบการสั่นไหว ของโครงสร้างจะเปลี่ยนไป โดยหลักทฤษฎีแล้ว คุณลักษณะการสั่นสะเทือนนั้นจะขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ทางกายภาพของโครงสร้าง เช่น มวล ค่าสติเฟนส และ ความหน่วง ซึ่ง ความเสียหายของโครงสร้างจะส่งผลให้ค่าสติเฟนสของโครงสร้างลดลง ทำให้ลักษณะการสั่นสะเทือนค่อยๆเปลี่ยนไปที่ละน้อย การตรวจสอบความเสียหายโดยใช้หลักการสั่นสะเทือนจะช่วยให้เราสามารถคาดการณ์ตำแหน่งและปริมาณความเสียหายที่เกิดขึ้นในโครงสร้างได้โดยประเมินคุณลักษณะการสั่นสะเทือนที่เปลี่ยนแปลงไป

การตรวจสอบความเสียหายโดยใช้หลักการสั่นสะเทือนได้ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับสาขาวิศวกรรมโยธา [1-3] และวิศวกรรมเครื่องกลตามแนวคิด The Residual Force ที่ได้รับความสนใจอย่างกว้างขวางในเรื่องที่เกี่ยวกับการตรวจสอบและประเมินความเสียหาย [4-6] โดยแนวคิดทาง Minimized Objective Function คือการคำนวณเชิงตัวเลขจากความแตกต่างระหว่างคุณลักษณะการสั่นสะเทือนของความเสียหายจริง และ ลักษณะการสั่นสะเทือนของความเสียหายจากการคาดการณ์

ในกระบวนการหาค่าที่เหมาะสมนั้น มีอยู่สองวิธีหลักๆ คือ วิธีที่ต้องใช้การอนุพันธ์ และวิธีที่ไม่ต้องใช้การอนุพันธ์ ซึ่งหากเปรียบเทียบกับวิธีที่ต้องใช้การอนุพันธ์แล้ว วิธีการที่ไม่ต้องใช้การอนุพันธ์นั้นไม่จำเป็นจะต้องมีอนุพันธ์ของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ และในทางกลับกัน วิธีการที่ไม่ต้องใช้การอนุพันธ์จะใช้การหาฟังก์ชันวัตถุประสงค์แบบซ้ำๆ และได้มาซึ่งแนว

ทางการหาค่าตอบภายใต้ทิศทาง ฮิวลิสติกส์ ตามหลักธรรมชาติ ถึงแม้ว่าวิธีการที่ไม่ใช่การอนุพันธ์จะหาค่าตอบได้ช้ากว่าวิธีการที่ต้องใช้การอนุพันธ์ แต่สำหรับปัญหาที่มีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ซับซ้อนและในปัญหาแบบซับซ้อนนั้น วิธีที่ไม่ต้องใช้การอนุพันธ์จะมีประสิทธิภาพมากกว่า เพราะว่าวิธีนี้ใช้ได้กับปัญหาที่ไม่สามารถหาค่าอนุพันธ์ได้

วิธีการ Genetic algorithm (GA) [7,8] คือวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในแบบจำนวนที่ไม่ใช่การอนุพันธ์ โดยกลไกในการหาค่าตอบจะอิงกับหลักแนวคิดของ Darwinian ในเรื่องการอยู่รอดของผู้ที่แข็งแรงที่สุด มีหลายงานที่ใช้วิธีการ GA เพื่อแก้ปัญหาการตรวจสอบหาค่าความเสียหายของโครงสร้าง ยกตัวอย่างเช่น [5,6,9-14] Rao และคณะ [5] ได้ใช้ GA แบบเลขฐานสอง Two-point Crossover โดยใช้การคัดเลือกแบบทัวร์นาเมนต์ (Tournament Selection) เพื่อการย่อนกระบวนการผลิตที่เป็นขั้นตอนสำคัญ ซึ่งหลักการแบบ the Residual Force Matrix ได้ถูกนำมาใช้เพื่อกำหนดฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของ He และ Hwang [11] ได้นำเสนอหลักการทางอัลกอริทึมแบบไฮบริด, แบบจำลองการหลอมโดยหลักการ Genetic algorithm โดยรวมเอาแบบ real - parameter genetic algorithm เข้ากับ แบบจำลองการหลอมเพื่อตรวจสอบหาค่าความเสียหาย ฟังก์ชันวัตถุประสงค์คือการรวมเอาค่าความแตกต่างระหว่างค่าที่วัดได้จริงกับค่าที่คำนวณตามหลักทฤษฎี และยังคงรวมเอาความแตกต่างระหว่างค่าความถี่ธรรมชาติที่วัดได้และที่คำนวณตามหลักทฤษฎีไว้อีกด้วย Panigrahi และคณะ [6] ได้ใช้หลักการ GA กับหลักการของ Residual Force Matrix เพื่อตรวจสอบค่าความเสียหายในแผ่นโลหะที่แข็งแรงอย่างสม่ำเสมอ

นักวิจัยในอดีตบางท่านได้ใช้เทคนิคการคำนวณเชิงวิวัฒนาการแบบอื่นๆ เช่น Ant Colony Optimization[15] และ Particle Swarm Optimization [16,17] เพื่อทำการตรวจสอบหาค่าความเสียหายในโครงสร้าง นอกจากนั้น ยังมีชิ้นงานอีกมากมาย [18-20] ที่ได้ใช้วิธีการตรวจสอบค่าความเสียหายใน

## CST-194

โครงสร้างโดยวิเคราะห์เป็นปัญหาหลายจุดประสงค์ โดยมีจุดประสงค์ต่างๆ ที่ถูกประเมินมาจากความแตกต่างระหว่างลักษณะการสันสะท้อนที่วัดได้และที่คำนวณตามหลักทฤษฎี

ผลงานในอดีตนั้นมุ่งไปที่การค้นหาการปรับปรุงกลไกและการคิดค้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในบางผลงานที่ผ่านมาใช้การตรวจสอบความเสียหายในโครงสร้างแบบปัญหาการทดสอบ [5,6,20] อย่างไรก็ตามในการศึกษาเหล่านั้น ได้แบ่งโครงสร้างออกเป็นเพียงไม่กี่เอลิเมนต์ ซึ่งมีต่ำกว่า 10 เอลิเมนต์ ในด้านการศึกษา ซึ่งตามจำนวนเอลิเมนต์ที่มีเพียงน้อย อาจเกิดค่าความผิดพลาดทางตัวเลขในการคำนวณได้ตามเป้าหมายโดยวิธีการทางระเบียบวิธีตัวเลข โดยค่าความผิดพลาดของเชิงตัวเลขเหล่านั้นอาจนำกลไกการค้นหาไปสู่คำตอบการตรวจสอบค่าความเสียหายแบบไม่มีคุณภาพในการทดลองจริง ซึ่งผลการทดลองลักษณะการสันสะท้อนของจริงตามที่นำเสนอใน [21,22] แทนที่จะใช้ผลการทดลองที่คาดคะเนเอาจากการคำนวณเชิงตัวเลขจากคำตอบที่แท้จริงใน [5,11] เพื่อที่จะลดข้อผิดพลาดจากการคำนวณตามวัตถุประสงค์ ดังนั้น ควรจะแบ่งโครงสร้างออกเป็นหลายๆเอลิเมนต์ ในการหาค่าที่เหมาะสม จำนวนตัวแปรในการตัดสินใจจะเท่ากับจำนวนของเอลิเมนต์ที่แบ่งได้ ดังนั้น ในการตรวจสอบความเสียหายในแผ่นโลหะจึงจำเป็นต้องมีการ Optimizer ที่เหมาะสมกับปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดที่มีหลายตัวแปรในการตัดสินใจ

Cooperative Coevolutionary genetic algorithm (CCGA) ที่ได้รับการพัฒนาขึ้นมาแต่เดิมโดย Potter และ De Jong [23,24] นั้นเหมาะสำหรับปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดที่มีหลากหลายตัวแปรในการตัดสินใจ ผลงานวิจัยมากมายได้ประยุกต์ใช้กับ CCGA อย่างมีประสิทธิภาพสำหรับปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดบางตัวโดยเฉพาะ [25-29] ในวิธีการทาง CCGA นั้น จำนวนประชากรหรือกลุ่มคำตอบ (population) มีหลากหลายสปีชีส์ (species) หรือ หลายกลุ่มประชากรย่อย (subpopulations) แต่ละคำตอบ

หนึ่งของแต่ละสปีชีส์จะสามารถแทนได้เพียงหนึ่งตัวแปรในการตัดสินใจหรือเป็นเพียงส่วนหนึ่งของคำตอบของปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดในงานวิจัยชิ้นนี้รวมทั้งได้มีงานวิจัยที่ใช้ CCGA ในการวิเคราะห์โครงสร้างแบบคานด้วย [30] เพื่อความถูกต้องในการหาความเสียหายในแผ่นโลหะ 2 มิติ แผ่นโลหะควรจะถูกแบ่งให้ละเอียดเพื่อลดความผิดพลาดเชิงตัวเลขในการคำนวณหาค่าวัตถุประสงค์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เนื่องด้วยว่าจำนวนตัวแปรตัดสินใจเท่ากับจำนวนเอลิเมนต์ ดังนั้น CCGA ซึ่งเป็น GA ที่เหมาะกับปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดที่มีจำนวนตัวแปรตัดสินใจจำนวนมาก จึงเหมาะสมสำหรับการหาความเสียหายในแผ่นโลหะ 2 มิติ โดยงานวิจัยนี้จะใช้ CCGA เพื่อแก้ปัญหาการตรวจสอบความเสียหายในแผ่นโลหะปลายยึด เพื่อที่จะให้เห็นภาพกระบวนการค้นหาของ CCGA จำนวนของเอลิเมนต์ของแผ่นโลหะจะถูกตั้งไว้สูงสุดที่เท่ากับ 100 เอลิเมนต์ ทั้งนี้ Co-operative Co-evolution ใน CCGA ซึ่งเป็นตัวดำเนินการสำหรับปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดที่มีจำนวนตัวแปรตัดสินใจจำนวนมาก ยังสามารถไปใช้ร่วมกับ Evolutionary Algorithm (EA) ตัวอื่นได้อีกด้วย

## 2. ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมแบบร่วมวิวัฒนาการ และทำงานร่วมกัน ( Cooperative Coevolutionary Genetic Algorithm )

ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมแบบร่วมวิวัฒนาการ และทำงานร่วมกัน (CCGA) ได้ค้นหาคำตอบโดยใช้ประชากรเป็นกลุ่มย่อยหรือสปีชีส์ แต่ละสปีชีส์ต่างก็วิวัฒนาการตามกระบวนการของ Genetic algorithm ในแต่ละสปีชีส์ ซึ่งแต่ละคำตอบ  $i$  เป็นตัวแทนของหนึ่งตัวแปรในการตัดสินใจหรือส่วนหนึ่งของวิธีการแก้ปัญหา ในการรวมกันของแต่ละคำตอบ  $i$  กับตัวแปรที่เกี่ยวข้องหรือส่วนหนึ่งของคำตอบจากสปีชีส์อื่นจะนำไปสู่คำตอบที่สมบูรณ์ให้กับปัญหาที่สามารถประเมินหาค่าวัตถุประสงค์ของคำตอบได้ในเวลาต่อมา เมื่อกระทำการจัดวิธีคำนวณตามสปีชีส์ต่างๆแล้ว การ

## CST-194

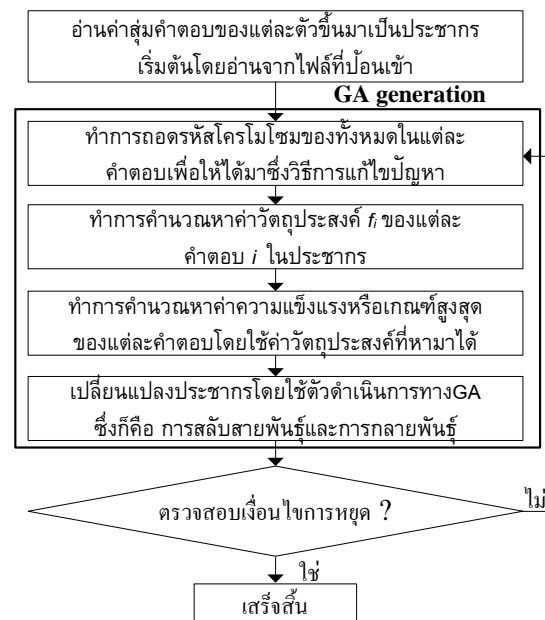
ค้นหาขอบเขตของแต่ละสปีชีส์ก็จะลดลงอย่างมีนัยสำคัญเมื่อเปรียบเทียบกับการค้นหาคำตอบจากการคำนวณทั้งหมด หลักการ CCGA จะมีประสิทธิภาพที่สุดเมื่อไม่มีการเกี่ยวข้องกันของสปีชีส์ที่ต่างกัน ยกตัวอย่างเช่น เมื่อคำตอบได้ถูกเข้ารหัสเป็นโครโมโซมฐานสองที่มีความยาวเท่ากับ 100 ดังนั้นจำนวนของคำตอบที่เป็นไปได้คือ  $2^{100} = 1.27 \times 10^{30}$  เมื่อกระทำการแบ่งโครโมโซมฐานสองออกเป็น 20 สปีชีส์ ที่ไม่เกี่ยวข้องกัน โดยแต่ละสปีชีส์แทนค่าด้วย 5-bit Binary String แล้วจำนวนของคำตอบที่เป็นไปได้จะลดลงมาเหลือเพียง  $20 \times 2^5 = 640$  ซึ่งทำให้อัลกอริทึมจะค้นหาวิธีการคำนวณที่ดีออกมาได้ง่ายขึ้น อย่างไรก็ตาม ถ้าหากมีการเกี่ยวข้องระหว่างสปีชีส์ การค้นหาจะด้อยคุณภาพลงตามความแข็งแกร่งของความสัมพันธ์ที่เพิ่มขึ้น กระบวนการหลักของหลักการ GA และ CCGA จึงสามารถอธิบายได้ดังต่อไปนี้

2.1 กระบวนการ GA วิธีการ Genetic algorithm(GA) ได้รับการอธิบายอย่างลึกซึ้งไว้แล้วใน [7] และได้ถูกนำมาอธิบายไว้ในที่นี้เพื่อให้เห็นภาพถึงองค์ประกอบพื้นฐานและกลไกของ GA กระบวนการมาตรฐานของ GA (รูปที่ 1) สามารถนำมาอธิบายได้ดังนี้

- (1) อ่านค่าสุ่มคำตอบของแต่ละตัวขึ้นมาเป็นประชากรเริ่มต้นโดยอ่านจากไฟล์ที่ป้อนเข้า
- (2) ทำการถอดรหัสโครโมโซมของทั้งหมดในกลุ่มคำตอบเพื่อให้ได้มาซึ่งวิธีการแก้ไขปัญหา
- (3) ทำการคำนวณหาค่าวัตถุประสงค์  $f_i$  ของแต่ละคำตอบ  $i$  ในประชากร
- (4) ทำการคำนวณหาค่าความแข็งแรง (fitness) หรือเกณฑ์สูงสุด ของแต่ละคำตอบโดยใช้ค่าวัตถุประสงค์ที่หามาได้
- (5) เลือกประชากรจากกลุ่มประชากรปัจจุบัน
- (6) เปลี่ยนแปลงประชากรโดยใช้ตัวดำเนินการทาง Genetic ซึ่งก็คือ การสลับสายพันธุ (Crossover) และการกลายพันธุ์ (Mutation) เพื่อสร้างประชากรรุ่นต่อไป

(7) ตรวจสอบเงื่อนไขการหยุด ถ้าหากเงื่อนไขเป็นที่พึงพอใจแล้ว ให้รายงานได้ว่าคำตอบที่ดีที่สุดของประชากรปัจจุบันคือผลลัพธ์ของวิธีการ GA แต่ถ้าหากเงื่อนไขยังไม่เป็นที่พึงพอใจให้กลับไปค้นหาคำตอบซ้ำตามขั้นตอนที่ 2 โดยวนขั้นตอนที่ 2 ถึง 6 ซ้ำ เรียก 1 รอบการหาคำตอบของ GA ซึ่งกระบวนการหลักๆของ GA ได้แสดงไว้ในรูปที่ 1

นอกจากนั้น เมื่อเพิ่มตัวดำเนินการ Elitism หลังขั้นตอนที่ (4) สามารถเก็บเซตแต่ละคำตอบที่ดีที่สุดได้โดยไม่ต้องทำการสลับเปลี่ยนหรือเปลี่ยนแปลงอะไร และสามารถรวมเข้าด้วยกันกับแต่ละคำตอบที่สร้างขึ้นมาได้ใหม่จากการสลับเปลี่ยนและการเปลี่ยนแปลงจากขั้นตอนที่ (6) เพื่อสร้างเป็นประชากรใหม่ ตัวดำเนินการ Elitism ได้ถูกรวมเข้าไว้ใน Genetic algorithm เพื่อส่งเสริมการคงอยู่ของแต่ละคำตอบที่ดีที่สุดที่ถูกค้นพบ หลักการ Elitism ที่ถูกใช้มากที่สุดคือการนำคำตอบที่ดีที่สุดจากประชากรปัจจุบันจำนวน  $n$  ตัว ไปเป็นประชากรในรุ่นถัดไปโดยไม่ต้องทำการสลับสายพันธุ และการกลายพันธุ์



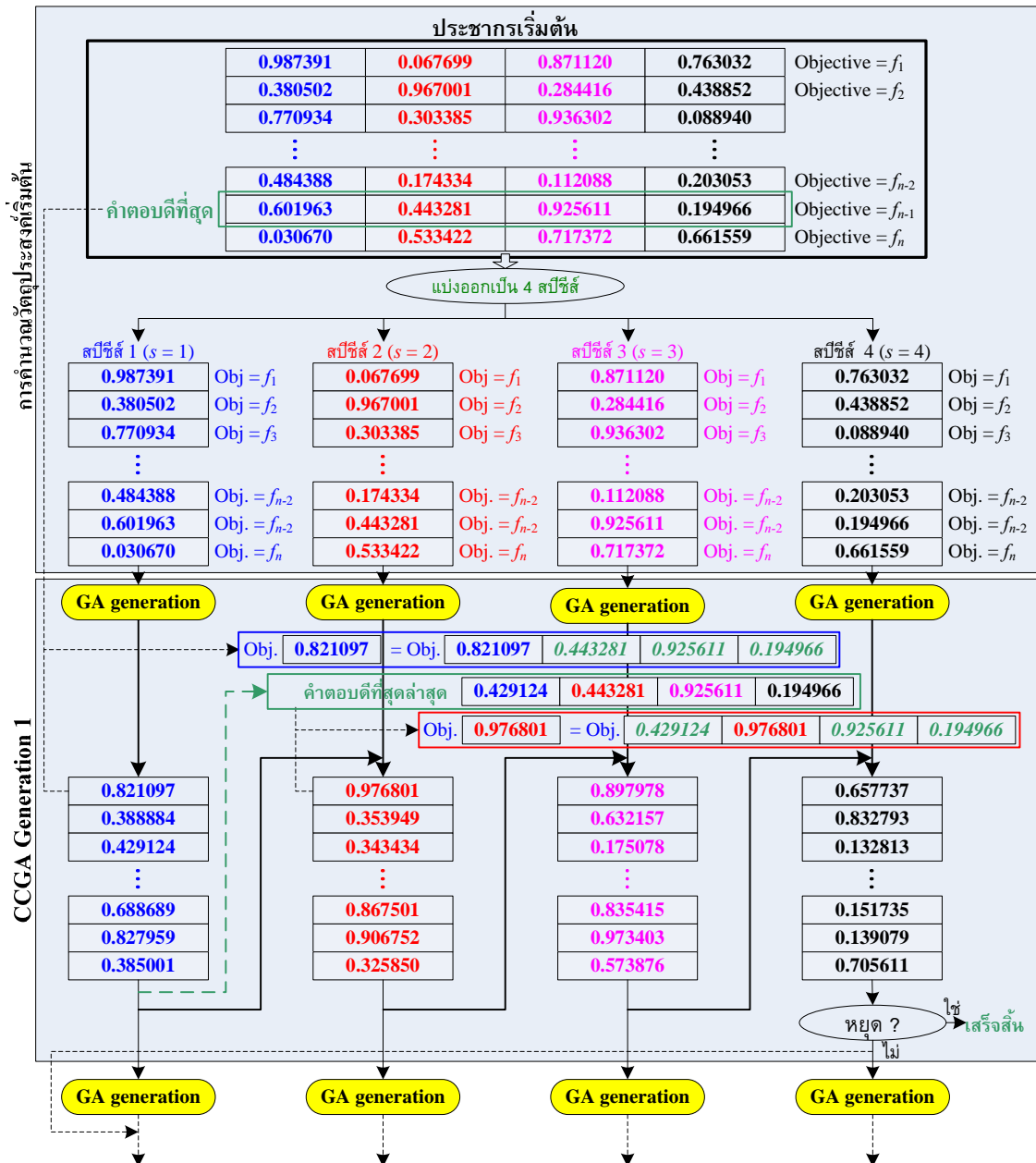
รูปที่ 1 หลักการทำงานของ Genetic algorithm

2.2. กระบวนการ CCGA กระบวนการหลักของวิธีการ CCGA มีดังต่อไปนี้

### CST-194

- (1) สุ่มสร้างโครโมโซมแต่ละตัวขึ้นมาเป็นประชากรเริ่มแรกโดยอ่านจากไฟล์ที่ป้อนเข้า
- (2) เข้ารหัสโครโมโซมของแต่ละคำตอบเพื่อให้ได้มาซึ่งวิธีการแก้ไขปัญหาและการคำนวณค่าวัตถุประสงค์ของแต่ละคำตอบทั้งหมด คำตอบที่มีวัตถุประสงค์ที่ดีที่สุดจะได้จัดให้เป็นคำตอบปัจจุบันที่ดีที่สุด
- (3) เริ่มต้นด้วยตัวนับสปีชีส์  $s = 1$  และแบ่งหนึ่งคำตอบในประชากรเริ่มต้นออกเป็นจำนวนส่วนประกอบ โดยหนึ่งส่วนประกอบหมายถึงหนึ่งสปีชีส์ ค่าวัตถุประสงค์ของแต่ละคำตอบในประชากร

แรกเริ่มจะเป็นค่าวัตถุประสงค์เริ่มต้นของประชากรที่เกี่ยวข้องกันในแต่ละสปีชีส์ ทำการคำนวณความแข็งแรงและเลือกตัวแปรต้นเพื่อให้ได้มาซึ่งกลุ่มประชากรย่อยของแต่ละสปีชีส์ การคำนวณวัตถุประสงค์เริ่มแรกของวิธีการ CCGA ในบทความนี้จะค่อนข้างแตกต่างจากการคำนวณต้นแบบโดย Potter และ De Jong [25] ซึ่งวัตถุประสงค์เบื้องต้นในการคำนวณในบทความนี้จะเป็นการลดเวลาคำนวณของปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุด โดยรูปที่ 2: แสดงหลักการการทำงานของ CCGA ในตัวอย่างปัญหา Optimization ที่มี 4 ตัวแปรตัดสินใจ





## CST-194

### รูปที่ 2 หลักการทำงานของ CCGA ในปัญหา Optimization 4 ตัวแปร

(4) ในสปีชีส์ปัจจุบัน  $s$  วิธีการที่ครบถ้วนของคำตอบ  $i$  สามารถหาได้โดยรวมเอา คำตอบ  $i$  เข้ากับส่วนที่เกี่ยวข้องจากสปีชีส์อื่นของแต่ละคำตอบที่ดีที่สุด คำว่าวัตถุประสงค์ของ คำตอบ  $i$  จะเท่ากับค่าจากวิธีการที่สมบูรณ์ ถ้าค่าวัตถุประสงค์ของวิธีการที่สมบูรณ์จะดีกว่าค่าของคำตอบที่ดีที่สุดในปัจจุบัน, คำตอบที่ดีที่สุดและค่าวัตถุประสงค์ของคำตอบเองก็จะได้รับการปรับให้เป็นปัจจุบัน

(5) ใช้ตัวดำเนินการ GA กับแต่ละคำตอบในกลุ่มประชากรย่อย ของสปีชีส์ปัจจุบัน  $s$  ตามกระบวนการ GA ขั้นตอนที่ (4) ถึง (6) จากนั้นทำการเพิ่ม ตัวนับสปีชีส์  $s = s + 1$  และกลับไปยังขั้นตอนที่ (4) จนกว่าสปีชีส์สุดท้ายจะเสร็จสิ้น

(6) ตรวจสอบเงื่อนไขการสิ้นสุด ถ้าหากเงื่อนไขเป็นที่น่าพึงพอใจ สามารถรายงานคำตอบที่ดีที่สุดตัวสุดท้ายเป็นผลลัพธ์ของวิธีการ หรือ เริ่มย้อนตัวนับสปีชีส์  $s = 1$  ใหม่อีกครั้งและกลับไปยังขั้นตอนที่ (4) โดย รอบจากขั้นตอนที่ (4) ถึง (5) คือ การวน 1 รอบของการทำงาน CCGA

ในรูปที่ 2 แสดงให้เห็นถึงกระบวนการหลักของ CCGA ของปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้ 4 ตัวแปรในการตัดสินใจ ในรูปดังกล่าว แต่ละสปีชีส์ของ CCGA แทนค่าหนึ่งตัวแปรตัดสินใจ

### 3. การคำนวณหาฟังก์ชันวัตถุประสงค์

ในบทนี้จะแสดงให้เห็นถึงวิธีการคำนวณหาฟังก์ชันวัตถุประสงค์ การคำนวณหาฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในที่นี้ได้มาจาก [5,6] สมการการเคลื่อนที่แบบไดนามิกของ Multi degree Freedom System ซึ่งจะได้ ดังนี้

$$[m]\{\ddot{x}(t)\} + [k]\{x(t)\} = \{F(t)\}, \quad (1)$$

เมื่อ  $[m]$  และ  $[k]$  คือ  $(n \times n)$  เมตริกของมวลและเมตริกของสปริง และ  $\{x\}$  และ  $\{F\}$  คือ  $(n \times 1)$  displacement และ Applied Force Vectors

สมการไอเกนที่  $j$  ที่เกี่ยวข้องกับสมการ (1) จะได้ตามสมการด้านล่างนี้

$$[k]\{v_j\} - \lambda_j[m]\{v_j\} = \{0\}, \quad (2)$$

เมื่อ  $\lambda_j$  และ  $\{v_j\}$  คือค่าไอเกนที่  $j$  และสัมพันธ์กันกับเวกเตอร์ไอเกน ตามลำดับ

ในโมเดลไฟไนท์เอลิเมนต์ของโครงสร้างเมตริก  $[k]$  สามารถเป็นตัวแทนของผลรวม expanded element stiffness matrix จาก divided element ทั้งหมด

$$[k] = \sum_{i=1}^N [k]_i, \quad (3)$$

เมื่อ  $[k]_i$  เป็นตัวแทนของ expanded stiffness matrix ของเอลิเมนต์ที่  $i$  และ  $N$  คือจำนวนของ divided element

ในทำนองเดียวกัน เมตริก  $[m]$  คือผลรวมของ expanded element mass matrices จาก divided element ทั้งหมด

$$[m] = \sum_{i=1}^N [m]_i, \quad (4)$$

เมื่อ  $[m]_i$  เป็นตัวแทนของ expanded mass matrix ของเอลิเมนต์ที่  $i$  และ  $N$  คือจำนวนของ divided element

เมื่อมีความเสียหายเกิดขึ้นในโครงสร้าง สติฟเนสเมตริกของโครงสร้างที่เสียหาย  $[k_d]$  สามารถแสดงถึงผลรวมของ element stiffness matrices ซึ่งหารด้วย stiffness factors ซึ่งสัมพันธ์กันกับแต่ละ  $N$  เอลิเมนต์  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) โดยเป็นผลลัพธ์จากความเสียหาย

จากนั้น สติฟเนสเมตริกของโครงสร้างที่เสียหายจะได้มาจาก

$$[k_d] = \sum_{i=1}^N \alpha_i [k]_i, \quad (5)$$

ค่าของพารามิเตอร์จะอยู่ในช่วง 0 ถึง 1 ค่า stiffness factor  $\alpha_i = 1$  ซึ่งให้เห็นถึงเอลิเมนต์ที่ไม่ได้

## CST-194

รับความเสียหาย และ  $\alpha_i = 0$  หรือน้อยกว่า 1 บ่งบอกว่าเอลิเมนต์นั้นได้รับความเสียหายบางส่วนหรือทั้งหมด ตามลำดับ ในการทำการทดลองของควมถี่ธรรมชาติและรูปแบบการสั่นไหวที่ถูกแทนด้วย unit amplitude vectors ของโครงสร้างที่ได้รับความเสียหายสามารถประมาณได้สอดคล้องกับสมการไอเกน (2) ของโหมดที่  $j$  ดังนั้น สมการสามารถเขียนได้ดังนี้

$$[k_d]\{v_{jd}\} - \lambda_{jd}[m]\{v_{jd}\} = \{0\}, \quad (6)$$

เมื่อ  $\lambda_{jd}$  และ  $\{v_{jd}\}$  คือค่าไอเกนที่ได้จากการทำการทดลองโดยประมาณและ unit eigenvector ของโหมดที่  $j$  นอกจากนี้ สามารถตั้งสมมุติฐานได้ว่า mass matrix จะไม่เปลี่ยนแปลงไปเพราะความเสียหาย

ถ้าหาก  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N$  คือตัวแปรการตัดสินใจที่เป็น predicted stiffness factors ด้วยการแทนที่ predicted stiffness factors ใน (1) และ (2) จะทำให้แสดงได้ว่าค่า residual force vector ของโหมดที่  $j$  ในฟังก์ชันของ  $\beta_i$  สามารถคำนวณหาได้ดังนี้

$$\{R_j\} = -\lambda_{jd}[m]\{v_{jd}\} + \sum_{i=1}^m \beta_i[k]_i\{v_{jd}\}, \quad (7)$$

ค่า Residual vector  $\{R_j\}$  จะเป็น  $\{0\}$  ต่อเมื่อเซตที่ถูกต้องของ  $\beta_i$  ที่แสดงว่า  $\beta_i = \alpha_i$  สำหรับทุก  $i$  ได้ถูกแสดงไว้ได้ข้อมูลโมเดลความเสียหายจากการทดลอง  $\lambda_{jd}$  และ  $\{v_{jd}\}$  สำหรับ particular mode  $j$

ดังนั้น (  $n \times n$  ) Residual force matrix  $[R]$  ได้มาโดย

$$[R] = [\{R_1\}\{R_2\}\dots\{R_n\}], \quad (8)$$

ถ้าหาก  $\beta_i$  ทั้งหมดถูกต้อง เอลิเมนต์ทั้งหมดของเมตริก  $[R]$  จะต้องเป็น 0 ซึ่งต่างจากผลงานชิ้นที่ผ่านมา [5,6] ที่ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective function) ถูกคำนวณมาจากเพียง diagonal terms ของ residual matrix ในบทความนี้ ฟังก์ชันวัตถุประสงค์  $f$  ของเซตของแฟคเตอร์ความเสียหายที่

คาดการณ์ได้ถูกประเมินมาจาก residual matrix โดย  $f$  ถูกแทนด้วย

$$f(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n R_{ij}^2}, \quad (9)$$

เมื่อ  $N$  คือจำนวนของเอลิเมนต์และ  $n$  คือจำนวนของ degree of freedom

ดังที่กล่าวมาข้างต้น ส่วนการคำนวณหาฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในที่นี้ได้มาจาก [5,6] ซึ่งงานวิจัยนี้ไม่ได้เป็นการนำเสนอการคำนวณหาค่าวัตถุประสงค์ แต่เป็นการนำเสนอ CCGA สำหรับการหาความเสียหายแผ่นโลหะปลายยึด

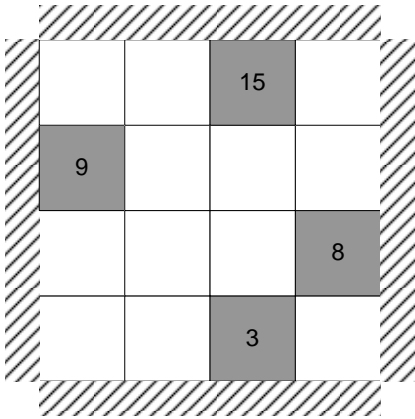
### 4. การทดสอบปัญหา

การตรวจสอบความเสียหายโดยหลักการสั่นสะเทือนของแผ่นโลหะที่ถูกยึดติดที่ขอบทั้ง 4 ด้าน จะแบ่งปัญหาการทดสอบเป็น 4 กรณี โดยแบ่งตามจำนวนเอลิเมนต์ ได้แก่ 16 เอลิเมนต์, 25 เอลิเมนต์, 64 เอลิเมนต์ และ 100 เอลิเมนต์ ตามลำดับ ซึ่งจะกำหนดขนาดของแผ่นโลหะเหล็กให้มีขนาด ความกว้าง 1 เมตร ความยาว 1 เมตร และความหนา 2 เซนติเมตร โดยสมมุติให้มีเอลิเมนต์ที่เกิดความเสียหายในแผ่นโลหะจำนวน 4 เอลิเมนต์ ในแต่ละกรณี และ ค่า Stiffness factor ( $\alpha_i$ ) ในแต่ละกรณีมีค่าดังต่อไปนี้

#### 4.1 กรณีทดสอบแผ่นโลหะ 16 เอลิเมนต์

กรณีทดสอบแผ่นโลหะ 16 เอลิเมนต์ ดังรูปที่ 3 กำหนดให้เอลิเมนต์ที่รับความเสียหายมีดังนี้  
 เอลิเมนต์ 3 มีความเสียหาย 20%  
 เอลิเมนต์ 8 มีความเสียหาย 50%  
 เอลิเมนต์ 9 มีความเสียหาย 30%  
 เอลิเมนต์ 15 มีความเสียหาย 90%

## CST-194

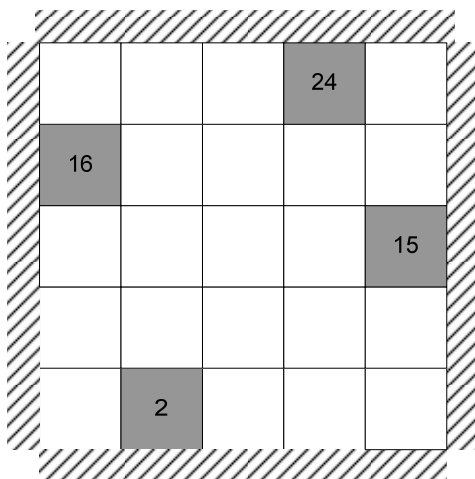


รูปที่ 3 กรณีทดสอบแผ่นโลหะ 16 เอลิเมนต์  
ดังนั้น Stiffness factor ( $\alpha_i$ ) เป็นดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \alpha_3 &= 0.8, \alpha_8 = 0.5, \\ \alpha_9 &= 0.7, \alpha_{15} = 0.1, \\ \alpha_i &= 1 \text{ สำหรับเอลิเมนต์ที่เหลือทั้งหมด} \end{aligned} \quad (10)$$

### 4.2 กรณีทดสอบแผ่นโลหะ 25 เอลิเมนต์

กรณีทดสอบแผ่นโลหะ 25 เอลิเมนต์ ดังรูปที่ 4 กำหนดให้เอลิเมนต์ที่รับความเสียหายมีดังนี้  
เอลิเมนต์ 2 มีความเสียหาย 70%  
เอลิเมนต์ 15 มีความเสียหาย 30%  
เอลิเมนต์ 16 มีความเสียหาย 20%  
เอลิเมนต์ 24 มีความเสียหาย 50%



รูปที่ 4 กรณีทดสอบแผ่นโลหะ 25 เอลิเมนต์

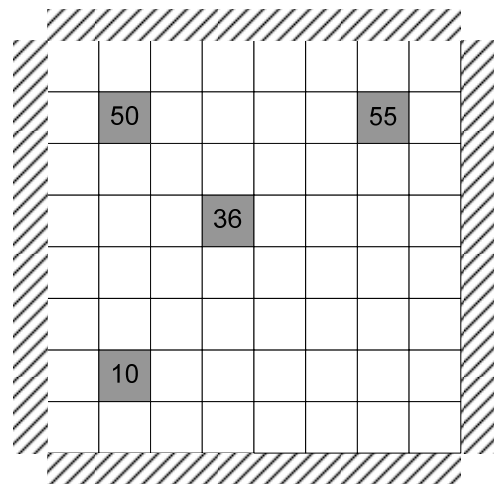
ดังนั้น Stiffness factor ( $\alpha_i$ ) เป็นดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= 0.3, \alpha_{15} = 0.7, \\ \alpha_{16} &= 0.8, \alpha_{24} = 0.5, \end{aligned}$$

$$\alpha_i = 1 \text{ สำหรับเอลิเมนต์ที่เหลือทั้งหมด} \quad (11)$$

### 4.3 กรณีทดสอบแผ่นโลหะ 64 เอลิเมนต์

กรณีทดสอบแผ่นโลหะ 64 เอลิเมนต์ ดังรูปที่ 5 กำหนดให้เอลิเมนต์ที่รับความเสียหายมีดังนี้  
เอลิเมนต์ 10 มีความเสียหาย 80%  
เอลิเมนต์ 36 มีความเสียหาย 20%  
เอลิเมนต์ 50 มีความเสียหาย 60%  
เอลิเมนต์ 55 มีความเสียหาย 40%



รูปที่ 5 กรณีทดสอบแผ่นโลหะ 64 เอลิเมนต์

ดังนั้น Stiffness factor ( $\alpha_i$ ) เป็นดังต่อไปนี้

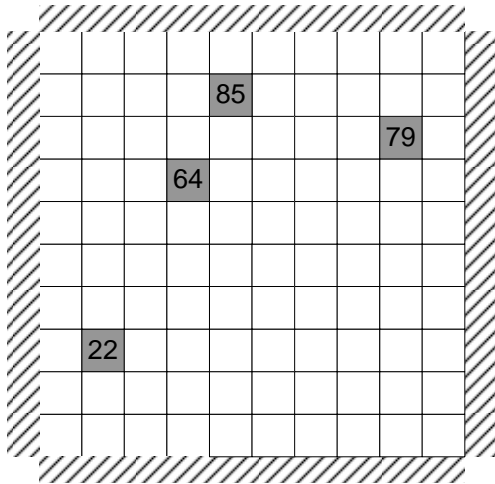
$$\begin{aligned} \alpha_{10} &= 0.2, \alpha_{36} = 0.8, \\ \alpha_{50} &= 0.4, \alpha_{55} = 0.6, \\ \alpha_i &= 1 \text{ สำหรับเอลิเมนต์ที่เหลือทั้งหมด} \end{aligned} \quad (12)$$

### 4.4 กรณีทดสอบแผ่นโลหะ 100 เอลิเมนต์

กรณีทดสอบแผ่นโลหะ 100 เอลิเมนต์ ดังรูปที่ 6 กำหนดให้เอลิเมนต์ที่รับความเสียหายมีดังนี้  
เอลิเมนต์ 22 มีความเสียหาย 20%  
เอลิเมนต์ 64 มีความเสียหาย 50%  
เอลิเมนต์ 79 มีความเสียหาย 40%  
เอลิเมนต์ 85 มีความเสียหาย 90%



## CST-194



รูปที่ 6 กรณีทดสอบแผ่นโลหะ 100 เอลิเมนต์  
ดังนั้น Stiffness factor ( $\alpha_i$ ) เป็นดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \alpha_{22} &= 0.8, \alpha_{64} = 0.5, \\ \alpha_{79} &= 0.6, \alpha_{85} = 0.1, \\ \alpha_i &= 1 \text{ สำหรับเอลิเมนต์ที่เหลือทั้งหมด} \end{aligned} \quad (13)$$

## 5. ผลการจำลอง

การตั้งค่าพารามิเตอร์ของ CCGA สำหรับปัญหา  
ที่นำมาทดสอบทั้ง 4 กรณี แสดงดังตารางที่ 1 โดย  
จำนวนของตัวแปรตัดสินใจในโครโมโซมเข้ารหัสด้วย  
จำนวนจริง มีค่าเท่ากับจำนวนของเอลิเมนต์ที่ถูกแบ่ง

ตารางที่ 1 การตั้งค่าพารามิเตอร์ของ CCGA

ตัวแปร	การตั้งค่า
การเข้ารหัสคำตอบ (Chromosome coding)	โครโมโซมเลขจำนวนจริงที่มี N ตัวแปรตัดสินใจ (N เท่ากับ 16, 25, 64 และ 100)
จำนวนตัวแปรตัดสินใจในแต่ละ สปีชีส์ (Species)	1
จำนวนสปีชีส์	N
จำนวนคำตอบในกลุ่ม ประชากร (Population)	20
จำนวน Elite Individual	2
ปัจจัยสเกล (Scaling Factor) [8]	2.0
ระเบียบวิธีในเลือกคำตอบ	Stochastic universal sampling selection
ระเบียบวิธีสลับสายพันธุ์	Simulated-binary crossover

	( $\eta_c = 15$ ) [31] ด้วยความน่าจะเป็น 1.0
ระเบียบวิธีกลายพันธุ์	Variable-wise polynomial mutation ( $\eta_m = 20$ ) [32] ด้วยความน่าจะเป็น 0.5
จำนวนรุ่น (Generation) สำหรับการหยุดหาคำตอบ	25

ตารางที่ 2-5 แสดงผลของ Stiffness Factor  
จากการหาคำตอบโดย CCGA สำหรับทั้ง 4 กรณี  
ขณะที่รูปที่ 3 แสดง กราฟแสดงค่า Stiffness Factor  
ที่ทำนายโดย CCGA เทียบต่อจำนวนคำตอบที่สร้างขึ้น  
(Generated Solutions) ของแผ่นโลหะยึดกรณี  
แบ่งเป็น 16 เอลิเมนต์ ซึ่งจากผลของค่า Stiffness  
Factor ดังกล่าวจะได้ว่า ค่า Stiffness Factor ที่  
ทำนายโดย CCGA สำหรับกรณีแผ่นโลหะยึดทั้ง 4  
กรณี แทบจะเท่ากับค่า Stiffness Factor ที่แท้จริง  
ดังนั้นถือได้ว่า CCGA ให้ผลการทำนายความเสียหาย  
ของแผ่นโลหะยึด ทั้ง 4 กรณีได้อย่างถูกต้อง

ตารางที่ 2 ค่า Stiffness Factor ที่ทำนายโดย CCGA  
สำหรับกรณีแผ่นโลหะยึดกรณีแบ่งเป็น 16 เอลิเมนต์

เอลิเมนต์	คำตอบ แท้จริง	คำตอบที่ได้จาก CCGA
3	0.8	0.800000
8	0.5	0.501025
9	0.7	0.699998
15	0.1	0.099982
อื่นๆ	1.0	0.999381-1.000000

ตารางที่ 3 ค่า Stiffness Factor ที่ทำนายโดย CCGA  
สำหรับกรณีแผ่นโลหะยึดกรณีแบ่งเป็น 25 เอลิเมนต์

เอลิเมนต์	คำตอบ แท้จริง	คำตอบที่ได้จาก CCGA
2	0.3	0.300096
15	0.7	0.700017
16	0.8	0.800165
24	0.5	0.499988

### CST-194

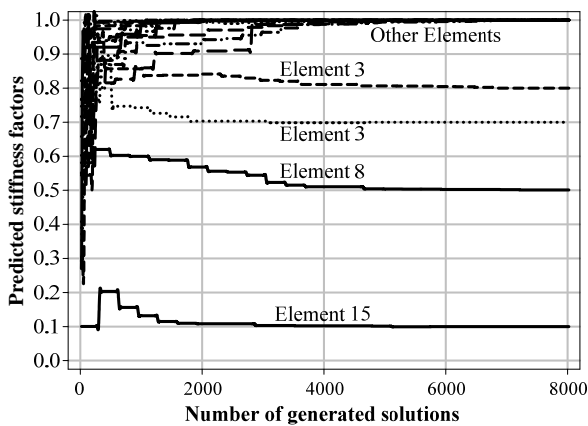
อื่นๆ	1.0	0.999918-1.000000
-------	-----	-------------------

ตารางที่ 4 ค่า Stiffness Factor ที่ทำนายโดย CCGA สำหรับกรณีแผ่นโลหะยึดกรณีแบ่งเป็น 64 เอลิเมนต์

เอลิเมนต์	คำตอบแท้จริง	คำตอบที่ได้จาก CCGA
10	0.2	0.199993
36	0.8	0.799979
50	0.4	0.400179
55	0.6	0.599998
อื่นๆ	1.0	0.999730-1.000000

ตารางที่ 2 ค่า Stiffness Factor ที่ทำนายโดย CCGA สำหรับกรณีแผ่นโลหะยึดกรณีแบ่งเป็น 100 เอลิเมนต์

เอลิเมนต์	คำตอบแท้จริง	คำตอบที่ได้จาก CCGA
22	0.8	0.800008
64	0.5	0.499966
79	0.6	0.599996
85	0.1	0.100584
อื่นๆ	1.0	0.999594-1.000000



รูปที่ 3 กราฟแสดงค่า Stiffness Factor ที่ทำนายโดย CCGA เทียบต่อจำนวนคำตอบที่สร้างขึ้น (Generated Solutions) ของกรณีแผ่นโลหะยึดกรณีแบ่งเป็น 16 เอลิเมนต์

### 6. สรุปผลการทดลอง

ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมแบบร่วมวิวัฒนาการ และทำงานร่วมกัน (CCGA) ถูกเสนอการแก้ไขปัญหาค่าที่เหมาะสมสำหรับปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดที่มีหลายตัวแปรในการตัดสินใจ ซึ่งในบทความนี้ CCGA จะเป็นการดำเนินการเพื่อตรวจสอบของเอลิเมนต์ในแผ่นโลหะปลายยึด ซึ่งในการวิเคราะห์ผลที่ได้จากแบบจำลอง CCGA จะสามารถสรุปได้ว่า มีการทำนายค่าถูกต้องทั้ง 4 กรณี โดยรวมถึงกรณีที่แผ่นโลหะปลายยึด ถูกแบ่งด้วย 100 เอลิเมนต์ ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า CCGA เหมาะสมที่จะเป็นตัวหาคำตอบสำหรับการทำนายความเสียหายของแผ่นโลหะปลายยึด

### 7. เอกสารอ้างอิง

- [1] J. E. Mottershead, M. I. Friswell, and C. Mares, A method for determining model-structure errors and for locating damage in vibrating systems, *Meccanica*, 34 (3) (1999) 153-166.
- [2] V. Barai, and P. C. Pandey, Vibration signature analysis using artificial neural networks, *Journal of Computing in Civil Engineering*, 9 (4) (1995) 259-265.
- [3] W. Gawronski, and J. T. Sawicki, Structural damage detection using modal norms, *Journal of Sound and Vibration*, 229 (1) (2000) 194-198.
- [4] Q.W. Yang, and J.K. Liu, Structural damage identification based on residual force vector, *Journal of Sound and Vibration*, 305 (1-2) (2007) 298-307.
- [5] M. Ananda Rao, J. Srinivas, and B. S. N. Murthy, Damage detection in vibrating bodies using genetic algorithms, *Computers and Structures*, 82 (11-12) (2004) 963-968.
- [6] S. K. Panigrahi, S. Chakraverty, and B. K. Mishra, Vibration based damage detection in a uniform strength beam using genetic

## CST-194

- algorithm, *Meccanica* 44 (6) (2009) 697-710.
- [7] J. H. Holland, *Adaptation in natural and artificial systems*, Ann Arbor, MI: University of Michigan Press, USA, 1975.
- [8] D. E. Goldberg, *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*, Addison-Wesley, USA, 1989.
- [9] C. Mares, and C. Surace, An application of genetic algorithms to identify damage in elastic structures, *Journal of Sound and Vibration*, 195 (2) (1996) 195-215.
- [10] J. H. Chou, and J. Ghaboussi, Genetic algorithm in structural damage detection, *Computers & Structures*. 79 (4) (2001) 1335-1353.
- [11] R. S. He, and S. F. Hwang, Damage detection by an adaptive real-parameter simulated annealing genetic algorithm, *Computers & Structures*, 84 (31-32) (2006) 2231-2243.
- [12] M. Nobaharia, and S. M. Seyedpoorb, Structural damage detection using an efficient correlation-based index and a modified genetic algorithm, *Mathematical and Computer Modelling*, 53 (9-10) (2011) 1798-1809.
- [13] H. Y. Guo, and Z. L. Li, Structural damage identification based on Bayesian theory and improved immune genetic algorithm, *Expert Systems with Applications*, 39 (7) (2012) 6426-6434.
- [14] N. I. Kim, and J. Lee, Damage Identification of Trusses with Elastic Supports Using FEM and Genetic Algorithm, *Advances in Mechanical Engineering*, 2013 (2013) Article ID 584901, 1-10.
- [15] A. Majumdar, D. K. Maiti, and D. Maity, Damage assessment of truss structures from changes in natural frequencies using ant colony optimization, *Applied Mathematics and Computation*, 218 (19) (2012) 9759-9772.
- [16] S. M. Seyedpoor, A two stage method for structural damage detection using a modal strain energy based index and particle swarm optimization, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 47 (1) (2012) 1-8.
- [17] F. Kang, J. Li, and Q. Xu, Damage detection based on improved particle swarm optimization using vibration data, *Applied Soft Computing*, 12 (8) (2012) 2329-2335.
- [18] R. Pereraa, A. Ruizb, and C. Manzanob, Performance assessment of multicriteria damage identification genetic algorithms, *Computers & Structures*, 87 (1-2) (2009) 120-127.
- [19] H. W. Shih, D. P. Thambiratnam, and T. H. T. Chan, Vibration based structural damage detection in flexural members using multi-criteria approach, *Journal of Sound and Vibration*, 323 (3-5) (2009) 645-661.
- [20] R. Pereraa, R. Marina, and A. Ruizb, Static-dynamic multi-scale structural damage identification in a multi-objective framework, *Journal of Sound and Vibration*, 332 (6) (2013) 1484-1500.
- [21] N. Hua, X. Wang, H. Fukunaga, Z. H. Yao, H. X. Zhang, and Z. S. Wu, Damage assessment of structures using modal test data, *International Journal of Solids and Structures*, 38, (18) (2001) 3111-3126.
- [22] Leandro F. F. Miguel, Leticia F. F. Miguel, J. Kaminski Jr., and J. D. Riera, Damage detection under ambient vibration by

## CST-194

- harmony search algorithm, *Expert Systems with Applications*, 39 (1) (2012) 9704-9714.
- [23] M. A. Potter, and K. A. de Jong, A cooperative coevolutionary approach to function optimization, *Lecture Notes in Computer Science*, 866 (1994) 249-257.
- [24] M. A. Potter, and K. A. de Jong, Cooperative coevolution: An architecture for evolving coadapted subcomponents, *Evolutionary Computation*, 8(1) (2000) 1-29.
- [25] N. Garcia-Pedrajas, COVNET: a cooperative coevolutionary model for evolving artificial neural networks, *IEEE Transactions on Neural Networks*, 14 (3) (2003) 575-596.
- [26] C. Pimpawat, and N. Chaiyaratana, Three-dimensional container loading using a cooperative co-evolutionary genetic algorithm, *Applied Artificial Intelligence*, 18 (7) (2004) 581-601.
- [27] K. Boonlong, N. Chaiyaratana, and S. Kuntanapreeda, Optimal control of a hysteresis system by Means of co-operative co-evolution, *International Journal of Computational Intelligence and Applications*, 4 (4) (2004) 321-336.
- [28] R. Chandra, M. Zhang, Cooperative coevolution of Elman recurrent neural networks for chaotic time series prediction, *Neurocomputing*, 86 (1) (2012) 116-123.
- [29] O. Ibáñez, O. Cordon, S. Damas, A cooperative coevolutionary approach dealing with the skull-face overlay uncertainty in forensic identification by craniofacial superimposition, *Soft Computing*, 16 (5) (2012) 797-808.
- [30] K. Boonlong, Vibration-Based Damage Detection in Beams by Cooperative Coevolutionary Genetic Algorithm, *Advances in Mechanical Engineering*, 2014 (2014) Article ID 624949, 1-13.
- [31] K. Deb, and R. B. Agrawal, Simulated binary crossover for continuous search space, *Complex Systems*, 9 (2) (1995) 115-148.
- [32] K. Deb, Mechanical component design using genetic algorithms, In D. Dasgupta, and Z. Michalewicz, (eds.), *Evolutionary Algorithms in Engineering Applications*, Springer, NewYork, USA. 1997, 495-512.