การเปรียบเทียบความแม่นยำวิธีการหาผลเฉลยของค่าการเกิดรังสีความร้อน ระหว่างการใช้ E_n จากสมการโพลิโนเมียลอันดับสองและสมการแม่นตรง

The Comparison of accuracy of Solution Method Solving Incident Radiation Between using E_n in Form the Second-Order Polynomial Equation and Exact Solution

จัตุพล ป้องกัน, โสภณ สินสร้าง, รตินันท์ เหลือมพล, พรสวรรค์ ทองใบ และ บัณฑิต กฤตาคม*

ห้องปฏิบัติการวิจัยการพัฒนาในเทคโนโลยีของวัสดุพรุน

(Development in Technology of Porous Materials Research Laboratory: DiTo-Lab)

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน

744 ถนนสุรนารายณ์ ตำบลในเมือง อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา 30000

*ติดต่อ: E-mail: jattupon_mp2r@hotmail.com และ bundit.kr@rmuti.ac.th, โทรศัพท์ 044 233 073, โทรสาร 044 233 074

บทคัดย่อ

การเปรียบเทียบความแม่นยำวิธีการหาผลเฉลยของค่าการเกิดรังสีความร้อน (Incident radiation, G) ของฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล (Exponential integrals function, E_n) อันดับหนึ่ง (E_1) และอันดับสอง (E_2) โดยการใช้สมการโพลิโนเมียลอันดับสอง (The second-order polynomial equation) กับสมการแม่นตรง (Exact solution) การศึกษาจะทำการคำนวณในกรณีสื่อกลางมีส่วนร่วม (Participating media) หรือวัสดุพรุนกำหนดให้เป็นระบบพิกัดแบบระนาบขนาน 1 มิติ (One-dimensional plan parallel) ที่มีความหนาเชิงแสง (τ) อยู่ในช่วง 0 ถึง 1.5 และขอบเขตการคำนวณเป็นแบบวัตถุดำ (Black body) ที่มีอุณหภูมิผิวด้านบนเท่ากับ 400 K และด้านล่างเป็นผนังไอโซเทอร์มอล (Isothermal wall) ที่มีอุณหภูมิเท่ากับ 700 K จากผลการเปรียบเทียบพบว่าค่า G ที่คำนวณได้จากทั้งสองสมการของงานวิจัยนี้มีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันและมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี เนื่องจากมีค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุดเพียง 11 เปอร์เซ็นต์

คำหลัก: ค่าการเกิดรังสีความร้อน, วัสดุพรุน, สมการแม่นตรง

Abstract

The comparison of accuracy of solution method for solving the incident radiation (G) using the first-order (E_1) and the second-order (E_2) of the exponential integral function (E_n) between the second-order polynomial equation and exact solution was studied. In the prediction, the porous media in one-dimensional plane parallel was conducted. Optical thickness (τ) was in the range of 0 - 1.5. The porous media was bounded by black body boundary condition where the upper temperatures (T_U) was 400 K and the isothermal temperature of lower one (T_L) was 700 K. From comparison the quantity

of G evaluated by both equations of the present paper was quality agreement owing to the maximum error was reached to 11 percentage.
Keywords: Incident radiation, Porous media, Exact solution.

1. บทนำ

การแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อนทางวิศวกรรมและวิทยาศาสตร์ในปัจจุบัน กรณีใช้วัสดุพรุน (Porous medium) เป็นตัวกลางที่มีส่วนร่วมกับกลไกการแผ่รังสีความร้อน [1, 2] ในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อหาผลเฉลยของสมการการแผ่รังสีความร้อน (Radiative transfer equation, RTE) มีความซับซ้อนเพราะต้องหาผลเฉลยของค่าอื่น ๆ ไปพร้อม ๆ กัน เช่น ค่าการเกิดรังสีความร้อน (Incident radiation, G) และค่าฟลักซ์การแผ่รังสีความร้อนสุทธิ (Net radiative heat flux, q_n) เป็นต้น แต่เนื่องจาก RTE เป็นสมการแบบ integro-differential หมายถึง ในสมการจะมีทั้งปริพันธ์และอนุพันธ์รวมอยู่ในสมการเดียว โดยทั่วไปการหาผลเฉลยของ RTE จะแบ่งออกเป็นสองวิธีใหญ่ ๆ ได้แก่ วิธีการหาผลเฉลยแบบแม่นตรง (Exact solution) และวิธีการหาผลเฉลยแบบประมาณ (Approximation solution) [3, 4] วัสดุพรุนที่ใช้เป็นตัวกลางอาจทำมาจากเซรามิกส์ (Ceramics) โลหะโครงข่ายเปิดทนความร้อนสูง (Open cellular metal) หรือตาข่ายสแตนเลส (Stainless wire net) หลายแผ่นวางซ้อนกัน ซึ่งคุณสมบัติที่โดดเด่นของวัสดุพรุน คือมีพื้นที่ผิวสัมผัสต่อปริมาตรสูง สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนสูง และสัมประสิทธิ์การดูดกลืนรังสีความร้อน (Radiative absorption coefficient) สูง จึงทำให้วัสดุพรุนมีความสามารถในการเปลี่ยนพลังงานความร้อนระหว่างการพาและการแผ่รังสีความร้อนได้เป็นอย่างดี จากเหตุผลดังกล่าวนักวิจัยหลายกลุ่มจึงได้ทำการศึกษาและพัฒนาวิธีหาผลเฉลยของสมการการแผ่รังสีความร้อนในวัสดุพรุนอย่างแพร่หลาย เช่น การใช้สมการมาตรฐานทั่วไป (Formal solution) เพื่อหาค่าฟลักซ์การแผ่รังสีความร้อน (Radiative heat flux) โดยการจัดสมการให้อยู่ในรูปอย่างง่าย คือเปลี่ยนเทอม Exponential integral function ให้เป็นฟังก์ชันของความเข้มการแผ่รังสี (Intensities radiation) ที่บริเวณผิวหรือขอบเขตวัสดุพรุน [5] การใช้สมการมาตรฐานทั่วไป (Formal solution) ทำนายคุณลักษณะชั่วคราวของการนำความร้อน (Conductive heat transfer) การพาความร้อน (Convective heat transfer) และ การแผ่รังสีความร้อน (Radiative heat transfer) ใน วัสดุพรุน [6] การประมาณค่าโดยวิธี P_1 approximation ในการแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อนที่เกิดร่วมกันระหว่างการนำความร้อน (Conductive heat transfer) กับการแผ่รังสีความร้อน (Convective heat transfer) [7, 8] การศึกษาอิทธิพลของการแผ่รังสีความร้อนที่มีผลต่อการกระเจิงและการหักเหของรังสีความร้อน โดยใช้วิธี Differential approximation เปรียบเทียบกับวิธี Discrete ordinates method [9] การใช้วิธี Finite element approximation เพื่อคำนวณหาผลเฉลยของสมการการแผ่รังสีความร้อนในวัสดุพรุน พร้อมทั้งเปรียบเทียบกับวิธี Monti carlo method [10] และการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการผลเฉลยแบบประมาณค่าด้วยวิธี Spherical-harmonics หรือ P_N เพื่อหาผลเฉลยของสมการการแผ่รังสีความร้อน [11]

อย่างไรก็ตามงานส่วนใหญ่ที่กล่าวมาข้างต้นก็ยังไม่มีการศึกษาผลการเปรียบเทียบผลเฉลยของสมการการแผ่รังสีความร้อนด้วยวิธีการหาผลเฉลยแบบแม่นตรงระหว่างสมการเอ็กซ์โปเนนเชียล - อินทิกรัล (Exponentail integral equation) และสมการโพลิโนเมียลอันดับสอง (The second-order polynomial equation) อย่างเด่นชัด ด้วยเหตุนี้งานวิจัย

นี้จึงได้นำเสนอการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการหาฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล (Exponential integral function, E_n) ในรูปของสมการโพลิโนเมียลอันดับสอง เนื่องจากสมการโพลิโนเมียลอันดับสองเป็นการถดถอยแบบพหุนามอย่างง่าย เพื่อหาผลเฉลยของสมการการเกิดรังสีความร้อน (Incident radiation, G) โดยปรับเปลี่ยนสมการเอ็กซ์โพเนนเชียล – อินทิกรัล อันดับ 1 (E_1) และอันดับ 2 (E_2) เป็นสมการโพลิโนเมียลอันดับสองและเปรียบเทียบผลเฉลยของค่าการเกิดรังสีความร้อนที่ได้จากทั้งสองสมการ พร้อมทั้งตรวจสอบความแม่นยำและความน่าเชื่อถือของสมการโพลิโนเมียลอันดับสองที่สร้างขึ้น

2. แบบจำลองทางกายภาพ

รูปแบบทางกายภาพของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการศึกษาพฤติกรรมการแผ่รังสีความร้อนโดยวัสดุพรุนได้รับความร้อนจากแหล่งความร้อนใด ๆ กำหนดให้วัสดุพรุนถูกบรรจุอยู่ภายในช่องฉนวนกันความร้อน (Thermal insulation) ด้านข้างทั้งสองด้านไม่มีการสูญเสียความร้อน ด้านล่างและด้านบนจะเป็นผนังความร้อน (Isothermal wall) ที่มีอุณหภูมิด้านล่างเป็น T_L และด้านบนเป็น T_U ดังแสดงในรูปที่ 1 และจากรูปแบบทางกายภาพนี้สมมติฐานที่จำเป็นในการคำนวณจะแสดงรายละเอียดดังต่อไปนี้

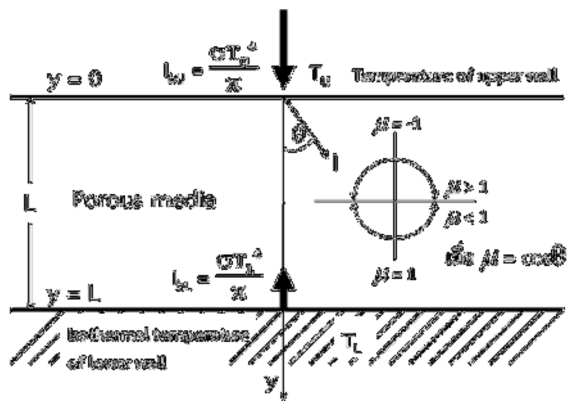
1) การคำนวณเป็นแบบระนาบขนานหนึ่งมิติ (One-dimensional plane-parallel) และวัสดุเป็นแบบเทา (Gray medium) มีความหนา (Porous thickness) เท่ากับ L

2) วัสดุพรุนมีความเป็นเนื้อเดียว (Homogenous media) มีความสามารถในการดูดซับรังสีความร้อน (Absorbing radiation) และการกระจายรังสีความร้อน (Emitting radiation) แต่ไม่คิดการกระเจิงรังสีความร้อน (Non scattering radiation)

3) ภายในวัสดุพรุนไม่คิดการแผ่รังสีความร้อนของสถานะแก๊ส (อากาศ) เนื่องจากมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับสถานะของแข็ง (เนื้อวัสดุพรุน)

4) ขอบเขตด้านล่างและด้านบนเป็นแบบวัตถุดำ (Black body) โดยด้านล่างได้รับอุณหภูมิคงที่ T_L พร้อมทั้งมีสมบัติเป็นเสมือนผนังไอโซเทอร์มอล (Isothermal wall) ส่วนด้านบนจะเปิดสู่สิ่งแวดล้อมภายนอกที่มีอุณหภูมิ T_U และภายนอกไม่มีอากาศหรือของไหลใด ๆ ไหลผ่าน

5) การถ่ายเทความร้อนในวัสดุพรุนเป็นสภาวะคงที่ (Steady state)



รูปที่ 1 รูปแบบทางกายภาพของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

3. สมการการคำนวณ

สมการควบคุมหลัก (Governing equation) ที่ใช้แก้ปัญหาการแผ่รังสีความร้อนของวัสดุพรุนที่ได้รับพลังงานความร้อนจากแหล่งความร้อนใด ๆ กระทำโดยพิจารณาให้วัสดุพรุนมีความต่อเนื่อง (Continuous) ดังนั้นจากสมมติฐานทั้ง 5) ในหัวข้อที่ 2 จะได้สมการควบคุมหลักการแผ่รังสีความร้อน (Radiative heat transfer, RTE) และเงื่อนไขขอบเขต (Boundary condition) ดังนี้

$$\frac{\mu}{\kappa}\frac{dI(y)}{dy}=\frac{\sigma T_s^4(y)}{\pi}-I(y) \qquad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} y=0: I_{bL}(0)=\frac{\sigma T_U^4}{\pi} \\ y=L: I_{bU}(\tau)=\frac{\sigma T_L^4}{\pi} \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

เมื่อ κ คือ สัมประสิทธิ์การดูดซับรังสีความร้อน (Absorption coefficient) ของวัสดุพรุน และโดยทั่วไปการแก้ปัญหาการแผ่รังสีความร้อนของวัสดุพรุนจะนิยมกำหนดพิกัดด้วยความหนาเชิงแสง (Optical thickness) [4] คือ $d\tau$ = κdy ดังนั้นสมการที่ (1) จะเปลี่ยนเป็น

$$\mu\frac{dI(\tau)}{d\tau}=\frac{\sigma T_s^4(\tau)}{\pi}-I(\tau) \qquad (3)$$

อินทิเกรต RTE หรือสมการ (3) ในช่วง τ = 0 ถึง τ = τ_L จะได้ผลลัพธ์คือ

$$I(\tau)=I^+(\tau)+I^-(\tau) \qquad (4a)$$

$$I^+(\tau)=I(0)e^{\frac{-\tau}{\mu}} +\int_0^{\tau}\frac{1}{\mu}\left[\frac{\sigma T_s^4(\tau^*)}{\pi}\right]e^{\frac{-(\tau-\tau^*)}{\mu}}d\tau^* \qquad (4b)$$

$$I^-(\tau)=I(\tau_L)e^{\frac{(\tau_L-\tau)}{\mu}} -\int_{\tau}^{\tau_0}\frac{1}{\mu}\left[\frac{\sigma T_s^4(\tau^*)}{\pi}\right]e^{\frac{-(\tau-\tau^*)}{\mu}}d\tau^* \qquad (4c)$$

การหาค่าการเกิดรังสีความร้อน (Incident radiation, G) [3, 4] ด้วยวิธีการหาผลเฉลยแบบแม่นตรงที่ใช้เป็นตัวเปรียบเทียบระหว่างสมการเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัลกับสมการโพลิโนเมียลอันดับสอง ที่สร้างขึ้นสามารถคำนวณได้จาก

$$G(\tau)=2\pi\int_{\mu=-1}^{1}I(\tau,\mu)d\mu \qquad (5a)$$

$$\begin{aligned} G(\tau)=2\pi\Big[& I(0)\int_0^1 e^{-\tau/\mu}d\mu+I(L)\int_0^1 e^{-(\tau_L-\tau)/\mu}d\mu \\ & +\int_0^{\tau}\frac{\sigma T_s^4(\tau')}{\pi}\int_0^1 e^{-(\tau-\tau')/\mu}\frac{d\mu}{\mu}d\tau' \\ & +\int_{\tau}^{\tau_L}\frac{\sigma T_s^4(\tau')}{\pi}\int_0^1 e^{-(\tau'-\tau)/\mu}\frac{d\mu}{\mu}d\tau'\Big] \end{aligned} \qquad (5b)$$

จัดรูปสมการที่ (5b) ใหม่ โดยการแทนรูปแบบทั่วไปของฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล (Exponential integrals equation, E_n) ดังนี้

$$\left.\begin{aligned} E_n(x)&=\int_1^{\infty}e^{xt}\frac{dt}{t^n}=\int_0^1\mu^{n-2}e^{\frac{-x}{\mu}}d\mu \\ E_n(x)&=\int_x^{\infty}E_{n-1}(x)dx \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

เมื่อหาค่า $E_1(\tau)$ และ $E_2(\tau)$ จากสมการที่ (6) แล้ว สมการของการคำนวณหาค่า G สามารถจัดรูปสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} G(\tau)=2\pi & \left[I^+(0)E_2(\tau)+I(\tau_L)E_2(\tau_L-\tau)\right] \\ +2\pi & \Big[\int_0^{\tau}\frac{\sigma T_s^4(\tau')}{\pi}E_1(\tau-\tau')d\tau' \\ & +\int_{\tau}^{\tau_L}\frac{\sigma T_s^4(\tau')}{\pi}E_1(\tau'-\tau)d\tau'\Big] \end{aligned} \qquad (7)$$

สมการโพลิโนเมียลอันดับสอง (The second-order polynomial equation) [12] ที่ถูกนำมาใช้เพื่อคำนวณหาค่า $E_1(\tau)$ และ $E_2(\tau)$ แทนฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล โดยมีรูปแบบสมการคือ

$$E_n=a_0+a_1x+a_2x^2 \qquad (8)$$

จากสมการที่ (8) a_0, a_1 และ a_2 คือค่าคงที่ต้องการหา ซึ่งคำนวณได้โดยใช้ระเบียบวิธีคำนวณเชิงตัวเลขแบบ Secant method

4. วิธีการคำนวณ

จากสมการการคำนวณพร้อมทั้งเงื่อนไขขอบเขตจากหัวข้อที่ 3 ทำการคำนวณหาผลเฉลยของค่าการเกิดรังสีความร้อน (G) โดยกำหนดค่าความหนาเชิงแสง (τ) อยู่ในช่วง $0 < \tau < 1.5$ ด้านบนได้รับอุณหภูมิเป็น T_U = 400 K และอุณหภูมิไอโซเทอร์มอลด้านล่างเป็น T_L = 700 K เริ่มต้นคำนวณหาค่าโครงสร้างทางอุณหภูมิภายในชั้นวัสดุพรุน และคำนวณหาค่าความเข้มการแผ่รังสี (Intensities radiation, I) ตามสมการที่ (4) หลังจากนั้นคำนวณหาค่า G ตามสมการที่ (7) โดยใช้ค่า E_n จากฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล และนำค่า G ที่คำนวณได้ไปแทนในสมการที่ (7) แล้วใช้ระเบียบวิธีคำนวณเชิงตัวเลขแบบ Gauss elimination method เพื่อหาค่า E_n ที่ตำแหน่ง τ ใด ๆ และในขั้นตอนสุดท้ายใช้ระเบียบวิธีคำนวณเชิงตัวเลขแบบ Secant method เพื่อหาค่าคงที่ a0, a1 และ a2 ก็จะได้สมการโพลิโนเมียลอันดับสองตามสมการที่ (8) และเพื่อเปรียบเทียบผลเฉลยของค่า E_n จากสมการเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัลและสมการโพลิโนเมียลอันดับสองที่สร้างขึ้น ค่า G จึงถูกทำนายพร้อมทั้งตรวจสอบความแม่นยำและความน่าเชื่อถือของสมการที่สร้างขึ้นโดยการคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อนและค่าสัมประสิทธิ์การกำหนด (Determination coefficient, R^2)

5. ผลการคำนวณและอภิปรายผล

5.1 ค่าเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล E_1 และ E_2

รูปที่ 2 แสดงการเปรียบเทียบค่า E_1 และ E_2 ด้วยวิธีการหาผลเฉลยแบบแม่นตรง ระหว่างสมการเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัลกับสมการโพลิโนเมียลอันดับสอง โดยทำการเปรียบเทียบในช่วง $0 < \tau < 1.5$ จะพบว่าค่า E_1 และ E_2 เมื่อสร้างเป็นสมการโพลิโนเมียลอันดับสองจากวิธีกำลังสองต่ำสุด (Least square) [12] จะมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกัน และมีค่าแตกต่างกันเล็กน้อยเมื่อเทียบกับ E_1 และ E_2 ที่คำนวณได้จากสมการเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล เนื่องจากสมการโพลิโนเมียลที่สร้างขึ้นเป็นสมการอันดับสองอย่างง่าย จึงทำให้ผลของ E_n นั้นยังคลาดเคลื่อนจากสมการเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัลอยู่ อย่างไรก็ตามหากพิจารณาค่า R^2 ของ E_1 และ E_2 จะมีค่าเท่ากับ 0.830872 และ 0.971439 ตามลำดับ ซึ่งใกล้เคียงกับ 1 ถือว่าอยู่ในระดับที่น่าพอใจ และสมการโพลิโนเมียลอันดับสองที่ได้คือ $E_1 = 2.387501 - 4.457024\tau + 2.101410\tau^2$ และ $E_2 = 0.918504 - 1.515067\tau + 0.740643\tau^2$

5.2 ค่าการเกิดรังสีความร้อน (G)

เพื่อตรวจสอบความแม่นยำของสมการที่สร้างขึ้น รูปที่ 3 แสดงค่าการเกิดรังสีความร้อน (Incident radiation, G) ภายในชั้นวัสดุพรุนที่คำนวณได้จากสมการที่ (7) ในกรณี T_L = 700 K และ T_U = 400 K ค่าความหนาเชิงแสง τ_L เท่ากับ 0.5, 1.0 และ 1.5 ตามลำดับ พบว่าค่า G ที่คำนวณได้จากทั้งสองสมการโดยใช้ค่า E_n จากสมการที่ (6) กรณีสมการเอ็กซ์โพเนนเชียล – อินทิกรัล และ E_n ที่คำนวณได้จากหัวข้อ 5.1 กรณีสมการโพลิโนเมียลอันดับสอง จะมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันตามความหนาของแผ่นวัสดุพรุน และมีค่าใกล้เคียงกันในทุก ๆ กรณี อีกทั้งยังพบว่าในช่วงแรกและช่วงท้ายของกราฟค่า G จากทั้งสองสมการมีความแตกต่างกันอย่างค่อนข้างเห็นได้ชัดเจน เนื่องจากความคลาดเคลื่อนของสมการโพลิโนเมียลอันดับสองที่สร้างขึ้นดังแสดงในรูปที่ 2 แต่อย่างไรก็ตามค่า G ที่คำนวณได้จากสมการโพลิโนเมียลอันดับสองมีความคลาดเคลื่อนสูงสุดเท่ากับ 11 % ดังแสดงในรูปที่ 4 ถือว่าอยู่ในระดับที่ยอมรับได้หากนำไปคำนวณร่วมกับกลไก

การแผ่รังสีความร้อนอื่น ๆ เช่น การพาความร้อน และการนำความร้อน

6. สรุปผลการศึกษา

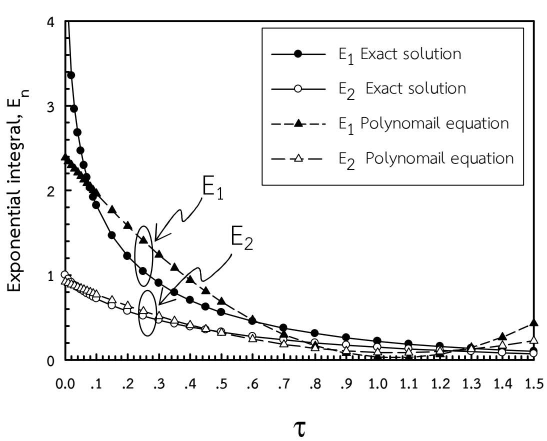
1) สมการโพลิโนเมียลอันดับสองที่ได้นำเสนอในงานวิจัยนี้ ซึ่งสร้างขึ้นจากฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล (E_1 และ E_2) ในช่วง $0 < \tau < 1.5$ พบว่า E_1 และ E_2 มีความแตกต่างกันเล็กน้อย เมื่อเทียบกับสมการแม่นตรงและพบว่าค่า R^2 สูงที่สุดจะพบในกรณี E_2 กล่าวคือ สำหรับ E_1 (R^2 = 0.830872) และ E_2 (R^2 = 0.971439) ตามลำดับ ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับ 1 จึงถือว่าทั้งสองสมการมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดีและอยู่ในระดับที่น่าพอใจ

2) สมการ E_n ที่ได้จากสมการโพลิโนเมียลอันดับสองที่ได้คือ

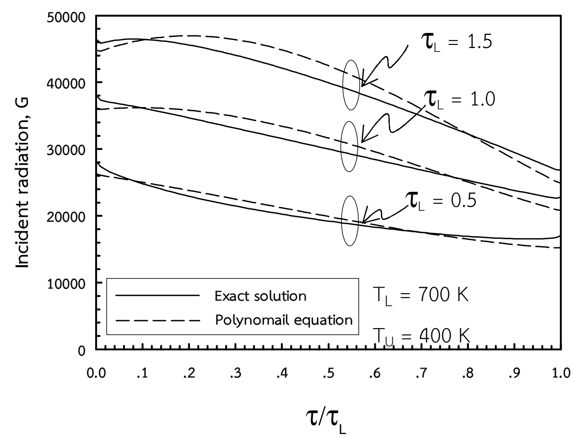
$$E_1 = 2.387501 - 4.457024\tau + 2.101410\tau^2$$

$$E_2 = 0.918504 - 1.515067\tau + 0.740643\tau^2$$

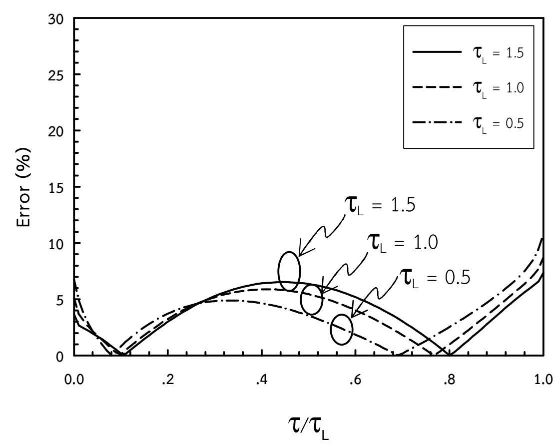
3) ค่า G ที่คำนวณได้จากทั้งสองสมการจะมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันตามความหนาของแผ่นวัสดุพรุน และมีค่าใกล้เคียงกัน โดย G ที่คำนวณได้จากสมการโพลิโนเมียลอันดับสองจะมีค่าสูงกว่าสมการเอ็กซ์โพเนนเชียล-อินทิกรัล และมีค่าความคลาดเคลื่อนสูงสุดเท่ากับ 11 %



รูปที่ 2 การเปรียบเทียบค่า E_1 และ E_2 ระหว่างสมการโพลิโนเมียลอันดับสองกับสมการแม่นตรง



รูปที่ 3 การเปรียบเทียบค่า G ระหว่างการใช้สมการโพลิโนเมียลอันดับสองกับสมการแม่นตรง



รูปที่ 4 ค่าความคลาดเคลื่อนของค่า G ระหว่างการใช้สมการโพลิโนเมียลอันดับสองกับสมการแม่นตรง

7. กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้เขียนบทความขอขอบพระคุณสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน นครราชสีมา ที่ได้ให้การสนับสนุนสถานที่ในการศึกษาและปฏิบัติงานวิจัยในครั้งนี้ จนทำให้งานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

8. เอกสารอ้างอิง

[1] Vafai, K. (2005). *Handbook of porous media, 2nd edition*, ISBN: 0-8247-8886-9, Taylor and Franscis, New York.

[2] บัณฑิต กฤตาคม (2554). หัวพ่นไฟอุตสาหกรรมและการประยุกต์ใช้วัสดุพรุนในหัวพ่นไฟ, *วารสารวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสยาม*, 12(1), หน้า 76 – 87

[3] Ozisik, M.N. (1990). *Radiative Transfer and Interactions with Conduction and Conduction*, McGraw-Hill, New York.

[4] Modest, M.F. (2003). *Radiative Heat Transfer, 2nd edition*, ISBN: 0-12-503163-7, Academic Press (Elsevier Science), California.

[5] Viskanta, R., Maruyama, S. and Aihara, T. (1990). Analysis of an active high-temperature thermal insulation system, *International Journal Heat and Fluid Flow*, vol. 11(3), Sebtember (1990), pp. 196 - 203.

[6] Yoshida, H., Yun, J.H., and Echigo, R. (1990). Transient characteristics of combined conduction convection and radiation heat transfer in porous media, *Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 33(5), May (1990), pp. 847 - 857.

[7] Kamiuto, K., Iwamoto, M. and Nagumo, Y. (1993). Combined conduction and correlated-radiation heat transfer in packed bed, *Journal of Thermophysics Heat Transfer*, vol. 7(3), July-Sebtember (1993), pp. 496 – 501.

[8] Krittacom, B. and Kamiuto, K. (2007). Improvement of the P1 approximation in radiative transfer, *JP Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 1 (1), pp. 63 - 74.

[9] Wu, C.Y., Hou, M.F. and Hong, Y.B. (2015). A closed-form solution of differential approximation for radiative transfer in a planar refractive medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.83, pp. 229 – 234.

[10] Lehtikangas, O., Tavainen, T., Kim, A.D. and Arridge, S.R. (2015). Finite element approximation of the radiative transport equation in a medium with piece-wise constant refractive index, *Journal of Computational Physics*, Vol.282, pp. 345 – 359

[11] Modest, M.F., Wenjun, G. and Somesh, P.R. (2016). Development of high-order PN models for radiative heat transfer in special geometries and boundary conditions, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol.172, March (2016), pp. 98 – 109.

[12] บัณฑิต กฤตาคม (2556). ระเบียบวิธีคำนวณเชิงตัวเลขสำหรับงานวิศวกรรม, สำนักพิมพ์ แผนกงานออกแบบและผลิตสื่อสิ่งพิมพ์ งานประชาสัมพันธ์และเผยแพร่ มทร.อีสาน, นครราชสีมา